

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ І ЗАВДАННЯ

**для проведення практичних занять, виконання контрольних
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи**

«ЗГІН БАЛОК ТА РАМ»

з курсу «ОПІР МАТЕРІАЛІВ

*(для здобувачів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського)
рівня вищої освіти зі спеціальностей 185 – Нафтогазова інженерія та
технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія,
194 – Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2024

Методичні рекомендації і завдання для проведення практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних робіт, самостійної роботи «Згин балок та рам» з курсу «Опір матеріалів» (для здобувачів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальностей 185 – Нафтогазова інженерія та технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 194 – Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: В. П. Шпачук, О. О. Чупринін, А. О. Гарбуз, В. О. Склярів, Т. О. Супрун. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – 32 с.

Укладачі:

д-р техн. наук, проф. В. П. Шпачук,
канд. техн. наук, доц. О. О. Чупринін,
канд. техн. наук, доц. А. О. Гарбуз,
канд. техн. наук, доц. В. О. Склярів,
канд. техн. наук Т. О. Супрун

Рецензент

О. М. Кузнєцов, кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і будівельної механіки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 07.09.2023*

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Оформлення розрахунково-графічної роботи.....	5
2 Вихідні дані і завдання до роботи.....	5
Завдання 1.....	5
Завдання 2.....	11
Завдання 3.....	16
3 Приклади розрахунків.....	21
4 Критерії оцінювання розрахунково-графічної роботи.....	28
Список джерел.....	29
Додатки.....	30

ВСТУП

Опір матеріалів – теоретично-експериментальна наука. Вона розробляє аналітичні методи розрахунку елементів конструкцій, а також експериментально вивчає механічні властивості матеріалів, з яких виготовлено ці елементи, під дією навантажень.

Теоретична частина цієї науки базується на теоретичній механіці й математиці, а експериментальна – на фізиці та матеріалознавстві. Отже, опір матеріалів – це загальна наука про міцність машин і споруд. Однак вона не обмежується тільки питаннями механіки деформівних тіл. Ці питання розглядаються і в інших, суміжних дисциплінах, а саме: «Будівельна механіка стержневих систем», «Теорія пружності», «Теорія пластичності».

При проектуванні різноманітних конструкцій доводиться обирати матеріал і геометричні параметри виходячи з розуміння надійності і матеріалоемності. Для цього необхідно проводити розрахунки на міцність, жорсткість і стійкість різних тіл і елементів конструкцій.

Опір матеріалів у практичних розрахунках розглядає не саму конструкцію, а її розрахункову схему – реальне тіло, звільнене від впливу несуттєвих факторів. Основним елементом, що розглядає опір матеріалів, є брус (стержень, балка, вал) із прямолінійною віссю (прямолінійний брус), тобто тіло, у якого розмір в одному напрямі (довжина) набагато більший, ніж два інші (поперечні) розміри.

Опір матеріалів розглядає питання міцності, жорсткості та стійкості машин і споруд на підставі законів теоретичної механіки й відповідного математичного апарату.

Таким чином, опір матеріалів – одна з найважливіших дисциплін, що вивчаються студентами у вищих навчальних закладах.

Ці методичні рекомендації мають на меті допомогти студентам під час організації самостійної роботи при підготовці до практичних занять і виконання розрахунково-графічної роботи. Вони містять теоретичні положення і вихідні дані для завдань.

Перш ніж приступити до виконання завдання, потрібно ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у цих методичних рекомендаціях та списку джерел.

Використовується міжнародна система одиниць СІ.

1 ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

1. Роботу виконують на аркушах паперу стандартного формату А4.
2. Обкладинку роблять із щільного паперу для креслення. На титульному аркуші вказують назву й номер розрахунково-графічного завдання, найменування дисципліни, прізвище, ім'я та по батькові студента, його шифр, назву інституту, групу, прізвище та ініціали викладача.
3. Розв'язання кожної задачі варто починати із зазначення її номера, назви, переписати повністю умову задачі, числові дані й навести розрахункову схему.
4. Розв'язання задачі має супроводжуватися короткими поясненнями, рисунками та ескізами.
5. Креслення і графіки обов'язково виконують в певному масштабі. На кресленнях треба вказати буквені позначення, числові значення і розмірності усіх величин, використаних у розрахунках.
6. Розв'язуючи задачу, потрібно спочатку одержати результат в алгебраїчному вигляді, а потім підставити відповідні числові значення. Одержаний в числовому вигляді результат підкреслити й обов'язково вказати одиниці виміру.

2 ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ

Завдання 1

ПОБУДОВА ЕПЮР ПОПЕРЕЧНИХ СИЛ І ЗГІНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ БАЛКИ З ОДНИМ ЖОРСТКО ЗАКРІПЛЕНИМ І ДРУГИМ ВІЛЬНИМ КІНЦЯМИ

Для заданої балки необхідно:

- 1) побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів;
- 2) визначити її переріз, прийнявши, що $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Методичні рекомендації до завдання 1 і порядок його виконання

1. Згідно із шифром вибрати схему балки на рисунку 1 та вихідні дані до неї з таблиці 1.
2. Накреслити розрахункову схему балки в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.
3. Побудувати епюру поперечних сил і згинальних моментів. Епюри балок з одним закріпленим і другим вільним кінцями можна побудувати без попереднього визначення опорних реакцій незалежно від виду навантаження та розміщення опор.

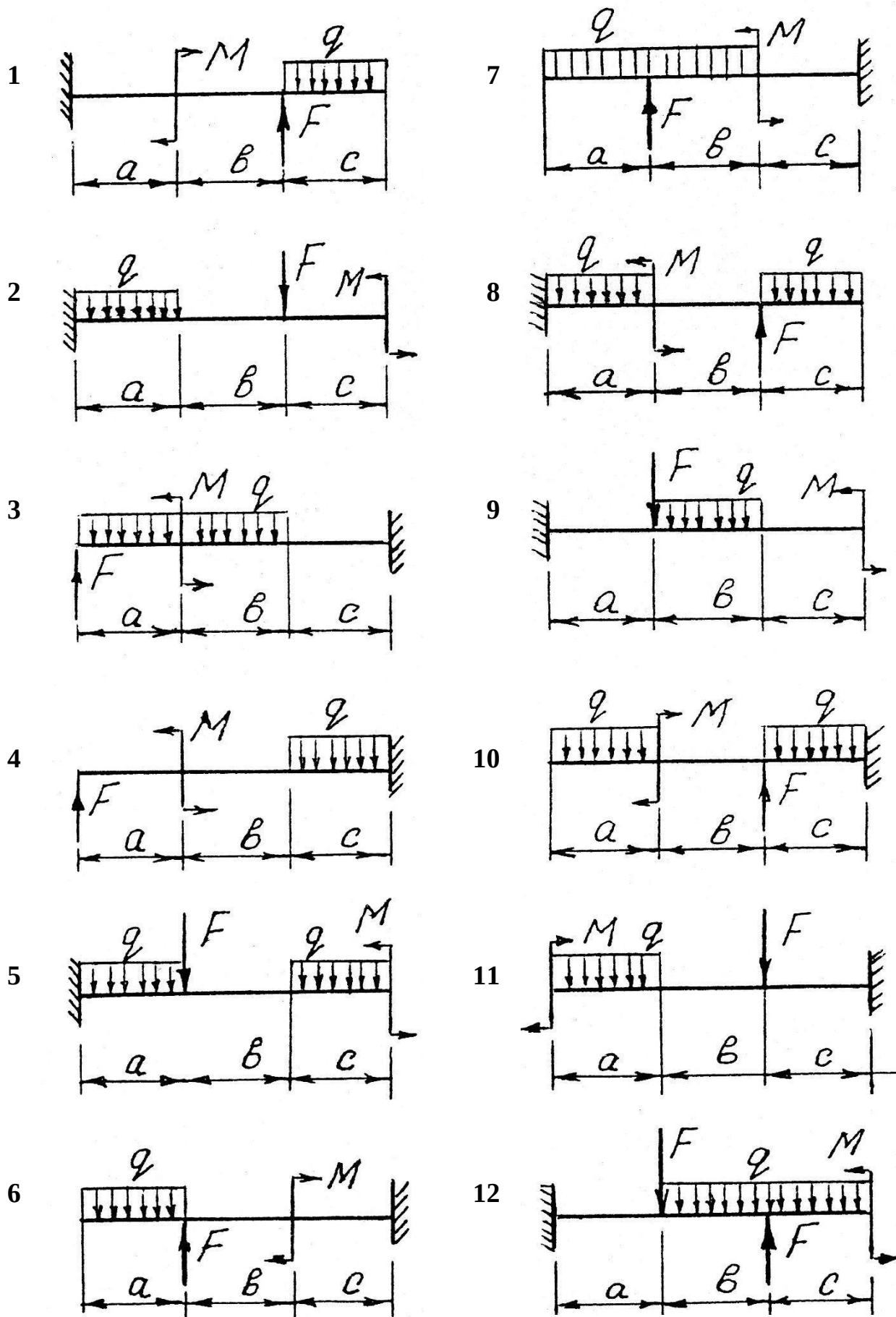
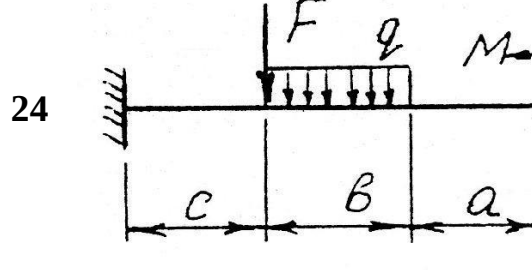
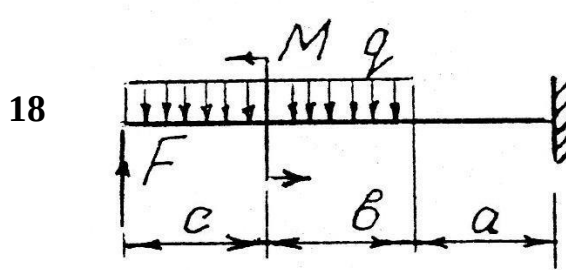
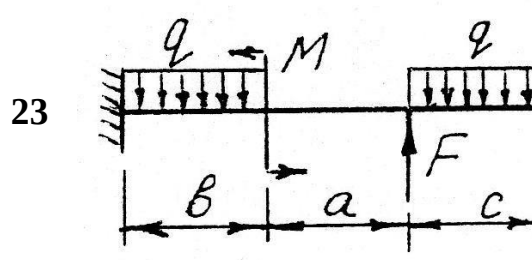
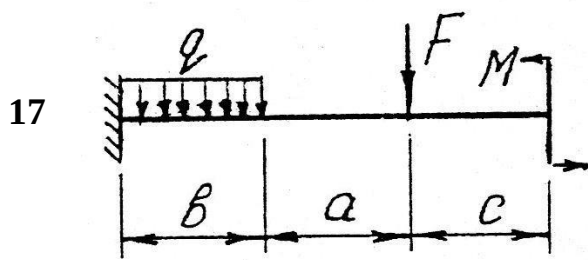
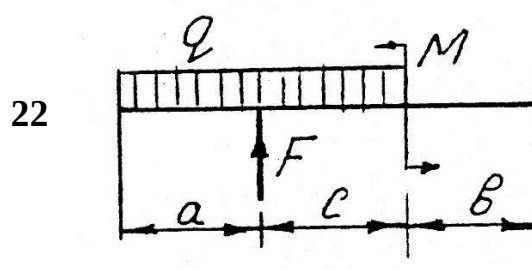
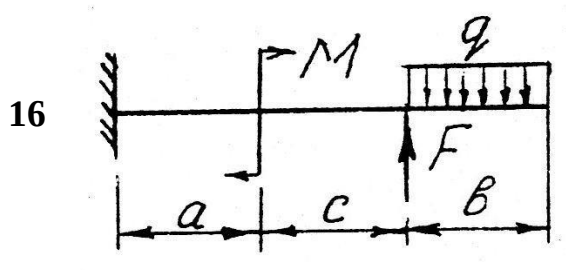
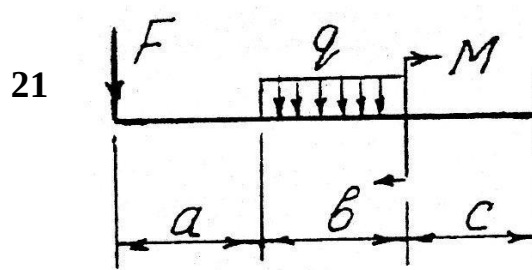
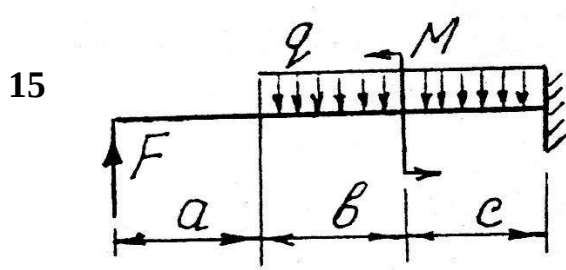
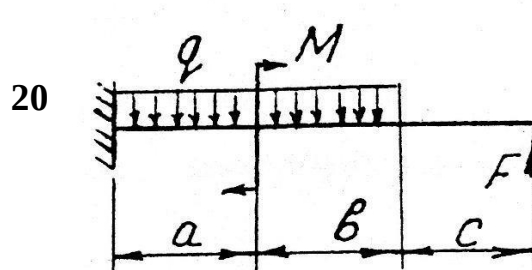
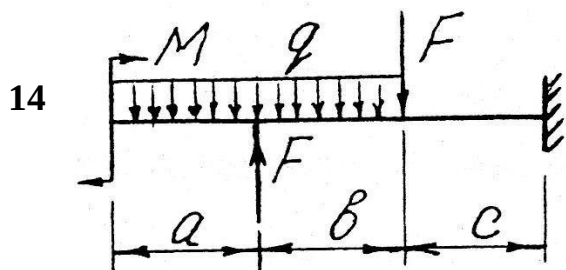
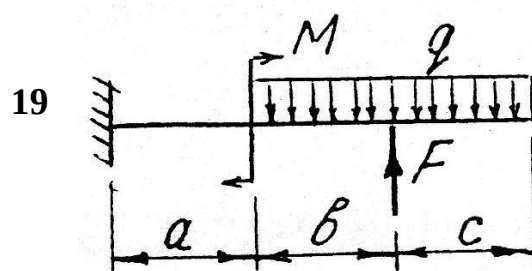
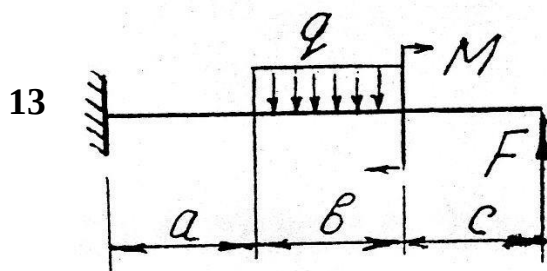
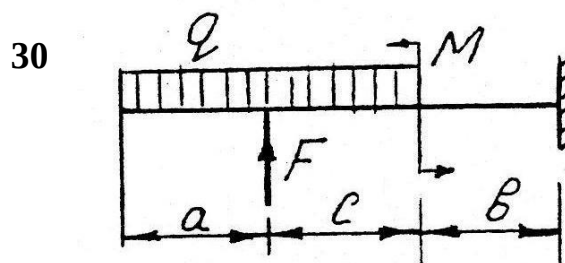
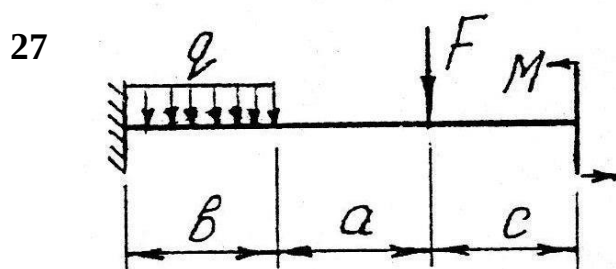
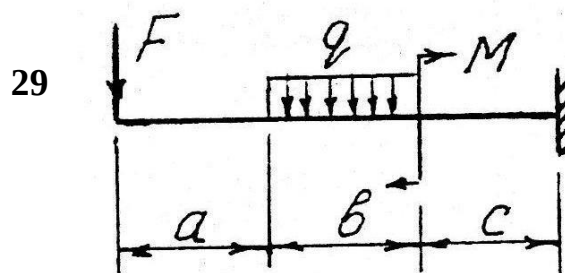
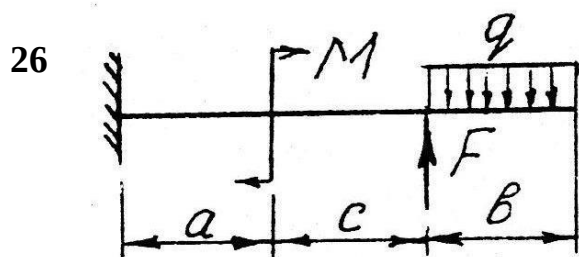
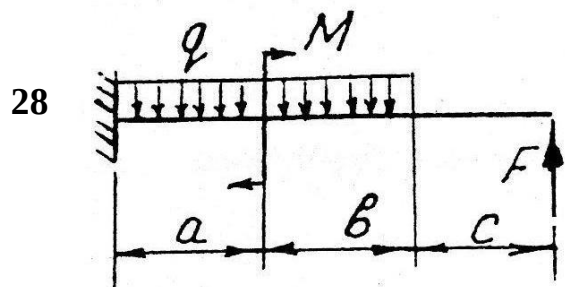
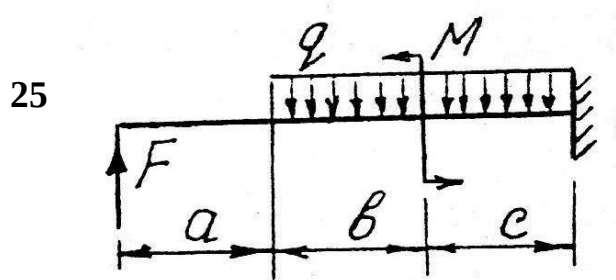


Рисунок 1 – Схеми до завдання 1



Продовження рисунка 1



Закінчення рисунка 1

Побудову епюр таких балок починають від вільного кінця балки. Побудова епюр базується на *методі перерізів*.

При побудові епюри Q і M необхідно дотримуватися правила знаків.

Якщо зовнішні сили мають повернути балку навколо перерізу за годинниковою стрілкою, то їх потрібно приймати зі знаком плюс, а якщо проти – зі знаком мінус (рис. 2).

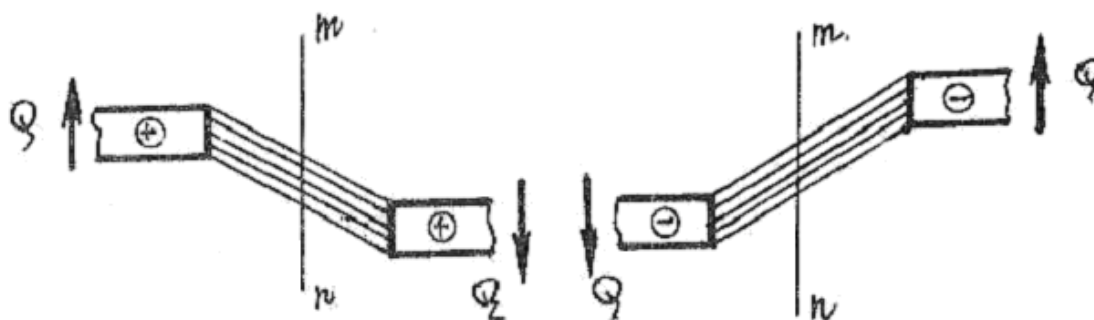


Рисунок 2 – Правило знаків для поперечних сил Q

Таблиця 1 – Вихідні дані до завдання 1

Номер	a , м	b , м	c , м	F , кН	M , кН·м	q кН/м
1	2,5	3,0	1,0	10	40	10
2	3,0	2,0	1,5	30	20	20
3	2,0	2,5	1,0	20	30	30
4	1,0	3,0	0,5	15	50	5
5	0,5	2,0	1,5	35	40	15
6	3,0	3,0	0,5	25	30	25
7	2,5	2,5	1,0	10	20	10
8	1,5	3,0	0,5	40	10	20
9	1,0	2,5	1,0	30	40	30
10	2,0	2,0	1,5	20	20	10
11	3,0	3,0	1,0	10	30	10
12	2,0	2,0	0,5	30	50	20
13	2,5	2,5	1,5	10	40	30
14	3,0	3,0	1,0	30	30	5
15	3,0	2,0	0,5	20	40	15
16	2,0	3,0	1,5	15	20	10
17	2,5	2,5	1,0	35	30	20
18	3,0	3,0	0,5	40	50	30
19	2,0	2,5	1,5	10	40	5
20	3,0	2,0	1,5	30	20	15
21	2,5	3,0	1,0	20	30	25
22	3,0	2,0	0,5	15	50	20
23	2,5	2,5	1,5	35	40	30
24	2,0	3,0	0,5	15	30	5
25	0,5	2,0	1,5	35	40	15
26	3,0	3,0	0,5	25	30	25
27	2,5	2,5	1,0	10	20	10
28	1,5	3,0	0,5	40	10	20
29	1,0	2,5	1,0	30	40	30
30	3,0	2,0	1,5	30	20	15

Правило знаків для моментів: згинальний момент вважається додатним, якщо в розглянутому перерізі балка згинається опуклістю вниз (нижні волокна розтягнуті), і від'ємним, якщо балка згинається опуклістю вгору (верхні волокна розтягнуті) (рис. 3).

Епюру згинальних моментів M будують на боці розтягнутих волокон (додатні значення відкладають від осі епюри вниз, від'ємні – вгору).

Ординати епюр Q і M відкладають під прямим кутом до базисної лінії.

Згинальні моменти на шарнірних опорах дорівнюють нулю, максимальні й мінімальні значення на епюрі M відповідають зміні знаків на епюрі Q .

При побудові епюр варто пам'ятати, що розриви на епюрах Q наявні там, де прикладені зосереджені сили (в тому числі реакції), а на епюрах M – у місцях прикладання зосереджених зовнішніх моментів.

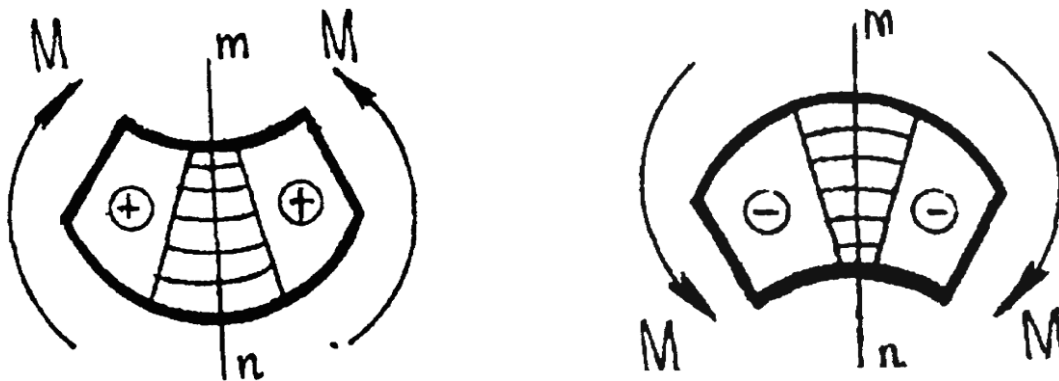


Рисунок 3 – Правило знаків для згинальних моментів M

4. Підбір поперечного перерізу двотаврової балки проводять за умови міцності при згинанні:

$$W_z \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}.$$

5. При великих згинаючих моментах трапляються випадки, коли неможливо підібрати стандартний прокатний профіль, оскільки потрібний момент опору більший, ніж є в ДСТУ 8240–89 (див. дод. А). Тоді треба прийняти балку з двох стандартних профілів, поставлених поряд, а номер профілю визначити з умови $0,5 \cdot W_z$ (де W_z знайдено шляхом розрахунку).

Завдання 2

РОЗРАХУНОК ДВОХОПОРНОЇ БАЛКИ НА ЗГИН ТА ПІДБІР ЇЇ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Для заданої балки необхідно:

- 1) визначити опорні реакції;
- 2) побудувати епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M ;
- 3) підібрати поперечний переріз балки, вважаючи, що вона виготовлена з деревини і $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$.

Методичні рекомендації до завдання 2 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 4 та вихідні дані до неї з таблиці 2.

2. Накреслити в необхідному масштабі розрахункову схему балки.

3. За допомогою рівнянь статки визначити реакції на опорах. Якщо в результаті розрахунку реакція виявиться зі знаком мінус, то напрям вибраної реакції потрібно змінити на протилежний. Для контролю правильності визначення реакції скласти рівняння рівноваги, що не було використане при розрахунку реакцій.

4. Побудувати епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M . Встановити границі ділянок завантаження з урахуванням розміщення силових факторів. Для кожної ділянки записати рівняння $Q_i = f(z_i)$ та $M_i = f(z_i)$, за допомогою яких визначити величини поперечних сил і згинальних моментів на границях ділянок. Для визначення максимального значення M_i^{max} на ділянці з рівномірно розподіленим навантаженням використати диференційну залежність

$$\frac{dM}{dz} = Q.$$

Епюри Q і M накреслити під розрахунковою схемою балки, вказати числові значення ординат на границях ділянок.

5. Виходячи з умови міцності

$$W_z \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$$

підібрати переріз балки прямокутного ($h = 2b$) і круглого профілю.

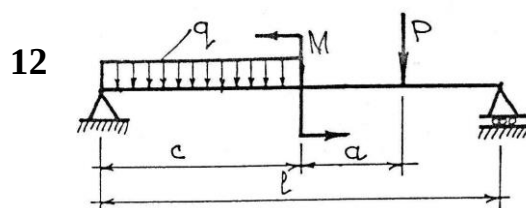
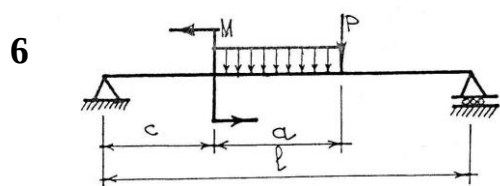
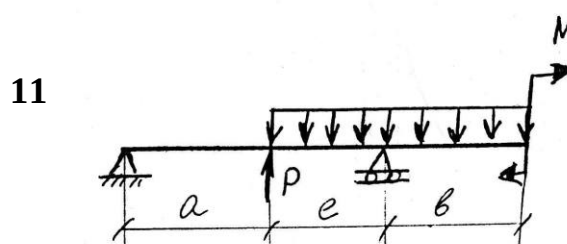
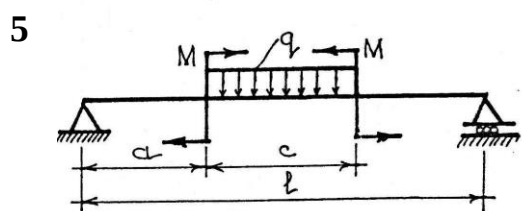
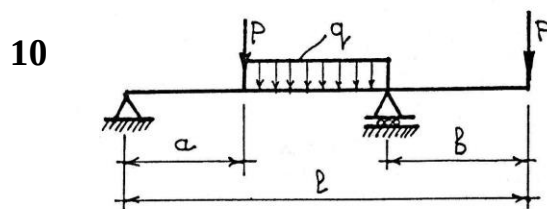
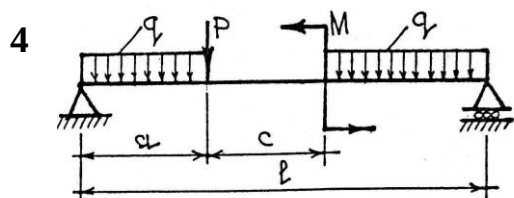
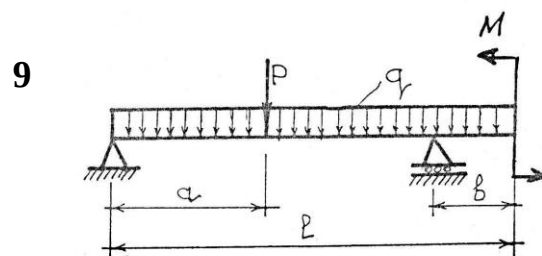
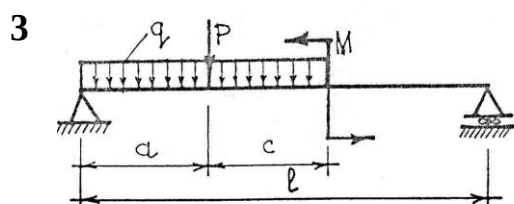
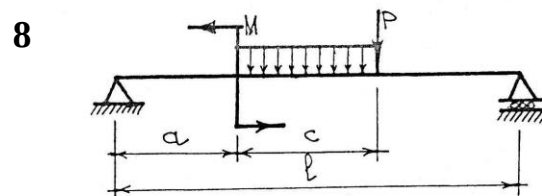
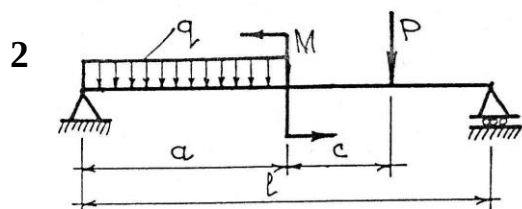
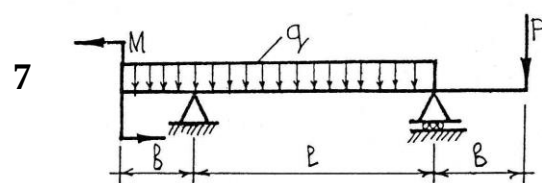
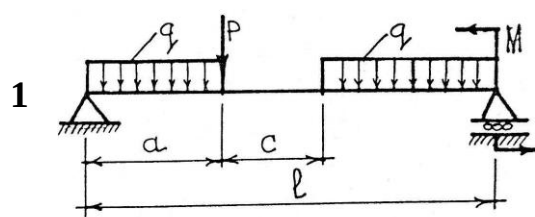
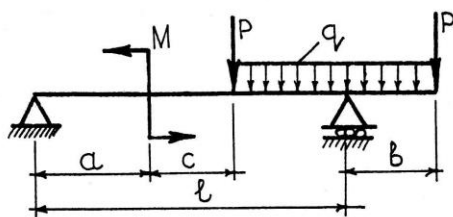
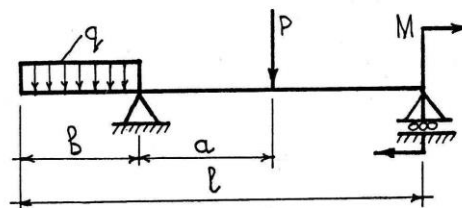


Рисунок 4 – Схеми до завдання 2

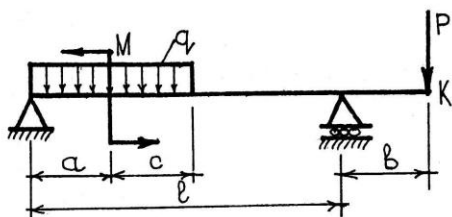
13



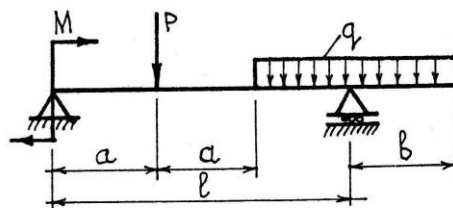
19



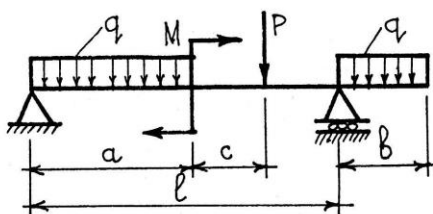
14



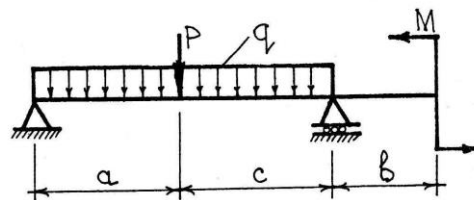
20



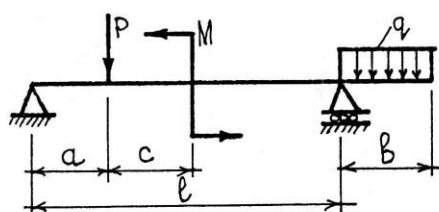
15



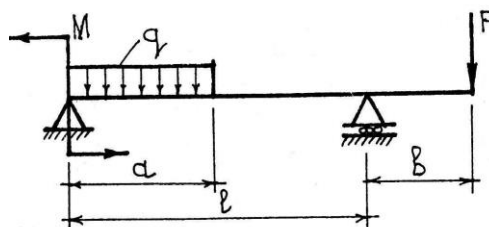
21



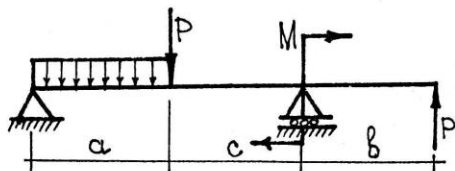
16



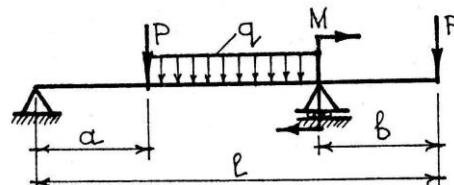
22



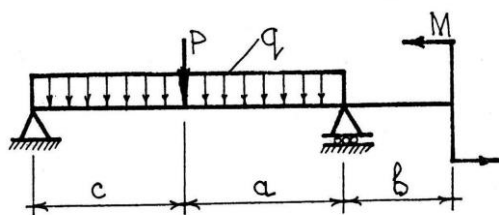
17



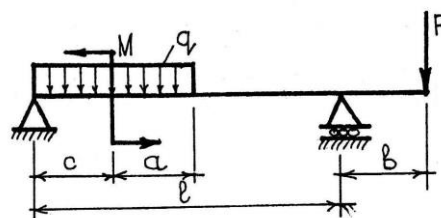
23



18

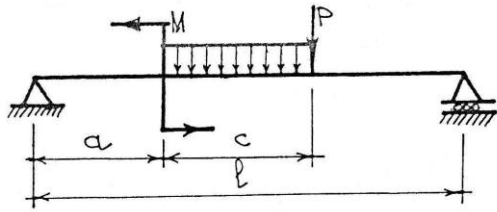


24

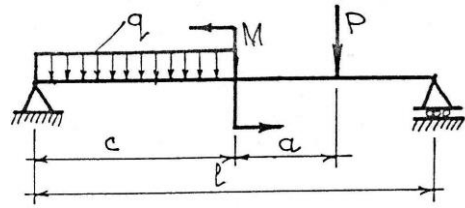


Продовження рисунка 4

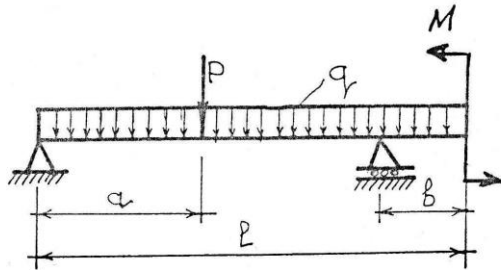
25



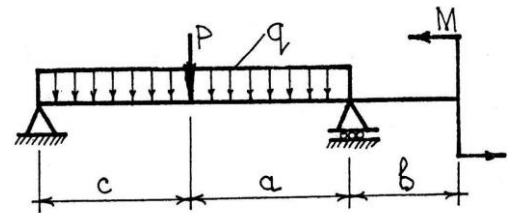
28



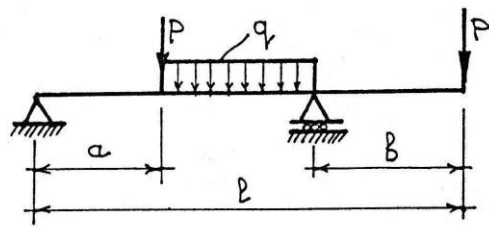
25



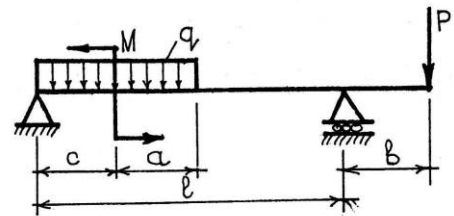
29



27



30



Закінчення рисунка 4

Таблиця 2 – Вихідні дані до завдання 2

Номер	a , м	b , м	c , м	ℓ , м	P , кН	M , кН·м	q кН/м
1	2,5	3,0	1,0	8	30	25	20
2	3,0	2,0	1,5	9	10	10	30
3	2,0	2,5	1,0	6	30	40	5
4	1,0	3,0	0,5	5	20	30	15
5	0,5	2,0	1,5	9	30	20	20
6	3,0	3,0	0,5	0	10	10	30
7	2,5	2,5	1,0	8	30	30	5
8	1,5	3,0	0,5	7	20	10	15
9	1,0	2,5	1,0	9	15	40	25
10	2,0	2,0	1,5	6	30	20	10
11	3,0	3,0	1,0	7	10	30	10
12	2,0	2,0	0,5	8	30	25	20
13	2,5	2,5	1,5	8	20	10	30
14	3,0	3,0	1,0	9	15	40	5
15	3,0	2,0	0,5	6	20	30	15
16	2,0	3,0	1,5	5	15	20	10
17	2,5	2,5	1,0	9	35	10	20
18	3,0	3,0	0,5	10	40	30	20
19	2,0	2,5	1,5	8	10	40	30
20	3,0	2,0	1,5	7	30	20	5
21	2,5	3,0	1,0	9	20	30	15
22	3,0	2,0	0,5	6	15	50	25
23	2,5	2,5	1,5	7	35	40	10
24	2,0	3,0	0,5	8	15	30	5
25	3,0	2,0	0,5	6	20	30	15
26	0,5	2,0	1,5	9	30	20	20
27	3,0	2,0	1,5	7	30	20	5
28	3,0	2,0	1,5	9	10	10	30
29	2,5	2,5	1,0	8	30	30	5
30	2,0	2,0	0,5	8	30	25	20

Завдання 3

ПОБУДОВА ЕПЮР ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ, ПОПЕРЕЧНИХ І ПОЗДОВЖНИХ СИЛ У РАМАХ

Для заданої рами потрібно:

- 1) визначити опорні реакції;
- 2) побудувати епюри згинальних моментів M , поперечних Q і поздовжніх N сил.

Методичні рекомендації до завдання 3 і порядок його виконання

1. Згідно з шифром обрати схему балки на рисунку 5 та вихідні дані до неї з таблиці 3.

2. Накреслити в масштабі розрахункову схему рами.

3. За допомогою рівнянь статки розрахувати вертикальні й горизонтальні реакції на опорах. Контроль правильності визначення реакцій проводити за рівнянням рівноваги, що не було використане при розрахунку реакцій.

4. Побудувати епюри поздовжніх і поперечних сил та згинальних моментів.

Для цього, користуючись методом перерізів, розділити раму на ділянки, встановити їх завантаження. Для кожної ділянки записати рівняння $N_i = f(z_i)$, $Q_i = f(z_i)$ і $M_i = f(z_i)$, що дозволяють визначити величини N , Q і M на границях ділянок.

Епюри N , Q і M будують на геометричній схемі рами по осях стояків і ригелів.

Умовно вважається, що спостерігач, якого позначають (*) зірочкою, розташовується всередині контуру рами.

На епюрі M знаки зазвичай не ставлять, а ординати згинальних моментів відкладають обов'язково з боку розтягнутих волокон. Епюри N і Q будують відповідно до правил.

5. Для визначення знаків Q і M потрібно користуватися правилами, наведеними для балок (див. завдання 1). Для поздовжньої сили N діє таке правило: *поздовжня сила вважається додатною при розтягненні стержня і від'ємною – при стисканні*.

6. Перевірити правильність побудови епюр N , Q і M виходячи з умови рівноваги всіх вузлів рами.

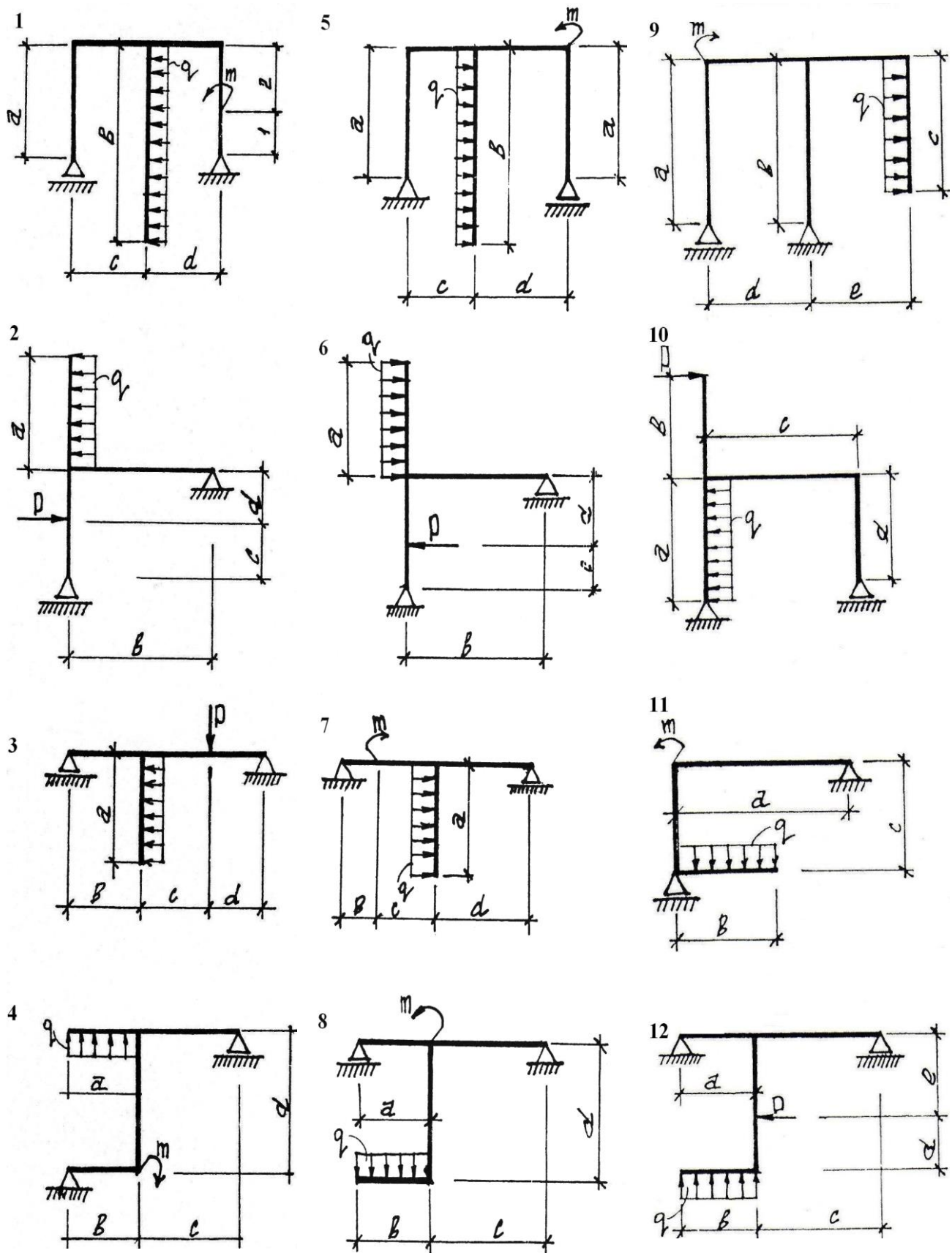
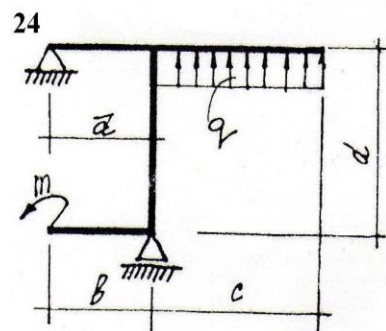
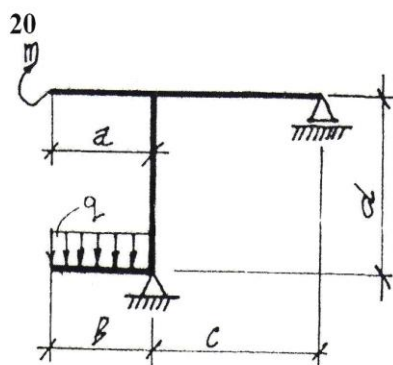
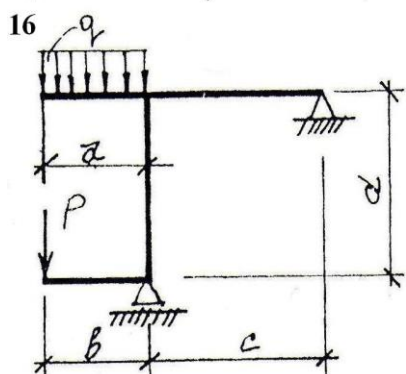
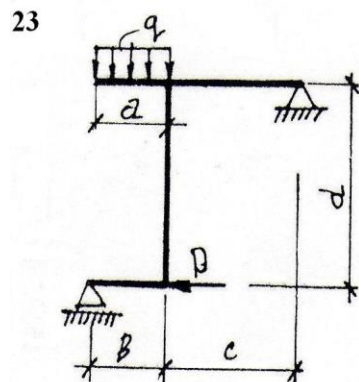
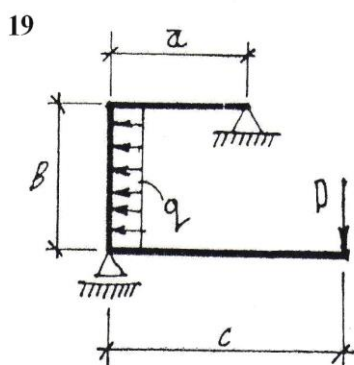
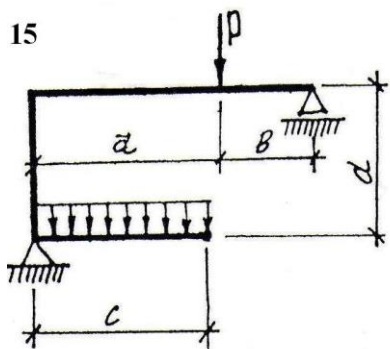
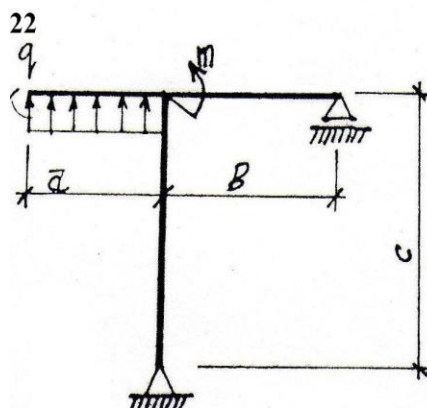
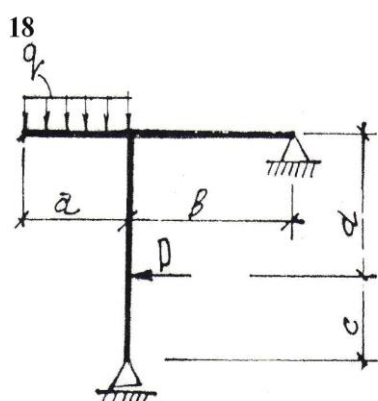
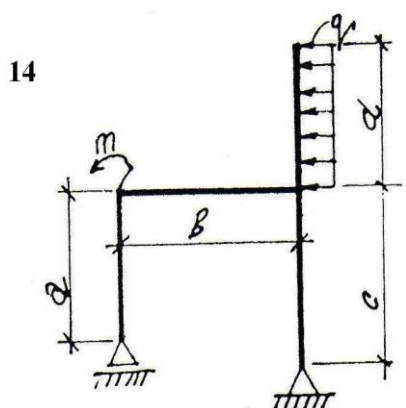
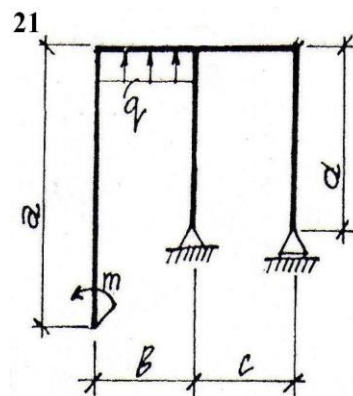
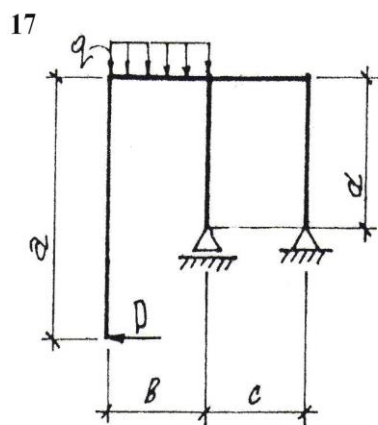
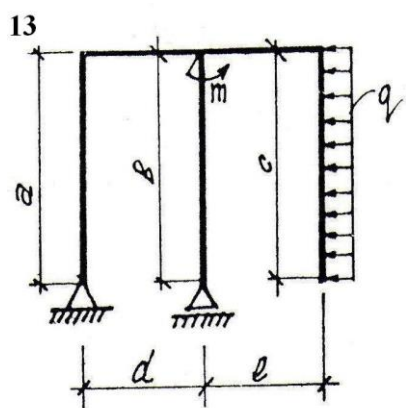
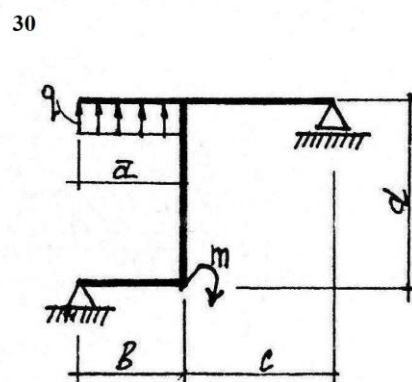
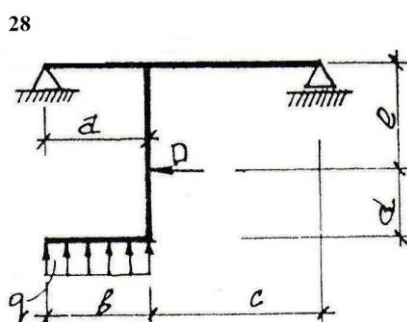
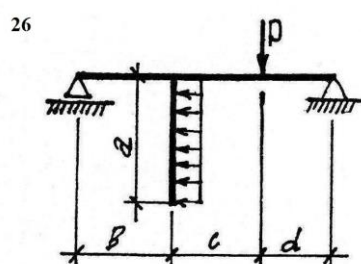
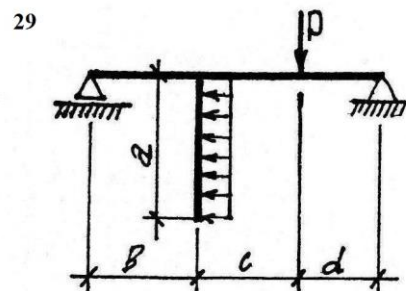
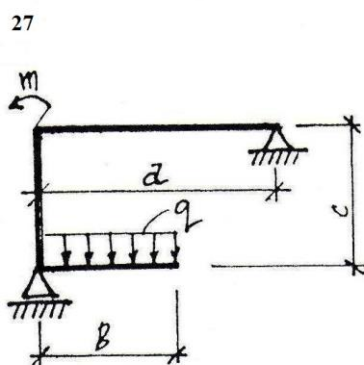
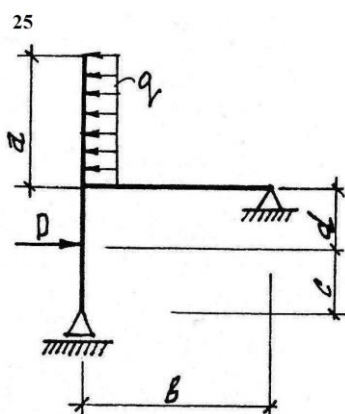


Рисунок 5 – Схеми до завдання 3



Продовження рисунка 5



Закінчення рисунка 5

Таблиця 3 – Вихідні дані до завдання 3

Номер	a , м	b , м	c , м	d , м	P , кН	m , кН·м	q , кН/м
1	2,0	2,5	0,5	1,0	30	25	20
2	1,0	3,0	1,0	1,0	10	10	30
3	0,5	2,0	0,5	1,5	30	40	5
4	3,0	3,0	1,0	1,0	20	30	15
5	2,5	2,5	1,5	1,0	30	20	20
6	1,5	3,0	0,5	1,5	10	10	30
7	1,0	2,5	1,0	1,0	30	30	5
8	2,0	3,0	0,5	0,5	20	10	15
9	1,0	2,5	1,0	1,5	15	40	25
10	2,0	2,0	1,5	0,5	30	20	10
11	3,0	3,0	1,0	1,5	10	30	10
12	2,0	2,5	0,5	1,0	30	25	20
13	2,5	3,0	1,5	0,5	20	10	30
14	2,0	2,0	1,0	1,5	15	40	5
15	1,0	3,0	0,5	0,5	20	30	15
16	0,5	2,5	0,5	1,5	15	20	10
17	3,0	2,5	1,0	1,0	35	10	20
18	2,5	3,0	0,5	0,5	40	30	20
19	1,5	2,5	1,0	1,5	10	40	30
20	1,0	2,0	1,5	1,0	30	20	5
21	2,0	3,0	1,0	0,5	20	30	15
22	3,0	2,0	0,5	1,5	15	50	25
23	2,5	2,5	1,5	1,0	35	40	10
24	2,0	3,0	0,5	0,5	15	30	5
25	1,0	3,0	1,0	1,0	10	10	30
26	2,5	2,5	1,5	1,0	30	20	20
27	2,0	3,0	0,5	0,5	20	10	15
28	2,0	2,5	0,5	1,0	30	25	20
29	1,0	3,0	0,5	0,5	20	30	15
30	1,0	2,0	1,5	1,0	30	20	5

З ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

Приклад 1.

Побудувати епюру внутрішніх зусиль для балки, наведеної на рисунку 6, а і визначити максимальні значення зусиль, що діють у балці, якщо $F = 40$ кН.

Розв'язання.

Для побудови епор поперечної сили Q і згинального моменту M розраховуємо опорні реакції балки. Розрахунок починаємо з визначення реакцій R_A і R_B балки, яка є однопрогонною. При визначенні опорних реакцій потрібно використовувати раціональні рівняння рівноваги, тобто такі, щодо яких стосується лише одна невідома реакція:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= R_B \cdot 6,4 - F \cdot 2,4 = 0; \\ R_B &= \frac{F \cdot 2,4}{6,4} = \frac{40 \cdot 2,4}{6,4} = 15 \text{ кН}; \\ \sum M_B &= -R_A \cdot 6,4 + F \cdot 4 = 0; \\ R_A &= \frac{F \cdot 4}{6,4} = \frac{40 \cdot 4}{6,4} = 25 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Для перевірки візьмемо суму проєкцій сил на вісь y :

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0; \\ \sum F_y &= R_A - F + R_B = \\ &= 25 - 40 + 15 = 0.\end{aligned}$$

Перед побудовою епор внутрішніх сил балку розіб'ємо на ділянки. Межами ділянок повинні бути точки прикладання зосереджених сил і моментів, початок і кінець розподілених навантажень.

У цьому прикладі на балці таких ділянок дві. Правила знаків для визначення внутрішніх зусиль наведені на рисунках 2 і 3.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил, які дорівнюють алгебраїчній сумі проєкцій лівих (правих) сил на нормаль до осі балки.

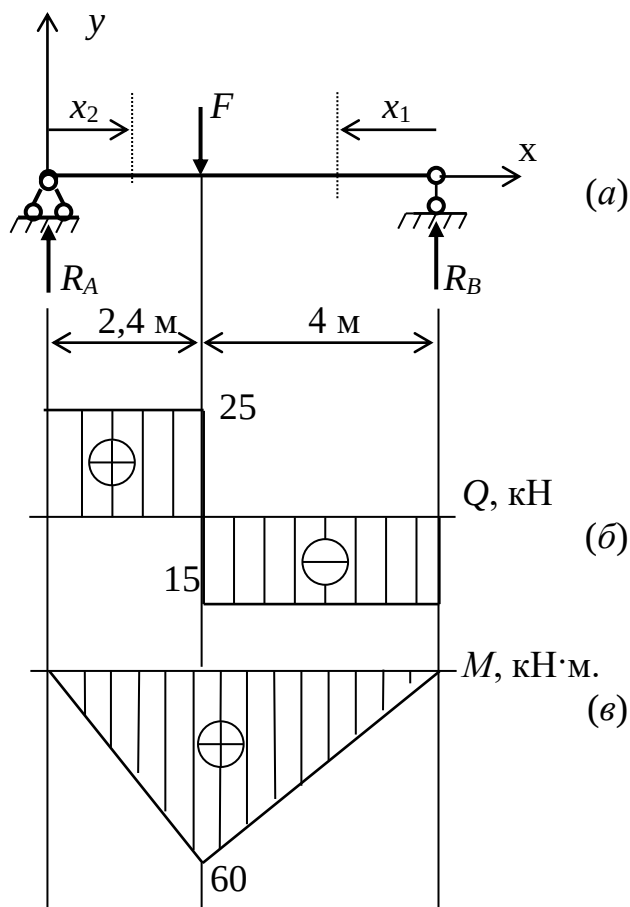


Рисунок 6 – Розрахункова схема та епюри внутрішніх зусиль Q і M

Для цієї балки перерізи потрібно проводити двічі, на кожній ділянці окремо. Потім розглядати ту частину умовно перерізаної балки, на якій діє менше зовнішніх сил. Для перерізів на ділянках

$$0 \leq z_1 \leq 4 \text{ м}, \quad Q(z_1) = -R_B = -15 \text{ кН},$$

$$0 \leq z_2 \leq 2,4 \text{ м}, \quad Q(z_2) = R_A = 25 \text{ кН}.$$

За одержаними значеннями (рис. 6, б) побудовано епюру поперечної сили Q .

Побудову епюри згинальних моментів виконуємо аналогічно. Згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів лівих (правих) сил відносно центру ваги перерізу.

Для цієї балки:

$$\begin{aligned} 0 \leq z_1 \leq 4 \text{ м} \quad & M(x_1) = R_B \cdot z_1 = 15x_1, \\ & M(x_1 = 0) = 0, \quad M(x_1 = 4) = 15 \cdot 4 = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ 0 \leq z_2 \leq 2,4 \text{ м} \quad & M(x_2) = R_A \cdot z_2 = 25x_2, \\ & M(x_2 = 0) = 0, \quad M(z_2 = 2,4) = 25 \cdot 2,4 = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

З'єднуємо отримані точки та будуємо епюру, наведену на рисунку 6, в.

Відповідь: $Q_{\max} = 25 \text{ кН}$, $M_{\max} = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Приклад 2. Для балки (рис. 7) необхідно: визначити опорні реакції, побудувати епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M ; підібрати поперечний переріз.

Розв'язання.

1. Для визначення опорних реакцій записуємо рівняння статичної рівноваги:

$$\begin{aligned} \sum F_z = 0 &\Rightarrow H_A = 0, \\ \sum M_A = F \cdot 3,0 - q \cdot 5,0 \cdot 2,5 - M + R_B \cdot 5,0 = 0 &\Rightarrow \\ R_B = \frac{-20 \cdot 3,0 + 20 \cdot 5,0 \cdot 2,5 + 30}{5,0} &= 44 \text{ кН}, \\ \sum M_B = F \cdot 8,0 - R_A \cdot 5,0 + q \cdot 5,0 \cdot 2,5 - M &\Rightarrow \\ R_A = \frac{20 \cdot 8,0 + 20 \cdot 5,0 \cdot 2,5 - 30}{5,0} &= 76 \text{ кН}. \end{aligned}$$

При від'ємному значенні реакції варто змінити її напрям на протилежний і надалі вважати додатним.

Перевіряємо, чи виконується рівняння $\sum F_y = 0$:

$$-F + R_A - q \cdot 5,0 + R_B = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 + 44 = 0,$$

тобто опорні реакції знайдені правильно.

2. Для визначення внутрішніх силових факторів Q і M розіб'ємо балку на три ділянки і розглянемо перерізи 1-1, 2-2, 3-3 на них. Відкидаємо праві частини балки для перерізів 1-1 і 2-2 (ліву – для перерізу 3-3) і розглядаємо рівновагу лівої (правої) частини, що залишилась.

Переріз 1-1 (ділянка 1), $0 \leq z_1 \leq 3,0$ м.

З умови рівноваги $\Sigma F_y = 0$ для лівої частини балки одержимо:

$$Q_1 = -F = -20 \text{ кН.}$$

Із одержаного розв'язку можна зробити висновок, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою, паралельною базовій лінії.

Згинальні моменти на першій ділянці одержимо, взявши суму моментів зовнішніх сил зліва від перерізу 1-1:

$$M_1 = -F \cdot z_1.$$

З наведеної рівності випливає, що моменти змінюються за лінійним законом. Відповідну епюру одержимо:

при $z_1 = 0$ $M_1 = 0$;

при $z_1 = 3,0$ м $M_1 = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

Переріз 2-2 (ділянка 2) $3,0 \text{ м} \leq z_2 \leq 8,0$ м.

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q_2 = -F + R_A - q(z_2 - 3,0)$$

і змінюється за лінійним законом так:

при $z_2 = 3,0$, $Q_2 = -F + R_A = -20 + 76 = 56 \text{ кН};$

$z_2 = 8,0$ м $Q_2 = -F + R_A - q \cdot 5,0 = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 = -44 \text{ кН.}$

Згинальний момент у перерізі 2-2 визначається рівнянням

$$M_2 = -F \cdot z_2 + R_A(z_2 - 3,0) - q \frac{(z_2 - 3,0)^2}{2}$$

і змінюється за законом квадратної параболи так:

при $z_2 = 3,0$ м $M_2 = -F \cdot 3,0 = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м};$

при $z_2 = 8,0$ м

$$M_2 = -F \cdot 8 + R_A \cdot 5,0 - q \frac{5,0^2}{2} = -20 \cdot 8,0 + 76 \cdot 5,0 - \frac{5,0^2}{2} = -30 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Максимальний згинальний момент міститься в перерізі, де поперечна сила $Q_2 = 0$. Виходячи з цього одержуємо:

$$Q_2 = -F + R_A - q \cdot (z_2 - 3,0) = -20 + 76 - 20(z_2 - 3,0) = 0 \Rightarrow z_2 = 5,8 \text{ м.}$$

Максимальний згинальний момент розміщується в перерізі на відстані 5,8 м від лівого кінця балки:

$$\begin{aligned} M_2^{max} &= -F \cdot 5,8 + R_A \cdot (5,8 - 3,0) - q \cdot \frac{(5,8 - 3,0)^2}{2} = \\ &= -20 \cdot 5,8 + 76 \cdot 2,8 - 20 \cdot \frac{2,8^2}{2} = 18,4 \text{ кН} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Переріз 3-3 (ділянка 3) $0 \leq z_2 \leq 1,0$ м.

Поперечна сила на цій ділянці $Q_3 = 0$.

Згинальний момент у перерізі 3-3: $M_3 = -M = -30$ кН·м.

Згинальний момент на цій ділянці постійний і має від'ємне значення (спричиняє розтягнення верхніх волокон балки).

За одержаними значеннями Q і M на границях ділянок будуємо епюри.

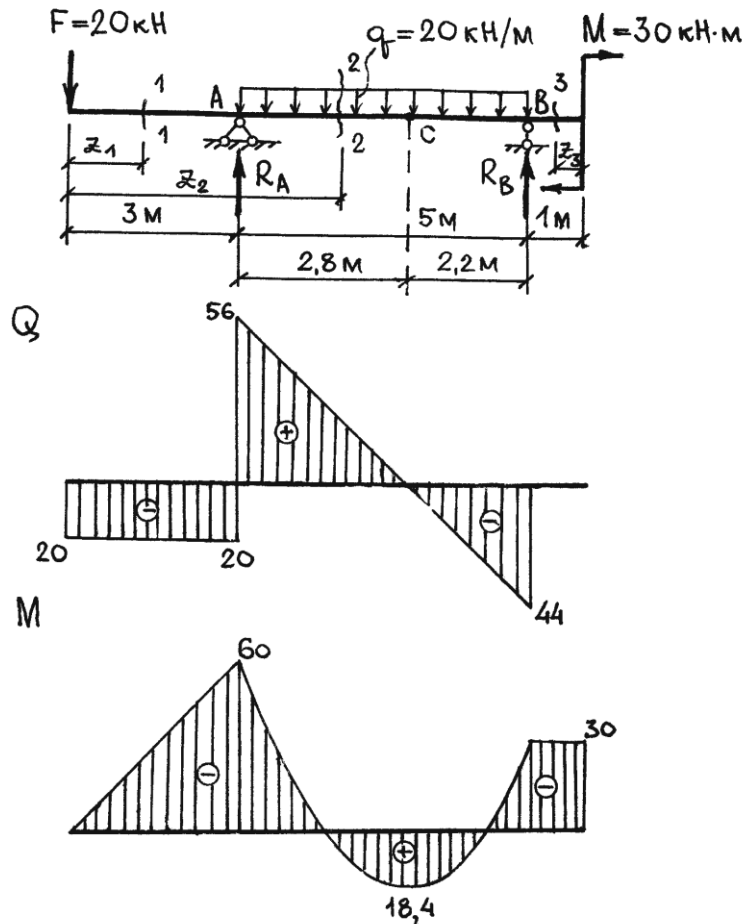


Рисунок 7 – Епюри Q і M для балки, наведеної в прикладі 2

3. Поперечний переріз балки підбираємо за максимальним по модулю значенням згинаючого моменту, яке дорівнює 60 кН·м.

Стальна балка двотаврового профілю. Вважаючи, що

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2},$$

$$\text{знайдемо } W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 100 (\text{см})}{16 \left(\frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \right)} = 375 \text{ см}^3.$$

За таблицею ДСТУ 8239-89 вибираємо двотавр № 27 (дод. Б), для якого $W_z = 371 \text{ см}^3$, оскільки $\left| \frac{375 - 371}{375} \right| \cdot 100\% = 1,1\% < 2\%$.

Дерев'яна балка прямокутного профілю. Вважаючи, що $[\sigma] = 10 \text{ МПа} = 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ і $h = 2b$, знайдемо:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 100}{1} = 6000 \text{ см}^3.$$

Момент опору прямокутного перерізу

$$\frac{h}{b} = 2, \quad W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b \cdot (2b)^2}{6} = \frac{4b^3}{6}.$$

Отже, одержимо:

$$\frac{4b^3}{6} \geq 6000 \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 6000}{4}} = 20,8 \text{ см}.$$

Дерев'яна балка круглого профілю. Вважаючи, що $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$, знайдемо $W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 100}{1} = 6000 \text{ см}^3$.

Момент опору для круглого перерізу:

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32}, \quad \text{отже} \quad \frac{\pi d^3}{32} \geq 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3 \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6 \cdot 10^3}{3,14}} = 39,4 \text{ см}.$$

Приклад 3. Для рами (рис. 8) визначити опорні реакції, побудувати епюри поперечних і поздовжніх сил, а також згинальних моментів.

Розв'язання.

1. Визначаємо опорні реакції, користуючись рівняннями статичної рівноваги:

$$\Sigma F_z = q \cdot 2,0 - F - H_B = 20 \cdot 2,0 - 10 - H_B = 0 \Rightarrow$$

$$H_B = 30 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_A = -q \cdot 2,0 \cdot 1,0 - M + R_B \cdot 3,0 - H_B \cdot 2,0 =$$

$$= -20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 - 50 + R_B \cdot 3,0 - 30 \cdot 2,0 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 + 30 \cdot 2,0}{3,0} = 50 \text{ кН}.$$

$$\Sigma M_B = -q \cdot 2,0 \cdot 3,0 - M + F \cdot 2,0 + R_A \cdot 3,0 =$$

$$= -20 \cdot 2,0 \cdot 3,0 - 50 + 10 \cdot 2,0 + R_A \cdot 3,0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 2,0 \cdot 3,0 + 50 - 10 \cdot 2,0}{3,0} = 50 \text{ кН}.$$

Одержані величини опорних реакцій мають додатні значення, тобто їх напрями співпадають з прийнятими.

Перевірка.

$$\Sigma F_y = 0; \quad -R_A + R_B = -50 + 50 = 0.$$

Опорні реакції знайдені правильно.

2. Для визначення Q , N і M користуємось методом перерізів. Розбиваємо раму на чотири ділянки і розглядаємо перерізи 1-1, 2-2, 3-3, 4-4 на них. Для всіх перерізів поперечну силу Q знаходимо з рівняння проєкцій сил на осі, перпендикулярних до відповідних стояків і ригелів, поздовжню

силу N – із рівняння проєкцій сил на осі, паралельних відповідним стоякам і ригелям, згинальний момент M – із рівняння суми моментів від усіх сил, що діють на залишену частину, відносно центру ваги відповідних перерізів.

Переріз 1-1 (ділянка 1), $0 \leq z_1 \leq 2,0$ м.

$$\text{Отримаємо: } Q_1 = -q \cdot z_1; \quad N = R_A; \quad M_1 = -\frac{q \cdot z_1^2}{2}.$$

На цій ділянці поперечна сила змінюється за лінійним законом, поздовжня сила має постійне значення і розтягує стержень, а згинальний момент змінюється за законом квадратної параболи так:

$$\text{при } z_1 = 0 \quad Q_1 = 0, \quad N_1 = R_A = 50 \text{ кН}, \quad M_1 = 0;$$

$$\text{при } z_1 = 2,0 \text{ м} \quad Q_1 = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН}, \quad N_1 = R_A = 50 \text{ кН},$$

$$M_1 = -\frac{q \cdot 2,0^2}{2} = -\frac{20 \cdot 2,0^2}{2} = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Переріз 2-2 (ділянка 2), $0 \leq z_2 \leq 3,0$ м,

$$Q_2 = -R_A; \quad N_2 = -q \cdot 2,0, \quad M_2 = -R_A \cdot z_2 - q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M.$$

На цій ділянці поперечна сила має постійне значення; поздовжня сила також; згинальний момент змінюється за лінійним законом так:

$$\text{при } z_2 = 0 \quad Q_2 = -R_A = -50 \text{ кН}, \quad N_2 = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН},$$

$$M_2 = -q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M = -20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } z_2 = 3,0 \text{ м} \quad Q_2 = -R_A = -50 \text{ кН},$$

$$N_2 = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН},$$

$$M_2 = -R_A \cdot 3,0 - q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M = -50 \cdot 3,0 - 20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 = -140 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Переріз 3-3 (ділянка 3) $0 \leq z_3 \leq 2,0$ м:

$$Q_3 = H_B, \quad N_3 = -R_B, \quad M_3 = -H_B \cdot z_3.$$

Поперечна і поздовжня сили на цій ділянці мають постійне значення; згинальний момент змінюється за лінійним законом так:

$$\text{при } z_3 = 0 \quad Q_3 = H_B = 30 \text{ кН}; \quad N_3 = -R_B = -50 \text{ кН}; \quad M_3 = 0;$$

$$\text{при } z_3 = 2,0 \text{ м} \quad Q_3 = H_B = 30 \text{ кН}, \quad N_3 = -R_B = -50 \text{ кН},$$

$$M_3 = -H_B \cdot 2,0 = -30 \cdot 2,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Переріз 4-4 (ділянка 4) $2,0 \text{ м} \leq z_4 \leq 4,0 \text{ м},$

$$Q_4 = H_B + F; \quad N_4 = -R_B; \quad M_4 = -H_B \cdot z_4 - F \cdot (z_4 - 2).$$

На цій ділянці поперечна і поздовжня сили мають постійне значення; згинальний момент змінюється за лінійним законом так:

$$\text{при } z_4 = 2,0 \text{ м} \quad Q_4 = H_B + F = 30 + 10 = 40 \text{ кН}, \quad N_4 = -R_B = -50 \text{ кН},$$

$$M_4 = -H_B \cdot 2,0 = -30 \cdot 2,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } z_4 = 4,0 \text{ м} \quad Q_4 = H_B + F = 30 + 10 = 40 \text{ кН}, \quad N_4 = -R_B = -50 \text{ кН},$$

$$M_4 = -H_B \cdot 4,0 - F \cdot 2,0 = -30 \cdot 4,0 - 10 \cdot 2,0 = -140 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За одержаними значеннями Q , N і M будуюмо епюри, беручи до уваги знаки знайдених величин.

При побудові епюр Q , N додатний напрям ординат обираємо зверху (тобто назовні контуру рами), при побудові епюри M – знизу, бо ця епюра будується на розтягнутих волокнах.

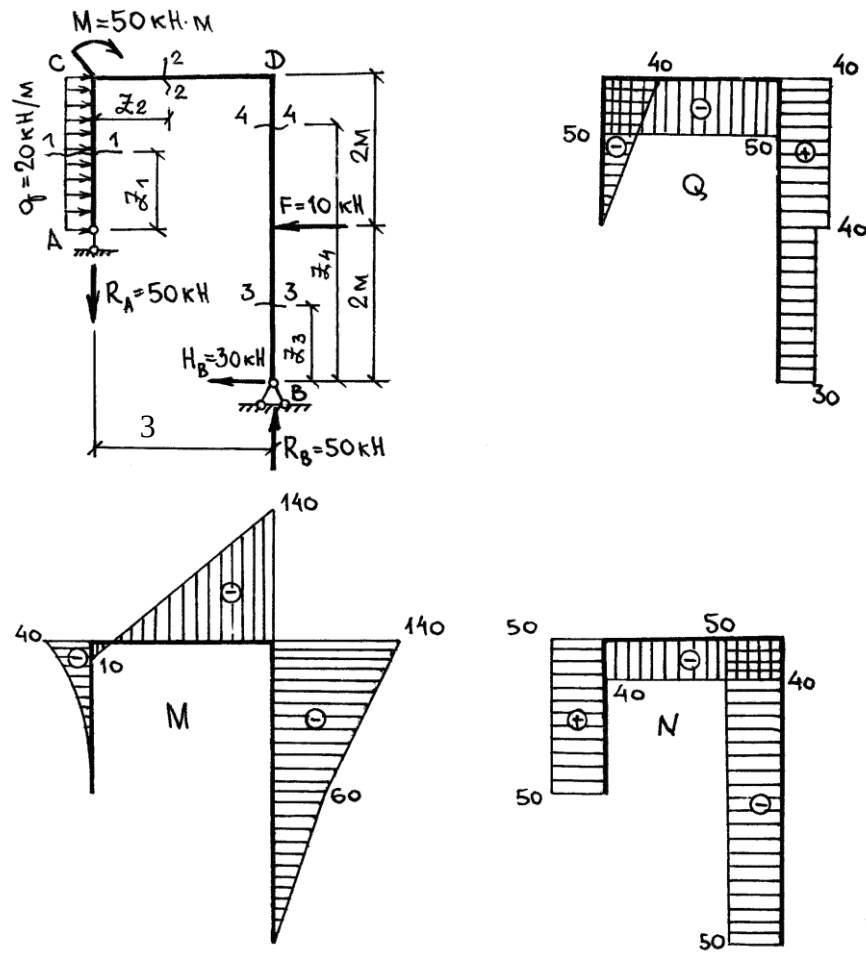


Рисунок 8 – Епюри Q , N і M для рами, наведеної у прикладі 3

3. Як зрозуміло з прикладу, розрахунок рами пов'язаний з великими обчисленнями, що може призвести до помилкових результатів, тому знайдені значення Q , N і M необхідно перевірити за допомогою рівнянь, які не використовувалися вище.

Перевірку правильності знайдених значень Q , N і M проводять за умови рівноваги усіх вузлів рами. Для цього потрібно вирізати вузли C і D , прикласти в перерізах вузлів зусилля Q , N і M з напрямками, що відповідають правилу знаків (рис. 9, а, б).

Вузол С. Особливістю цього вузла є наявність у ньому зовнішнього моменту $M = 50 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Прикладаємо його до вузла. Складаємо три умови рівноваги (рис. 9, а):

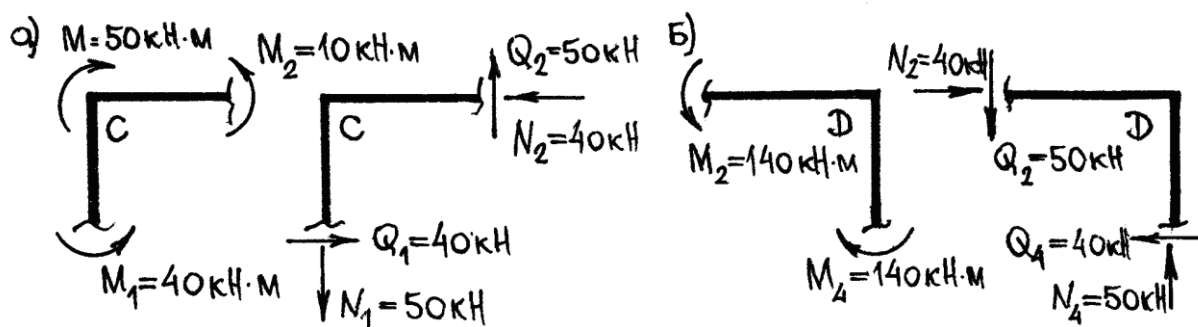


Рисунок 9 – Вузли С і D із зусиллями, що діють в їх перерізах

$$\Sigma M_C = M_1 + M_2 - M = 40 + 10 - 50 = 0;$$

$$\Sigma F_z = Q_1 - N_2 = 40 - 40 = 0;$$

$$\Sigma F_y = -N_1 + Q_2 = -50 + 50 = 0.$$

Усі рівняння задовольняють вимоги рівноваги, тобто вузол перебуває в рівновазі.

Вузол D. Рівняння рівноваги для цього вузла (рис. 9, б):

$$\Sigma M_D = M_2 - M_4 = 140 - 140 = 0;$$

$$\Sigma F_z = N_2 - Q_4 = 40 - 40 = 0;$$

$$\Sigma F_y = -Q_2 + N_4 = -50 + 50 = 0.$$

Вузол D також перебуває в рівновазі.

Можна зробити висновок, що зусилля Q, N і M визначено правильно.

4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОГО ЗАВДАННЯ

За розрахунково-графічну роботу (РГР) студент отримує максимальну оцінку, якщо вона виконана у відведений термін (3 тижні з моменту видачі завдання), із використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить аналіз отриманих результатів.

У разі виконання РГР без використання комп'ютера або затримки виконання на 2 тижні (з використанням комп'ютера) студент отримує 90 % від максимальної оцінки. При виконанні РГР із затримкою більш ніж на 2 тижні студент отримує 80 % від максимальної оцінки, а із затримкою більше місяця – 60 % від максимальної оцінки.

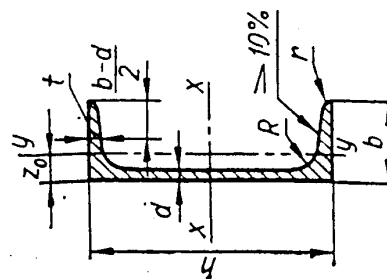
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Шпачук В. П. Опір матеріалів. Частина 1. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при базових навантаженнях [Електрон. ресурс] : конспект лекцій для студентів 1–2 курсів денної та заочної форм навчання за спеціальностями 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 185 – Нафтогазова інженерія та технології / В. П. Шпачук, О. О. Чупринін, Н. В. Серeda, В. О. Складаров ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 115 с. – Режим доступу: <http://eprints.kname.edu.ua/52665/>, вільний (дата звернення: 21.03.2024). – Назва з екрана.

2. Шпачук В. П. Опір матеріалів. Частина 2. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при складних навантаженнях [Електрон. ресурс] : конспект лекцій з дисциплін «Опір матеріалів», «Опір матеріалів та будівельна механіка», «Основи теорії споруд» для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 6.060101 «Будівництво», 6.060102 «Архітектура», 6.060103 «Гідротехніка (Водні ресурси)» / В. П. Шпачук, Л. С. Андрієвська, Н. В. Серeda, О. О. Чупринін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – 93 с. – Режим доступу: <http://eprints.kname.edu.ua/36721/>, вільний (дата звернення: 21.03.2024). – Назва з екрана.

ДОДАТОК А

Швелер и (за ДСТУ 8240—89)



Позначення:

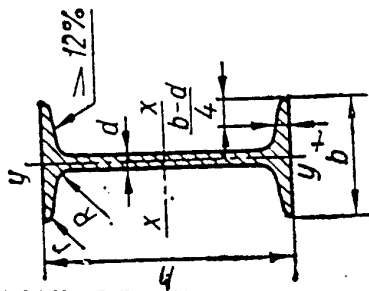
h — висота швелера;
 b — ширина полиці;
 d — товщина стінки;
 t — середня товщина полиці;
 J — момент інерції;

W — момент опору;
 i — радіус інерції;
 S — статичний момент півперерізу;
 z_0 — відстань від осі y до зовнішньої грані стінки

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу F , cm^2	J_x , cm^4	W_x , cm^3	i_x , cm	$S_{x'}$, cm^3	$J_{y'}$, cm^4	$W_{y'}$, cm^3	$i_{y'}$, cm	z_0 , cm	Маса l , кг
	h	b	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

ДОДАТОК Б

Балки двотаврові (за ДСТУ 8239—89)



Позначення:

h — висота балки;
 b — ширина полиці;
 d — товщина стінки;
 t — середня товщина полиці;

J — момент інерції;
 W — момент опору;
 i — радіус інерції;
 S — статичний момент півперерізу

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу F , см^2	$J_{x'}$, см^4	$W_{x'}$, см^3	$i_{x'}$, см	$S_{x'}$, см^3	$J_{y'}$, см^4	$W_{y'}$, см^3	$i_{y'}$, см	Маса m , кг
	a	h	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

Методичні рекомендації і завдання
для проведення практичних занять, виконання контрольних
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи
«ЗГІН БАЛОК ТА РАМ»

з курсу **«ОПР МАТЕРІАЛІВ»**

*(для здобувачів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського)
рівня вищої освіти зі спеціальностей 185 – Нафтогазова інженерія та
технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія,
194 – Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології)*

Укладачі: **ШПАЧУК** Володимир Петрович,
ЧУПРИНІН Олександр Олексійович,
ГАРБУЗ Алла Олегівна,
СКЛЯРОВ В'ячеслав Олександрович,
СУПРУН Тетяна Олександрівна

Відповідальний за випуск *В. П. Шпачук*
Редактор *О. А. Норик*
Комп'ютерне верстання *О. О. Чупринін*

План 2023, поз. 101М

Підп. до друку 24.04.2024. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 1,9.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.