

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**

до організації самостійної роботи та проведення практичних занять  
із навчальної дисципліни

**«ПРОЄКТУВАННЯ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ»**

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти  
всіх форм навчання зі спеціальності  
192 – Будівництво та цивільна інженерія,  
освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво»)*

**Харків  
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова  
2025**

Методичні рекомендації до організації самостійної роботи та проведення практичних занять із навчальної дисципліни «Проектування висотних будівель» (для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія, освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : Д. Г. Петренко, А. В. Набока, О. О. Петрова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 39 с.

Укладачі:      канд. техн. наук, доцент Д. Г. Петренко,  
                      канд. техн. наук, доцент А. В. Набока,  
                      канд. техн. наук, доцент О. О. Петрова

#### Рецензент

**С. М. Золотов**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних конструкцій Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою будівельних конструкцій, протокол № 8 від 16.01.2025*

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 РОЗРАХУНОК СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ БУДІВЛІ.....	5
1.1 Приклад оцінки статичної стійкості будівлі.....	9
2 ДИНАМІЧНА СТІЙКІСТЬ.....	19
2.1 Приклад оцінки динамічної стійкості будівлі.....	27
3 ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ.....	34
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	38

## ВСТУП

Навчальна дисципліна «Проектування висотних будівель» є однією з ключових у підготовці фахівців галузі цивільного будівництва та архітектури. Вона охоплює широкий спектр питань, пов'язаних із проектуванням складних висотних об'єктів з урахуванням конструктивних, інженерних, нормативних та безпекових вимог. Особливу роль у засвоєнні дисципліни відіграють практичні заняття та самостійна робота, що сприяють закріпленню теоретичних знань і розвитку навичок інженерного аналізу.

Ці методичні рекомендації укладено з метою забезпечення ефективної організації навчального процесу, надання методичних рекомендацій щодо виконання типових завдань, а також формування у студентів здатності самостійно приймати конструктивні рішення. Основна увага приділена аналізу стійкості висотних будівель – як у статичному, так і в динамічному аспектах.

У першому розділі розглядається методика розрахунку статичної стійкості будівлі, зокрема приклад її практичного застосування. Другий розділ присвячено аналізу динамічної стійкості, яка є важливим фактором при дії вітрових, сейсмічних та інших змінних навантажень. Третій розділ охоплює особливі випадки, що потребують нестандартного інженерного підходу.

Запропоновані матеріали зорієнтовані на здобувачів вищої освіти, які навчаються за спеціальностями архітектурно-будівельного спрямування та мають на меті підвищення рівня професійної підготовки, практичної обґрунтованості проектних рішень і здатності працювати в умовах складних конструктивних систем висотного будівництва.

# 1 РОЗРАХУНОК СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ БУДІВЛІ

Оцінка стійкості здійснюється із припущенням правильності таких гіпотез:

- розрахункова модель будівлі – система конструкцій, що утримуються у стані стійкої рівноваги групою пілонів (консольних стрижнів), затиснених в основі;
- жорсткість пілонів постійна за висотою;
- маса будівлі рівномірно розподілена по його об'єму;
- деформації перекриттів у своїй площині достатньо малі.

За таких припущень задача зводиться до інтегрування такої системи рівнянь:

$$\begin{cases} B_y \frac{d^4 U}{dx^4} - q_x = 0 \\ B_x \frac{d^4 W}{dx^4} - q_y = 0 \\ B_{\phi\phi} \frac{d^2 \phi}{dx^2} - m = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

За граничних умов, що відповідають на верхньому кінці ядра (покрівлі) умовам Кірхгофа

$$M_x = M_y = 0; \quad V_x = V_y = 0 \quad (1.2)$$

і на обрізі фундаменту умовам повного затискання

$$U = W = 0; \quad \frac{dU}{dx} = \frac{dW}{dx} = 0; \quad \phi = \frac{d\phi}{dx} = 0, \quad (1.3)$$

де  $U$ ,  $W$ ,  $\phi$  – переміщення точок ядра вздовж осей  $X$  і  $Y$  і кут закручування;

$B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_{кр}$  – згинальні та крутильна жорсткості ядра;

$q_x$ ,  $q_y$  – поперечні навантаження вздовж осей координат.

Обираємо рішення (1.1) у вигляді

$$U = C_1 f(z) \quad W = C_2 f(z); \quad \phi = C_3 f(z), \quad (1.4)$$

$$\text{де } f(z) = 1 - \cos \lambda z; \quad \lambda = \frac{n\pi}{2H}, \quad (1.5)$$

де  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  – постійні;

$H$  – висота будівлі.

Початок відліку розташовано у затисканні; після перетворення отримаємо, що із  $C_1 \neq 0$ ,  $C_2 \neq 0$ ,  $C_3 \neq 0$

$$\begin{vmatrix} (G_y - G_{кр}) & 0 & G_{кр} \cdot a_y \\ 0 & (G_x - G_{кр}) & -G_{кр} \cdot a_x \\ G_{кр} \cdot a_y & -G_{кр} \cdot a_x & (G_w - G_{кр}) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.6)$$

Критична вага будівлі (мінімальне значення з трьох коренів) визначається із розв'язку рівняння (1.6):

$$A_1 G_{cr}^3 - A_2 G_{cr}^2 + A_3 G_{cr} - A_4 = 0, \quad (1.7)$$

де  $A_1 = 1 - (a_x^2 + a_y^2) / \gamma$  (рис. 1.1).

$$A_2 = G_l + G_y + G_w + G_x \frac{a_y^2}{\gamma} + G_y \frac{a_x^2}{\gamma};$$

$$A_3 = G_x G_y + G_x G_w + G_y G_w;$$

$$A_4 = G_x \cdot G_y \cdot G_w;$$

$$G_x = \frac{2,3E_{\tilde{n}0} I_x}{H_o^2}; G_y = \frac{2,3E_{\tilde{n}0} I_y}{H_o^2}; G_w = \frac{2,3E_{\tilde{n}0} I_w}{\gamma H_o^2},$$

де  $H = 1,1H_0$ ;  $H_0$  – висота надземної частини будівлі.

Коефіцієнт  $1,1$  приблизно враховує вплив податливості основи на критичну вагу будівлі.

$E_{cm}$  – модуль деформацій 1-го роду бетону базового пілону (ядра).

Для будівель з одним ядром жорсткості

$$G_w = \frac{0,14E_{cm} I_{кр}}{\gamma};$$

$$I_x = \sum^M I_{xi}; \quad I_y = \sum^M I_{yi}; \quad I_{xy} = \sum^M I_{xyi};$$

$$I_w = \sum^M I_{xi} (a_i - a_o)^2 + \sum^M I_{yi} (b_i - b_o)^2 - 2 \sum^M I_{xyi} (a_i - a_o)(b_i - b_o) + \sum^M I_{wi};$$

де  $a_o$ ;  $b_o$  – координати центра вигину будівлі у довільній системі координат  $XOY$  (рис. 1.1);

$M$  – кількість поверхів жорсткості в будівлі (пілонів, ядер);

$a_i$ ;  $b_i$  – координати центру вигину  $i$ -го пілону.

$$a_o = A_y \left( \sum^M I_{xi} a_i - \sum^M I_{xyi} b_i \right) - A_{xy} \left( \sum^M I_{xyi} a_i - \sum^M I_{yi} b_i \right);$$

$$b_o = A_x \left( \sum^M I_{yi} b_i - \sum^M I_{xyi} b_i \right) - A_{xy} \left( \sum^M I_{xyi} b_i - \sum^M I_{xi} a_i \right);$$

$$A_x = \frac{I_x}{I_x I_y - I_{xy}^2}, A_y = \frac{I_y}{I_x I_y - I_{xy}^2}, A_{xy} = \frac{I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2}.$$

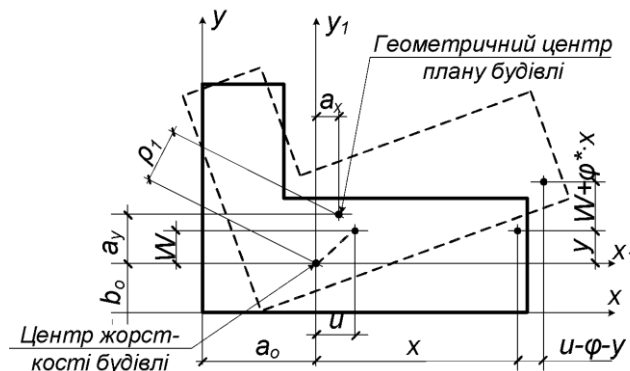


Рисунок 1.1 – Розрахунок стійкості будівлі

Якщо головні осі споруди паралельні осям будівлі, то

$$a_o = \frac{\sum^M I_{xi} a_i - \sum^M I_{xyi} b_i}{I_x}; b_o = \frac{\sum^M I_{xi} b_i - \sum^M I_{xyi} a_i}{I_y}.$$

Якщо головні осі всіх пілонів паралельні осям будівлі, то

$$a_o = \frac{\sum^M I_{xi} a_i}{I_x}; b_o = \frac{\sum^M I_{xi} b_i}{I_y},$$

де  $I_{xi}$ ,  $I_{yi}$ ,  $I_{xyi}$  – головні приведені осьові і відцентровий моменти інерції  $i$ -го пілону;

$I_{\omega i}$  – приведений крутильний момент інерції  $i$ -го пілону.

Для одиночного ядра жорсткості

$$I_{\omega} = 0,05I_{кр} \cdot H^2;$$

$$I_{кр} = \frac{\Omega^2}{\sum \frac{S_j}{\delta_j}},$$

де  $\Omega$  – подвійна площа фігури, яка обмежена серединною лінією контуру поперечного перерізу пілону;

$S_j$  – довжина ділянки контуру пілону постійної товщини  $\delta_j$ .

Підсумовування відносин  $\frac{S_j}{\delta_j}$  поширюється на весь контур поперечного перерізу.

Приведення геометричних характеристик пілонів (або/і їхніх частин) виконується щодо модуля деформацій  $E_{cm}$  базового пілону

$$\gamma = \frac{\int (x^2 + y^2) dA}{A} = \frac{\int \rho^2 dA}{A},$$

де  $x, y, \rho$  – характеристики плану будівлі;

$A$  – площа плану будівлі.

Якщо головні осі будівлі не паралельні його осям (тобто відцентровий момент інерції  $I_{xy} \neq 0$ ) під час обчислення критичних ваг  $G_x$  і  $G_y$ , то замість моментів інерції  $I_x$  і  $I_y$  необхідно підставити  $I_{max}$  і  $I_{min}$ , що визначаються за такою формулою:

$$I_{\frac{max}{min}} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

Відстань між центром жорсткості і центром мас будівлі визначається (рис. 1.1) за такою формулою:

$$\rho_1 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Облік геометричної нелінійності допустимо здійснювати приблизно шляхом введення коефіцієнтів, на які необхідно множити всі поздовжні зусилля від тривалої частини навантажень (~85 %). Для трьох складових переміщень ці коефіцієнти дорівнюють

$$\eta_x^{long} = \frac{1}{1 - \frac{G^n}{G_x}}; \eta_y^{long} = \frac{1}{1 - \frac{G^n}{G_y}}; \eta_\omega^{long} = \frac{1}{1 - \frac{G^n}{G_\omega}}$$

Найбільш раціональне компонування будівлі припускає формування несучої системи із мінімізованою відстанню між центром мас і центром жорсткості, а також мінімальними ексцентриситетами вітрового навантаження.

### 1.1 Приклад оцінки статичної стійкості будівлі

В якості прикладу розглянемо послідовність і особливості визначення критичних сил втрати стійкості системи несучих конструкцій 20-поверхової житлової будівлі (18 житлових поверхів і двоповерховий паркінг). План і переріз будівлі наведені на рисунках 1.2 і 1.3. Конструкції будівлі виготовляються із монолітного залізобетону.



Рисунок 1.2 – План типового поверху будівлі

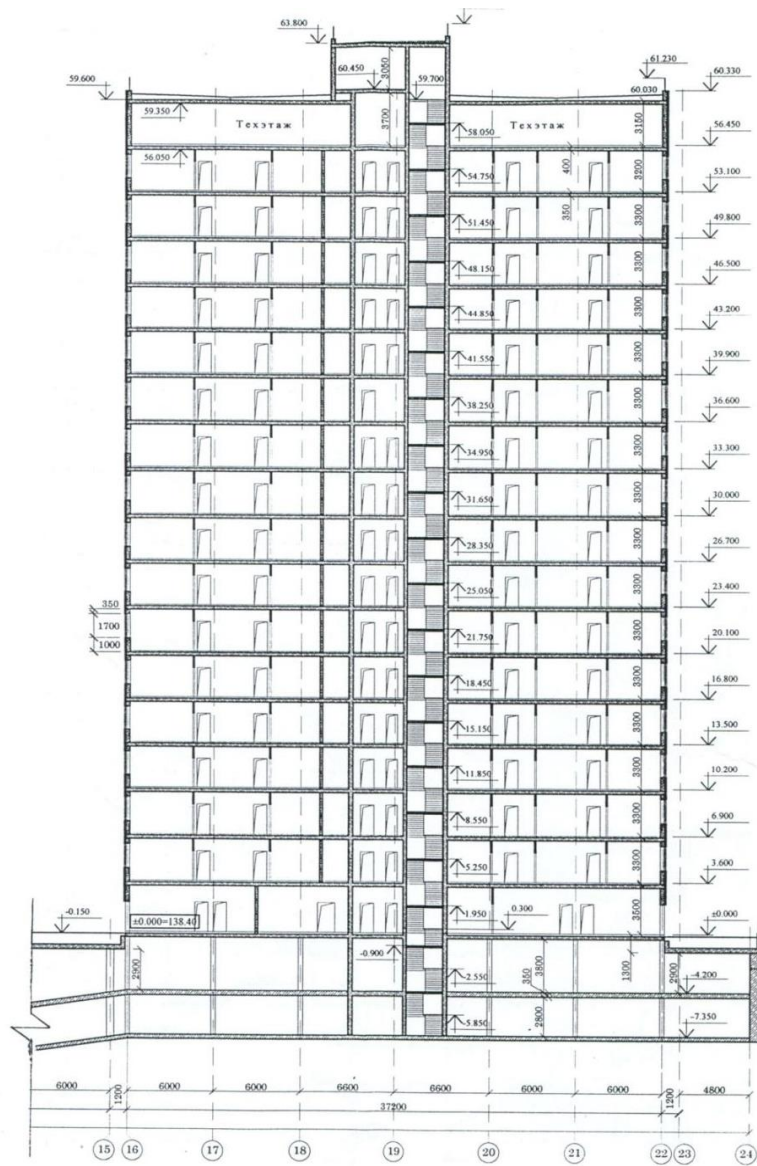


Рисунок 1.3 – Поздовжній розріз будівлі

Геометричні характеристики ядра жорсткості будівлі подано на рисунках 1.4 і 1.5.

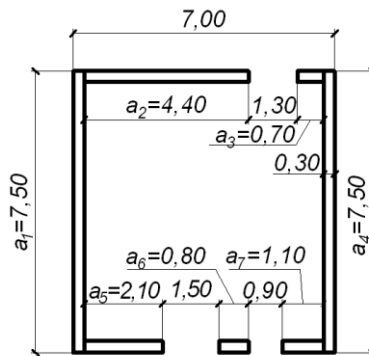


Рисунок 1.4 – Поперечний переріз конструкції ядра жорсткості

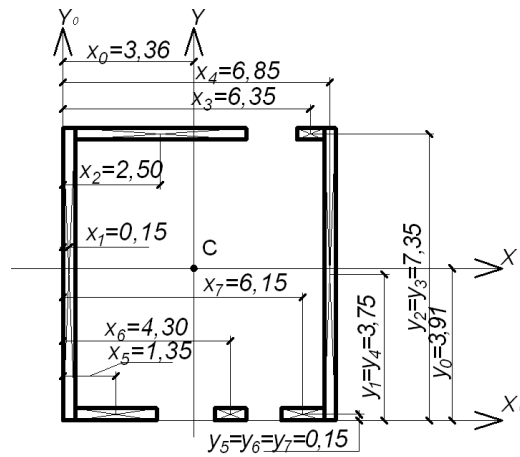


Рисунок 1.5 – Визначення геометричних характеристик перерізу ядра жорсткості

Введемо початкові дані для визначення основних геометричних характеристик перерізу (рис. 1.4 і 1.5) у метрах:

$$a_1 = 7,5; \quad a_2 = 4,4; \quad a_3 = 0,7; \quad a_4 = 7,5; \quad a_5 = 2,1; \quad a_6 = 0,8; \quad a_7 = 1,1$$

$$y_1 = 3,75; \quad y_2 = 7,35; \quad y_3 = y_2; \quad y_4 = y_1; \quad y_5 = 0,15; \quad y_6 = y_5; \quad y_7 = y_5 \quad d = 0,3$$

$$x_1 = 0,15; \quad x_2 = 2,5; \quad x_3 = 6,35; \quad x_4 = 6,85; \quad x_5 = 1,35; \quad x_6 = 4,3; \quad x_7 = 6,15$$

Визначимо площу перерізу нетто  $A$  у метрах квадратних за такою формулою:

$$A = d \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7) = 7,23.$$

Визначимо статичні моменти перерізу  $S_x$  і  $S_y$  у метрах кубічних за такою формулою:

$$S_x = d \cdot (a_1 \cdot y_1 + a_2 \cdot y_2 + a_3 \cdot y_3 + a_4 \cdot y_4 + a_5 \cdot y_5 + a_6 \cdot y_6 + a_7 \cdot y_7) = 28,301$$

$$S_y = d \cdot (a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + a_4 \cdot x_4 + a_5 \cdot x_5 + a_6 \cdot x_6 + a_7 \cdot x_7) = 24,295 \cdot$$

Визначимо координати центру ваги перерізу  $X_0$  і  $Y_0$  у метрах за такою формулою:

$$X_0 = \frac{S_y}{A} = 3,36$$

$$Y_0 = \frac{S_x}{A} = 3,914$$

Визначимо основні моменти інерції перерізу  $J_x$ ,  $J_y$  і  $J_{kr}$  у метрах у четвертому степені за такою формулою:

$$\begin{aligned} J_x = & \frac{d \cdot a_1^3}{12} + a_1 d (Y_0 - y_1)^2 + \frac{a_2 \cdot d^3}{12} + a_2 d (7,5 + Y_0 - 0,15)^2 + \frac{a_3 \cdot d^3}{12} + a_3 d (7,5 - Y_0 - 0,15)^2 + \\ & + \frac{d \cdot a_4^3}{12} + a_4 d (Y_0 - y_1)^2 + \frac{a_5 d^3}{12} + a_5 d (Y_0 - 0,15)^2 + \frac{a_6 d^3}{12} + a_6 d (Y_0 - 0,15)^2 + \\ & + \frac{a_7 d^3}{12} + a_7 d (Y_0 - 0,15)^2 = 56,3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_y = & \frac{d^3 \cdot a_1}{12} + a_1 d (X_0 - 0,15)^2 + \frac{a_2^3 \cdot d}{12} + a_2 d (X_0 - x_2)^2 + \frac{a_3^3 \cdot d}{12} + a_3 d (x_3 - X_0)^2 + \\ & + \frac{d^3 \cdot a_4}{12} + a_4 d (x_4 - X_0)^2 + \frac{a_5^3 d}{12} + a_5 d (X_0 - x_5)^2 + \frac{a_6^3 d}{12} + a_6 d (x_6 - X_0)^2 + \\ & + \frac{a_7^3 d}{12} + a_7 d (x_7 - X_0)^2 = 61,219 \end{aligned}$$

$$J_{kr} = \frac{4[(7-d)(7,5-d)]^2 \cdot d}{(7,5-d) \cdot 2 + \left(a_2 + \frac{d}{2}\right) + \left(a_3 + \frac{d}{2}\right) + \left(a_5 + \frac{d}{2}\right) + a_6 + \left(a_7 + \frac{d}{2}\right)} = 115,872$$

Розрахункові моменти інерції пілонів визначимо за допомогою множення початкових моментів інерції на коефіцієнти однорідності пілонів:

$$J_{ji} = k_j \cdot \bar{J}_{ji}.$$

Коефіцієнт однорідності пілонів, за яким обчислюється зменшення жорсткості пілонів, може бути поданий у вигляді:

$$k_j = K_u \cdot K_p. \quad (1.8)$$

Коефіцієнтом  $K_{ш}$  враховується податливість з'єднань між елементами пілонів. У цьому разі  $K_{ш} = 1$ , а  $K_p$  враховує вплив деформацій перекладок над отворами. Ці коефіцієнти визначимо за такою формулою:

$$K_p = \frac{1}{1 + p_j}, \quad (1.9)$$

де  $p_j$  – коефіцієнт, що характеризує збільшення переміщень пілону внаслідок деформацій перемичок над отворами.

Для визначення розрахункових осьових моментів інерції  $J_x$  і  $J_y$  коефіцієнти  $p_j$  ( $p_x$  і  $p_y$ ) можуть бути визначені за такою формулою:

$$p_j = \frac{h \cdot l^3}{3 \cdot J_n \cdot H^2} \cdot \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 + F_2} \cdot \left( 1 - \frac{J_1 + J_2}{J_j} \right), \quad (1.10)$$

де  $F_1$  і  $F_2$  – приведені площі поперечних перерізів «гілок» пілону;

$J_1$  і  $J_2$  – приведені моменти інерції гілок пілону;

$J_j$  – момент інерції пілону, що обчислений без урахування впливу швів і отворів на його жорсткість;

$h$  – висота поверху;

$H$  – висота пілону;

$J_n$  – момент інерції перекладок над отворами.

Для визначення розрахункового моменту інерції під час крутіння, у формулу (1.10) замість  $p_j$  підставимо коефіцієнт  $p_{кр}$ :

$$p_{кр} = \frac{8 \cdot \bar{J}_{кр}}{(a+b)^2} \cdot \left( \frac{c}{F} + \frac{h \cdot v}{30 \cdot J_n \cdot \sum \frac{b_s^2}{l^3}} \right) - c, \quad (1.11)$$

де  $c$  – співвідношення висоти пілону до висоти поверху;

$F$  – площа ослабленого отворами перерізу пілону;

$b_s$  – відстань між центрами тяжіння суміжних гілок пілону за напрямом, паралельним стіні, яка має отвір (рис. 1.6);

$a$  і  $b$  – розміри пілону;

$\nu$  – коефіцієнт, чисельне значення якого залежить від співвідношення висоти отвору до його ширини (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Співвідношення висоти отвору до його ширини

$hn/l$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\nu$	1,03	1,11	1,26	1,46	1,73	2,05	2,43	2,87	3,37	3,93

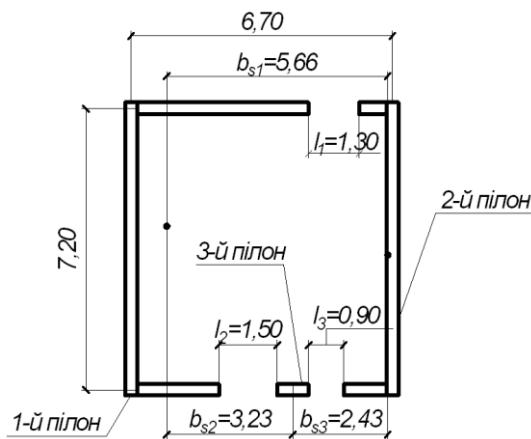


Рисунок 1.6 – Ядро жорсткості

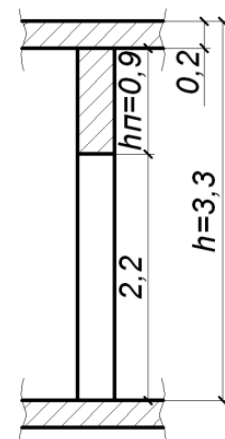


Рисунок 1.7 – Переріз отвору

Для визначення коефіцієнтів  $p_j$  ( $p_x$  і  $p_y$ ) обиралися «найгірші» (що мають велику кількість послаблень) пілони, а саме 5 і 6 (рис. 1.5).

$$F_1 = a_5 \cdot d \text{ м}^2; \quad h = 3,3 \text{ м}; \quad h_n = 0,9 \text{ м}; \quad H = 70 \text{ м}; \quad F_1 = 0,63 \text{ м}^2;$$

$$F_2 = a_6 \cdot d \text{ м}^2; \quad l = 1,5 \text{ м}; \quad F_2 = 0,24 \text{ м}^2;$$

$$J_n = \frac{b \cdot h_n^3}{12} = 0,018 \text{ м}^4; \quad J_1 = \frac{d \cdot a_5^3}{12} = 0,232 \text{ м}^4;$$

$$J_2 = \frac{d \cdot a_6^3}{12} = 0,013 \text{ м}^4$$

$$J_{x_{\text{брутто}}} = \frac{7 \cdot 7,5^3}{12} - \frac{6,4 \cdot 6,9^3}{12} = 70,889 \text{ м}^4;$$

$$J_{y_{\text{брутто}}} = \frac{7^3 \cdot 7,5}{12} - \frac{6,4^3 \cdot 6,9}{12} = 63,642 \text{ м}^4;$$

$$p_x = \frac{h \cdot l^3}{3J_n \cdot H^2} \cdot \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 \cdot F_2} \cdot \left(1 - \frac{J_1 + J_2}{J_{x_{\text{брунто}}}}\right) = 7,2 \cdot 10^{-3};$$

$$p_y = \frac{h \cdot l^3}{3J_n \cdot H^2} \cdot \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 \cdot F_2} \cdot \left(1 - \frac{J_1 + J_2}{J_{y_{\text{брунто}}}}\right) = 7,197 \cdot 10^{-3}.$$

Для визначення коефіцієнту  $p_{кр}$  спочатку потрібно визначити необхідні геометричні атрибути (рис. 1.8 і рис. 1.9).

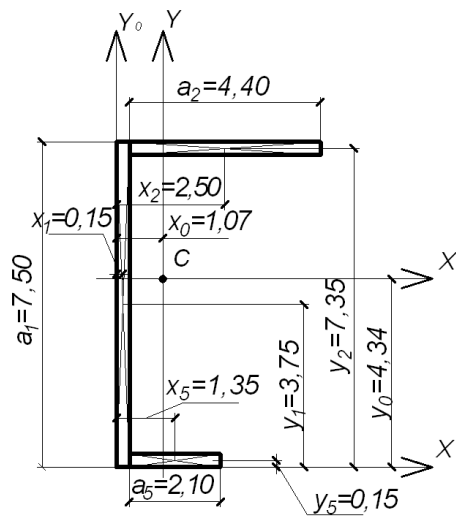


Рисунок 1.8 – Визначення центра ваги першого пілону, що входить до складу ядра жорсткості

$$A_1 = d(a_1 + a_2 + a_5) = 4,2 \text{ м}^2;$$

$$S_{x_1} = a_1 \cdot d \cdot y_1 + a_5 \cdot d \cdot y_5 + a_2 \cdot d \cdot y_2 = 18,234 \text{ м}^3;$$

$$S_{y_1} = a_1 \cdot d \cdot x_1 + a_2 \cdot d \cdot x_2 + a_5 \cdot d \cdot x_5 = 4,488 \text{ м}^3;$$

$$Y_{o_1} = \frac{S_{x_1}}{A_1} = 4,34 \text{ м};$$

$$X_{o_1} = \frac{S_{y_1}}{A_1} = 1,07 \text{ м};$$

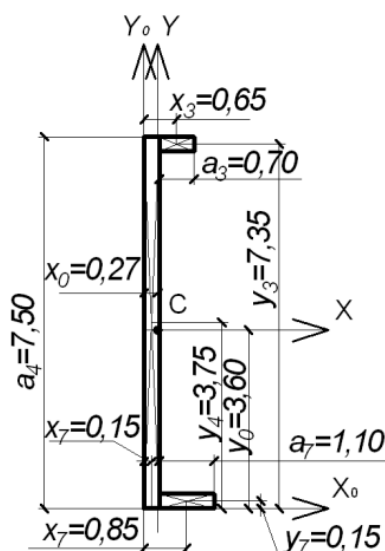


Рисунок 1.9 – Визначення центра ваги другого пілону, що входить до складу ядра жорсткості

$$A_2 = d(a_4 + a_7 + a_3); \quad x_7 = 0,85 \text{ м}; \quad x_4 = 0,15 \text{ м}; \quad x_3 = 0,65 \text{ м}; \quad A_2 = 2,79 \text{ м}^2;$$

$$S_{x_2} = a_4 \cdot d \cdot y_4 + a_7 \cdot d \cdot y_7 + a_3 \cdot d \cdot y_3 = 10,03 \text{ м}^3;$$

$$S_{y_1} = a_4 \cdot d \cdot x_4 + a_7 \cdot d \cdot x_7 + a_3 \cdot d \cdot x_3 = 0,755 \text{ м}^3;$$

$$Y_{o_1} = \frac{S_{x_2}}{A_2} = 3,595 \text{ м};$$

$$X_{o_1} = \frac{S_{y_2}}{A_2} = 0,27 \text{ м};$$

$$a = 7,2 \text{ м}; \quad b = 6,7 \text{ м}; \quad c = \frac{2,2}{h}; \quad v = 3,93 \text{ м}; \quad l_1 = 1,3 \text{ м}; \quad l_2 = 1,5 \text{ м}$$

$$l_3 = 0,9 \text{ м}; \quad bs_1 = 5,66 \text{ м}; \quad bs_2 = 3,23 \text{ м}; \quad bs_3 = 2,43 \text{ м}$$

$$p_{kr} = \frac{8 \cdot J_{kr}}{(a+b)^2} \cdot \left[ \frac{c}{A} + \frac{h \cdot c}{30 \cdot J_n \cdot \left( \frac{bs_1^2}{11^3} + \frac{bs_2^2}{12^3} + \frac{bs_3^2}{13^3} \right)} \right] - c = 4,191 \cdot 10^{-3}$$

Відповідно:

$$Kp_x = \frac{1}{1 + px} = 0,993; \quad Kp_y = \frac{1}{1 + py} = 0,993; \quad Kp_{kr} = \frac{1}{1 + p_{kr}} = 0,993;$$

$$J_x = J_x \cdot Kp_x = 55,897 \text{ м}^4; \quad J_y = J_y \cdot Kp_y = 60,781 \text{ м}^4;$$

$$J_{kr} = J_{kr} \cdot Kp_{kr} = 22,32 \text{ м}^4.$$

Під дією зовнішніх навантажень будівля відхиляється від первинного вертикального розташування. За великої маси будівлі і недостатньої жорсткості збільшення деформацій може бути значним і спричиняти втрату загальної стійкості будівлі. Вага будівлі, за якої стає можливою втрата загальної стійкості, визначимо шляхом розв'язання рівняння 3-го ступеня (1.12)

$$A_1 \cdot G_{кр}^3 - A_2 \cdot G_{кр}^2 + A_3 \cdot G_{кр} - A_4 = 0, \quad (1.12)$$

де

$$A_1 = 1 - \frac{(a_x^2 + a_y^2)}{\gamma}; \quad (1.13)$$

$$A_2 = G_x + G_y + G_w - G_x \cdot \frac{a_y^2}{\gamma} - G_y \cdot \frac{a_x^2}{\gamma}; \quad (1.14)$$

$$A_3 = G_x \cdot G_y + G_x \cdot G_w + G_w \cdot G_y; \quad (1.15)$$

$$A_4 = G_x \cdot G_y \cdot G_w. \quad (1.16)$$

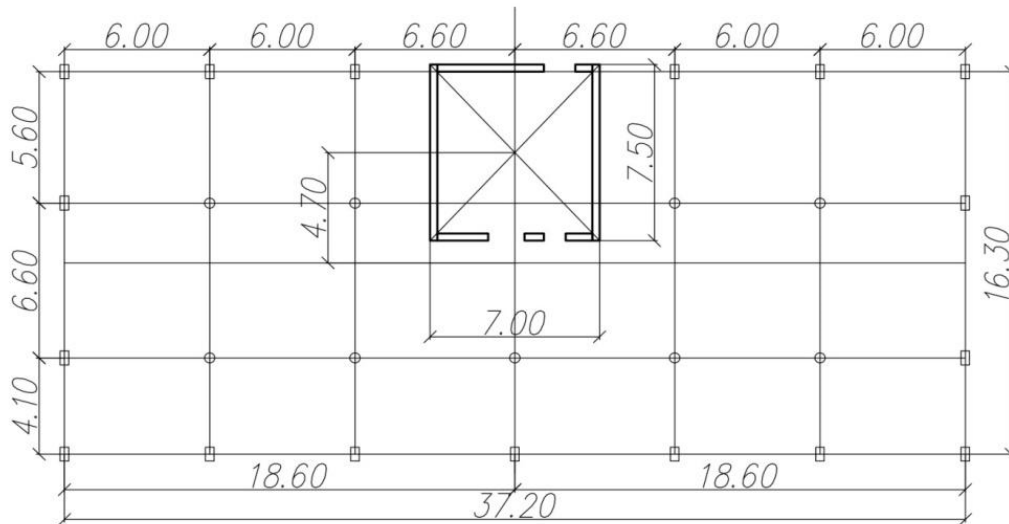


Рисунок 1.10 – Розрахунковий (спрощений) план будівлі із ядром жорсткості

$$E = 2,7510^6 \text{ МПа}; \quad a_y = 4,7 \text{ м}; \quad a = 37,2 \text{ м}; \quad b = 16,3 \text{ м}$$

$$\gamma = a_y^2 + \frac{a^2 + b^2}{12} = 159,551 \text{ м}^2;$$

$$G_x = \frac{2,3 \cdot E \cdot J_x}{H^2}; \quad 0,9 \cdot G_x = 6437,896 \text{ м}; \quad G_x = 72153,217 \text{ м};$$

$$G_y = \frac{2,3 \cdot E \cdot J_y}{H^2}; \quad 0,9 \cdot G_y = 70611,734 \text{ м}; \quad G_y = 78457,482 \text{ м};$$

$$G_w = \frac{0,14 \cdot E \cdot J_{kr}}{\gamma}; \quad 0,9 \cdot G_w = 48472,907 \text{ м}; \quad G_w = 53858,786 \text{ м};$$

$$A_1 = 1 - \frac{a_y^2}{\gamma} = 0,862;$$

$$A_2 = 0,9 \cdot G_x + 0,9 \cdot G_y + 0,9 \cdot G_w - 0,9 \cdot G_x \frac{a_y^2}{\gamma} = 175031,809 \text{ м};$$

$$A_3 = 0,9 \cdot G_x \cdot 0,9 \cdot G_y + 0,9 \cdot G_x \cdot 0,9 \cdot G_w - 0,9 \cdot G_y \cdot 0,9 \cdot G_w = 1,116 \cdot 10^{10} \text{ м}^2;$$

$$A_4 = 0,9 \cdot G_x \cdot 0,9 \cdot G_y \cdot 0,9 \cdot G_w = 2,223 \cdot 10^{14} \text{ м}^3.$$

Підставляючи усі визначені параметри і розв'язуючи рівняння 3-го ступеня (1.12), отримаємо:

$$A_1 \cdot G_{kr}^3 - A_2 \cdot G_{kr}^2 + A_3 \cdot G_{kr} - A_4$$

$$G_{kr} = \left( \begin{array}{c} 40765 \\ 64938 \\ 97457 \end{array} \right) = 40765m$$

$$G_n = 37,2 \cdot 16,3 \cdot 1,2 \cdot 21m; \quad G_n = 15280,272m;$$

$$\frac{G_{kr}}{G_n} = 2,668 \quad , \text{ що більше за } 1,5.$$

**Висновок:** стійкість будівлі забезпечена.

## 2 ДИНАМІЧНА СТІЙКІСТЬ

Як було зазначено раніше, якщо висота будівлі перевищує менший розмір його плану в сім та більше разів, належить оцінити можливість виникнення аеропружних явищ різного характеру. Зазначимо найбільш характерні з них.

*Дивергенція.* Під дивергенцією мається на увазі статична (квазістатична) втрата стійкості конструкції, обтічної потоком газу. Явище дивергенції можливо порівняти із ейлеровою втратою стійкості конструкції. Сюди належать: згинально-крутильна дивергенція споруд та дивергентна нестійкість мостових споруд. Під час вивчення процесу дивергенції можна знехтувати силами інерції елементів конструкції.

*Класичний флатер.* Під класичним флатером будемо розуміти встановлені автоколивання конструкції, що має дві та більше ступені свободи, у потенціальному потоці газу.

Характерним для класичного флатеру є обмін енергією між коливальними рухами, що відповідають різним узагальненим координатам.

*Зривний флатер.* Зривний флатер – автоколивання елементів конструкції під дією зривної течії, що супроводжуються періодичною зміною кута атаки зі зміною характеру зриву потоку. Сюди належать: згинально-крутильні коливання високих споруд і елементів мостових конструкцій, що виражаються у їх закручуванні у потоці вітру тощо. Таким чином, зривний флатер пов'язаний переважно із деформаціями типу крутіння.

*Еолові коливання.* Вони належать до автоколивань і відбуваються за наявності почергового зриву вихорів типу «шахової доріжки» Кармана. Характерним тут є те, що процес зриву вихорів певною мірою залежить від параметрів коливального руху. Енергія газового потоку передається системі якби «порціями» у разі дії окремих вихорів.

Такий тип коливань іноді називають «вітровим резонансом»; він характерний для погано обтічних конструкцій.

*Галопування.* Під галопуванням розуміють автоколивання конструкції, що виникають під впливом зривних течій і деформацій, і мають переважно згинальний характер.

Галопування характерно для дротів ліній електропередач («танок» дротів) або ділянок трубопроводів у разі їх обмерзання, а також для різних елементів легких високих будівель і споруд, що знаходяться в вітровому потоці.

*Бафтинг.* Бафтинг – вимушені коливання, що відбуваються під дією зривних течій. Бафтинг високих споруд виникає, якщо окремі його частини омиваються вітровим потоком, що зривається з інших частин або близьких споруд. Вочевидь, під час вивчення бафтинга важливо визначити зони резонансу, розташування яких залежить від параметрів власних коливань конструкції.

*Параметричні коливання елементів конструкцій у вітровому потоці.* Такі коливання відбуваються за наявності пульсуючого аеродинамічного навантаження, якщо можна враховувати, що воно періодично змінюється у часі і викликає зусилля, які визначають жорсткість системи.

Кожне з явищ аеропружності може спричинити небажану деформацію інженерної споруди. Широкий діапазон аеропружних динамічних процесів визначає різноманіття видів накопичення пошкоджень в елементах системи.

З одного боку, може відбуватися розвиток втомних тріщин, що призводять до передчасного вичерпання ресурсу конструкції. З другого боку, у разі «бурхливих» перехідних режимів, може вичерпатися несуча здатність системи через крихке обвалення у матеріалі або після вельми короткого процесу розвитку малоциклової втоми.

Відомі приклади, коли аеропружні деформації завершувалися аваріями і катастрофами великих наземних споруд, а також мостів.

Вважаючи справедливими гіпотези, допущення і позначення (більшу частину), ухвалені для задачі статичної стійкості, розглянемо тепер задачу аеродинамічної стійкості будівлі, що знаходиться у стаціонарному потоці повітря.

У зв'язку із цим використовуємо систему диференціальних рівнянь коливань:

$$\begin{aligned} EI_x \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} - \frac{\gamma I_x}{g} \cdot \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\gamma A}{g} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (M_y \theta) + K_\eta \theta = 0, \\ M_y \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + EI_\omega \frac{\partial^4 \theta}{\partial t^4} - GI_d \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{\gamma I_\omega}{g} \cdot \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\gamma A r^2}{g} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + [q_x e_x + K_\theta] \theta = 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де  $\eta(z, t)$ ;  $\theta(z, t)$  – горизонтальні переміщення і кут закручення;

$$r^2 = \frac{\int (x^2 + y^2) dA}{A} + a_x^2 + a_y^2, \text{ – характеристика плану будівлі;}$$

$a_x$ ;  $a_y$  – координати центру жорсткості;

$\gamma$  – питома вага залізобетону;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$I_x$ ;  $I_y$  – моменти інерції;

$A$  – площа плану будівлі;

$e_x$  – ексцентриситет вітрового навантаження.

В якості розрахункової моделі оберемо коробчасту оболонку із жорстким профілем (рис. 2.1).

Система (2.1) описує коливання цієї оболонки.

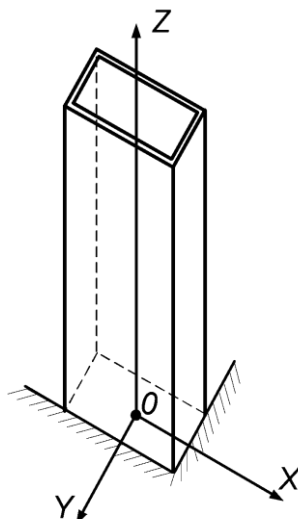


Рисунок 2.1 – Розрахункова модель будівлі (аеропружна задача)

Водночас геометричні характеристики, що входять у формулу (2.1), обираються відповідно до розділу 1.

Дотримуючись загальної постановки вирішуваного завдання припустимо, що аеродинамічні коефіцієнти

$$\begin{aligned} K_{\eta}(V) &= K_{\eta} = const; \\ K_{\theta}(V) &= K_{\theta} = const; \end{aligned} \quad (2.2)$$

де  $V$  – швидкість набігаючого потоку;

$K_{\eta}$  і  $K_{\theta}$  – залежать від форми і геометричних розмірів будівлі у плані та є усередненими величинами згідно з ДБН В.1.2-2:2006 Навантаження і впливи. Норми проектування.

Зі свого боку, лобовий тиск вітру залежить від швидкості потоку

$$q_x = -KV^2, \quad (2.3)$$

а коефіцієнт аеродинамічності « $K$ » також залежить від форми і геометричних розмірів об'єкта (будівлі).

Вважаючи, у першому наближенні, коливання будівлі гармонійними, обираємо

$$\begin{aligned}\eta(z, t) &= \eta(z) \sin \omega t; \\ \theta(z, t) &= \theta(z) \sin \omega t,\end{aligned}\tag{2.4}$$

де  $\omega$  – кругова частота коливань.

Підставляючи формулу (2.4) у формулу (2.1), після скорочення на загальний множник  $\sin \omega t$ , отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}EI_x \eta^{IV} + \frac{\gamma I_x}{g} \omega^2 \eta'' - \frac{\gamma A}{g} \omega^2 \eta + (M_y \theta)'' + K_\eta \theta &= 0, \\ M_y \eta'' + EI_\omega \theta^{IV} - \left( GI_d - \frac{\gamma I_\omega}{g} \omega^2 \right) \theta'' - \left[ \frac{\gamma A r^2}{g} \omega^2 - q_x e_x - K_\theta \right] \theta &= 0.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Припустимо далі, що

$$\begin{aligned}\eta(z) &= B \psi(z); \\ \theta(z) &= C \chi(z),\end{aligned}\tag{2.6}$$

де  $B$  і  $C$  – постійні, а функції, що входять у формулу (2.6) обираються у вигляді функції прогину консольної балки, що завантажена рівномірно розподіленим навантаженням

$$\psi(z) = \chi(z) = z^4 - 4Hz^3 + 6A^2z^2,\tag{2.7}$$

де  $H$  – висота будівлі над землею.

Розподілення вітрового навантаження вважається рівномірним умовно. Тим не менш, долучення до розгляду дійсного, зазвичай трапецієподібного розподілення, принципово не впливає на результат цього ілюстративного рішення, а призведе лише до збільшення алгебраїчних перетворень.

Запис розв'язку здійснюється за допомогою формули (2.7) і задовольняє крайовим умовам

$$\begin{aligned}\eta(0) = \eta'(0) &= 0; \\ \text{у затисканні } \theta(0) = \theta'(0) &= 0; \\ \text{на вільному кінці } \left. \begin{aligned} \eta''(H) = \eta'''(H) &= 0; \\ \theta''(H) = \theta'''(H) &= 0; \end{aligned} \right\} \text{умови Кірхгофа.}\end{aligned}$$

Окрім того, формула (2.7) зумовлює величину моменту, що входить у (2.5)

$$M_y = \frac{KV^2(H-z)^2}{2}. \quad (2.8)$$

Рівняння Лагранжа для сил, що визначаються лівими частинами формули (2.5), мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} & B \left[ EI_x \int_0^H (\psi'')^2 dz - \frac{\gamma I_x}{g} \omega^2 \int_0^H (\psi')^2 dz - \frac{\gamma A}{g} \omega^2 \int_0^H \psi^2 dz \right] + \\ & + C \left[ \int_0^H M_y \chi \psi'' dz + \int_0^H K_\eta \chi^2 dz \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} & B \int_0^H M_y \chi \psi'' dz + C \left\{ EI_\omega \int_0^H (\chi'')^2 dz + (GI_d - \frac{\gamma I_\omega}{g} \omega^2) \int_0^H (\chi')^2 dz - \right. \\ & \left. - \left[ \frac{\gamma A r^2}{g} \omega^2 - q_x e_x - K_\theta \right] \int_0^H \chi^2 dz \right\} = 0. \end{aligned}$$

Якщо визначник системи (2.9), який дорівнює нулю, складений із коефіцієнтів із невідомими  $B$  і  $C$ , отримаємо

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{або} \quad C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21} = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad C_{11} &= a_1 + a_2 + a_3; & C_{12} &= a_4 V^2 + a_5; \\ C_{21} &= a_6 V^2; & C_{22} &= a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} V^2 + a_{12}; \end{aligned} \quad (2.11)$$

Зауважимо, що нерівність  $C_{12} \neq C_{21}$  є ознакою неконсервативності системи.

В системі рівнянь (2.11):

$$\begin{aligned} a_1 &= EI_x \int_0^H (\psi'')^2 dz = \frac{144}{5} EI_x H^5; \\ a_2 &= -\frac{\gamma I_x}{g} \omega^2 \int_0^H (\psi')^2 dz = -\frac{72}{7} \cdot \frac{\gamma I_x \omega^2 H^7}{g}; \\ a_3 &= -\frac{\gamma A}{g} \omega^2 \int_0^H \psi^2 dz = -\frac{104}{45} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 H^9}{g}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_4 &= q_x \int_0^H M_y \chi \psi'' dz = -\frac{4}{15} KH^9; \\
a_5 &= K_\eta \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} K_\eta H^9; \\
a_6 &= a_4 = -\frac{4}{15} KH^9; \\
a_7 &= EI_\omega \int_0^H (\chi^{11})^2 dz = \frac{144}{5} EI_\omega H^5; \\
a_8 &= GI_d \int_0^H (\chi^1)^2 dz = \frac{72}{7} GI_d \cdot H^7; \\
a_9 &= -\frac{\gamma I_\omega}{g} \omega^2 \int_0^H (\chi^1)^2 dz = \frac{72}{7} \cdot \frac{\gamma \cdot I_\omega}{g} \omega^2 H^7; \\
a_{10} &= -\frac{\gamma Ar^2}{g} \omega^2 \int_0^H \chi^2 dz = -\frac{104}{45} \cdot \frac{\gamma Ar^2 \omega^2 H^9}{g}; \\
a_{11} &= q_x e_x \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} K \cdot e_x \cdot H^9; \\
a_{12} &= K_\theta \int_0^H \chi^2 dz = \frac{104}{45} \cdot K_\theta H^9.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

У формулі (2.12) враховано, що

$$\int_0^H (\psi'')^2 dz = \int_0^H (12z^2 - 24Hz + 12H^2)^2 dz = 144 \int_0^H (z - H)^4 dz = \frac{144}{5} H^5;$$

$$\int_0^H (\psi^1)^2 dz = \int_0^H 16(z^3 - 3Hz^2 + 3H^2z)^2 dz = 16 \int_0^H (z^3 - H^3)^2 dz = \frac{72}{7} H^7;$$

$$\int_0^H \psi^2(z) dz = \frac{104}{45} H^9;$$

$$\int_0^H M_y \chi \psi'' dz = \frac{4}{15} H^9;$$

Вважаючи, що  $a_4 \neq 0$ , додамо параметри:

$$\beta = \frac{(a_1 + a_2 + a_3)a_{11} + a_5 a_6}{a_4^2};$$

$$\gamma = \frac{(a_1 + a_2 + a_3)(a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{12})}{a_4^2}; \quad (2.13)$$

В результаті отримаємо  $V^4 - \beta V^2 - \gamma = 0;$  (2.14)

Зазначимо далі  $V^2 = \varphi;$  (2.15)

тоді  $\varphi^2 - \beta\varphi - \gamma = 0;$

$$\varphi_{1,2} = \frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \gamma}, \quad (2.16)$$

Приєднуючи до формули (2.16) умову екстремуму квадрату швидкості (теорема Ферма), отримаємо

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \omega^2} = 0, \quad (2.17)$$

можливо знайти відповідну кругову частоту коливань, а після цього критичні швидкості вітрового потоку

$$V_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \gamma}}. \quad (2.18)$$

Аналіз коренів (2.18) зумовлює можливість встановлення типу аеропружних явищ. Тут маються на увазі вигляди коренів (дійсні, комплексні) і їхні знаки.

## 2.1 Приклад оцінки динамічної стійкості будівлі

Розглянемо 48-поверхову будівлю, зображену на рисунках 2.2 і 2.3.

Геометричне співвідношення  $\frac{H}{b} = \frac{192,0}{24} = 8,0 > 7,0$ . У зв'язку із цим належить

оцінити можливість появи аеропружних явищ.

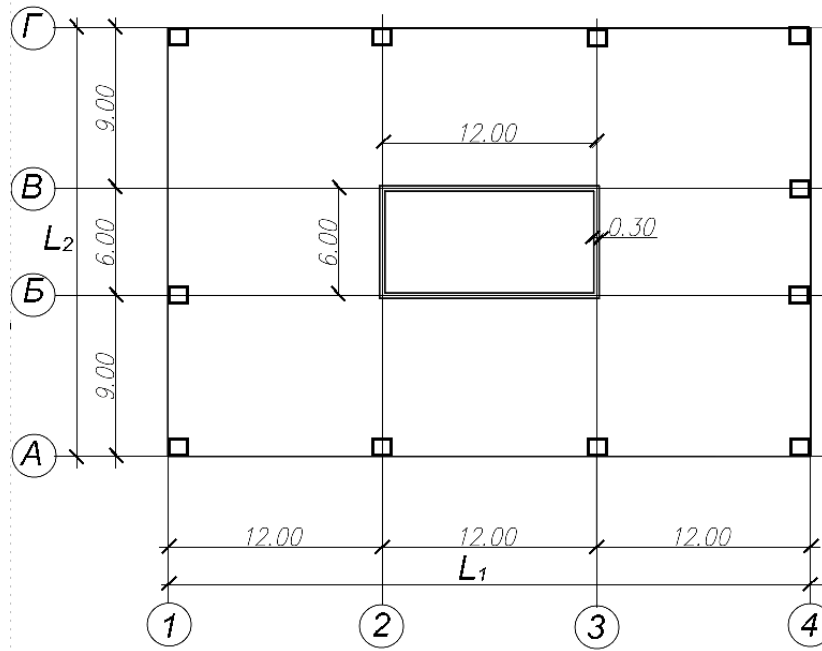


Рисунок 2.2 – План будівлі

Заздалегідь визначимо геометричні характеристики ядра перерізу будівлі, а саме моменти інерції (відносно осей «X» та «Y» крутильний і секторіальний моменти) ядра жорсткості будівлі, площу і коефіцієнт, що характеризує план будівлі. Матеріал будівлі – залізобетон, що складається із бетону класу C25/30.

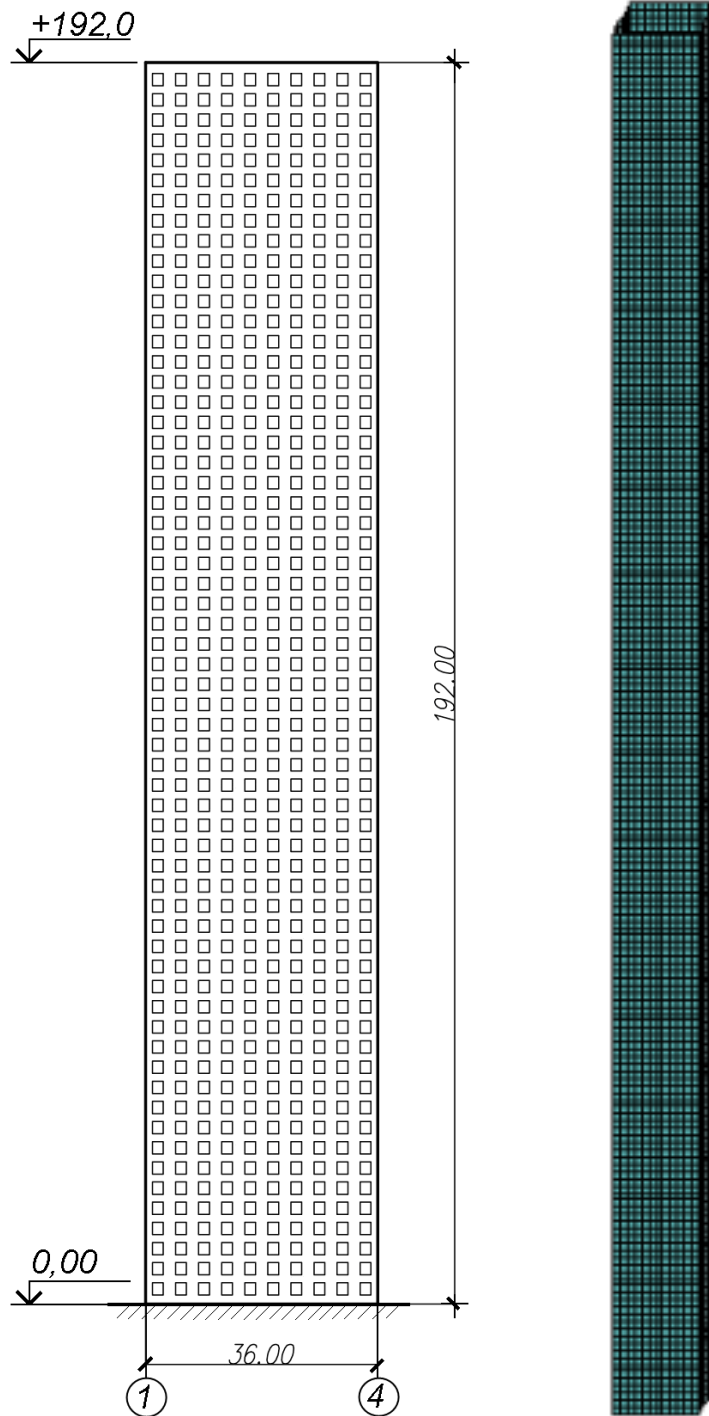


Рисунок 2.3 – Фасад будівлі і кінцево-елементна модель будівлі

Визначимо необхідні для розрахунку геометричні характеристики:

$$I_x = \frac{d_1 \cdot d_2^3}{12} - \frac{(d_1 - 2t) \cdot (d_2 - 2t)^3}{12};$$

$$I_y = \frac{d_2 \cdot d_1^3}{12} - \frac{(d_2 - 2t) \cdot (d_1 - 2t)^3}{12};$$

$$A = d_1 \cdot d_2 - (d_1 - 2t) \cdot (d_2 - 2t);$$

$$I_d = \frac{A^2 \cdot t}{2 \cdot (d_1 + d_2)};$$

$$I_\omega = A \cdot d_1^2 \cdot d_2^2;$$

$$r = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{12}};$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}.$$

Результати визначення геометричних характеристик подані у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані

Характеристика	Значення	Характеристика	Значення	Характеристика	Значення
$d_1 d_1$ , м	12	$I_x I_x$ , м <sup>4</sup>	66,41	$A$ , м <sup>2</sup>	10,44
$d_2 d_2$ , м	6	$I_y$ , м <sup>4</sup>	197,31	$e_{xex}$ , м	0
$t$ , м	0,3	$I_d$ , м <sup>4</sup>	0,91	$k$	0,145
$L_1$ , м	36	$I_\omega I_\omega$ , м <sup>6</sup>	1127,51	$k_\eta$	1
$L_2$ , м	24	$r^2 r^2$ , м <sup>2</sup>	156	$k_\theta$	1
$H$ , м	192	$\gamma \gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	25	$g$ , м/с <sup>2</sup>	9,81
$E$ , кН/м <sup>2</sup>	$2,9 \cdot 10^7$	$\mu$	0,17	$G$ , кН/м <sup>2</sup>	$1,24 \cdot 10^7$

$d_1, d_2$ , – розміри ядра жорсткості будівлі в плані відповідно;

$t$  – товщина стін ядра жорсткості будівлі;

$L_1, L_2$  – розміри будівлі у плані;

$I_x, I_y, I_d, I_\omega$  – моменти інерції осьові, крутильний і секторіальний

відповідно;

$H$  – висота будівлі над землею;

$A$  – площа ядра жорсткості будівлі;

$E, G$  – модуль пружності і модуль зсуву залізобетону відповідно;

$r^2$  – характеристика плану будівлі;

$\gamma$  – питома вага залізобетону;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$\mu$  – коефіцієнт Пуассона;

$e_x$  – ексцентриситет;

$k, k_\eta, k_\theta$  – аеродинамічні коефіцієнти.

Відповідно до формул (2.12) визначимо значення  $a_1 - a_{12}$  (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Значення коефіцієнтів  $a_1 - a_{12}$

Параметр	Значення	Параметр	Значення	Параметр	Значення
$a_1, \text{кН м}^7$	$1,477 \cdot 10^{22}$	$a_5, \text{кН м}^8$	$8,195 \cdot 10^{20}$	$a_9, \text{кН м}^9$	$-2,846 \cdot 10^{20} \cdot \omega^2$
$a_2, \text{кН м}^7$	$-1,676 \cdot 10^{19} \cdot \omega^2$	$a_6, \text{кН м}^6 \text{с}^2$	$-1,371 \cdot 10^{19}$	$a_{10}, \text{кН м}^9$	$-3,405 \cdot 10^{24} \cdot \omega^2$
$a_3, \text{кН м}^7$	$-2,182 \cdot 10^{22} \cdot \omega^2$	$a_7, \text{кН м}^9$	$2,457 \cdot 10^{23}$	$a_{11}, \text{кН м}^7 \text{с}^2$	0
$a_4, \text{кН м}^6 \text{с}^2$	$-1,371 \cdot 10^{19}$	$a_8, \text{кН м}^9$	$1,114 \cdot 10^{24}$	$a_{12}, \text{кН м}^9$	$8,195 \cdot 10^{20}$

Рівняння (2.14) набуде такого вигляду:

$$V^4 + \beta \cdot V^2 + \gamma = 0; \quad (2.19)$$

де 
$$\beta = \frac{(a_1 + a_2 + a_3) \cdot a_{11} - a_5 \cdot a_6}{a_4^2} = 59,77 \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right];$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{12})}{a_4^2} = \\ &= -3,956 \cdot 10^8 \cdot \omega^4 + 4,202 \cdot 10^8 \cdot \omega^2 - 1,047 \cdot 10^8 \left[ \frac{\text{м}^4}{\text{с}^4} \right]; \end{aligned} \quad (2.20)$$

Зробимо заміну

$$V^2 = \varphi. \quad (2.21)$$

Отримаємо

$$\varphi^2 + \beta \cdot \varphi + \gamma = 0. \quad (2.22)$$

Звідси

$$\varphi_{1,2} = -\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - \gamma},$$

або

$$\varphi_{1,2} = \pm 0,5 \cdot \sqrt{1,583 \cdot 10^9 \cdot \omega^4 - 1,681 \cdot 10^9 \cdot \omega^2 + 4,189 \cdot 10^8} - 29,885. \quad (2.23)$$

Зробимо ще одну заміну

$$\omega^2 = z. \quad (2.24)$$

Використовуючи теорему Ферма, отримаємо

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{3,165 \cdot 10^9 \cdot z - 1,621 \cdot 10^9}{4 \cdot \sqrt{1,583 \cdot 10^9 \cdot z^2 - 1,681 \cdot 10^9 \cdot z + 4,189 \cdot 10^8}} = 0$$

Вважаючи, що знаменник не може дорівнювати нулю, розглянемо лінійне рівняння відносно  $z$

$$3,165 \cdot 10^9 \cdot z - 1,621 \cdot 10^9 = 0, \quad (2.26)$$

Звідси

$$z = \frac{1,621 \cdot 10^9}{3,165 \cdot 10^9} = 0,531.$$

Відповідно

$$\omega = \sqrt{z} = \sqrt{0,531} = 0,729 \left[ \frac{\text{рад}}{c} \right]. \quad (2.27)$$

Таким чином, критична швидкість потоку визначається





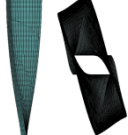
$$V_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\varphi_{1,2}},$$

$$V_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\pm 0,5 \cdot \sqrt{1,583 \cdot 10^9 \cdot \omega^4 - 1,681 \cdot 10^9 \cdot \omega^2 + 4,189 \cdot 10^8} - 29,885}. \quad (2.28)$$

Аналіз у формулі (2.28) показує, що для визначеної кругової частоти величини критичних швидкостей потоку виражаються комплексними числами.

Тим не менш, цей висновок неможливо вважати остаточним, тому що обрані флуктуації потоку у вигляді одиничного гармонійного коливання не відображають всього різноманіття ситуацій. Для складання більш повної картини визначимо власні частоти будівлі. Розв'язання будується чисельно у середовищі ПК «Ліра» на основі кінцево-елементної моделі, зображеної на рисунку 2.3.

Таблиця 2.4 – Форми власних коливань

Номер форми	Форма коливань	Тип коливань	Частоти		V <sub>кр</sub> , м/с
			Круг. частота (с <sup>-1</sup> )	Частота (Гц)	
1	2	3	4	5	6
1		Згинальні коливання вздовж осі Y	0,840	0,134	47,0
2		Згинальні коливання вздовж осі X	1,417	0,225	171,0
3		Згинальні коливання за обертонами вздовж осі Y	5,097	0,811	711,0
4		Згинальні коливання за обертонами вздовж осі X	8,577	1,365	1205,0
5		Крутильні коливання	12,758	2,031	1796,0

Продовження таблиці 2.4

1	2	3	4	5	6
6		Згинальні коливання за обертонами вздовж осі Y	13,302	2,117	1873,0
7		Згинальні коливання за обертонами	19,714	3,138	2778,0
8		Згинальні коливання за обертонами	22,221	3,537	3132,0
9		Згинальні коливання за обертонами вздовж осі Y	22,603	3,597	3186,0
10		Згинальні коливання за обертонами вздовж осі X	22,772	3,624	3209,0

Водночас для моделювання власне стін ядра жорсткості використані елементи «КЕ-41 – універсальний прямокутний елемент оболонки нульової гаусової кривизни». Розміри кінцевих елементів встановлені на основі розв’язання тестових задач і складені для кожного погонного метра елемента.

Власна вага конструкції збиралася автоматично з огляду на нормовану об’ємну вагу залізобетону  $25 \text{ кН/м}^3$ .

Розрахунок виконувався на динамічну дію («модальний аналіз») для перших 10-ти форм власних коливань (табл. 2.4).

Підставивши кругову частоту кожної з форм коливань у формулу (2.28), отримуємо значення критичної швидкості (рис. 2.4).

Аналіз показує, що розв'язку (2.28) відповідають два комплексних полярно сполучених кореня і два дійсних. Причому позитивний дійсний корінь тільки один.

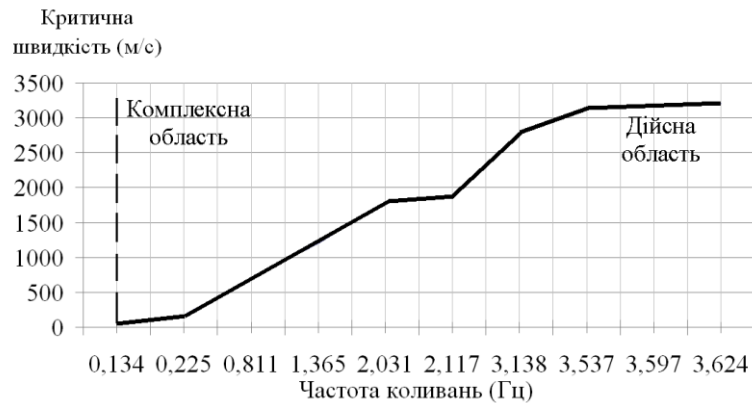


Рисунок 2.4 – Залежність критичної швидкості від частоти коливань

Таким чином, відбуваються небезпечні (резонансні) режими коливань будівлі, що відповідають визначеним критичним швидкостям вітрового потоку (рис. 2.4). Як видно із таблиці 2.4, коливання у цих випадках можуть мати як згинальний, так і крутильний характер.

### 3 ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ

Під час проектування і розрахунку будівель, у яких деяка кількість пілонів не доходить до фундаментів, необхідно окремо розв'язувати такі завдання:

- оцінка достатньої несучої здатності елементів, що залишилися (зазвичай колон), що доходять до фундаментів;
- оцінка зрушуючої сили відповідного ресурсу перерізу колон у ділянці обриву пілонів;
- оцінка міцності диску перекриття у ділянці обриву пілону;
- оцінка несучої здатності (за поперечною силою) інших додатково навантажених пілонів, що доходять до фундаментів.

Під час проєктування й розрахунку будівель, у яких деяка кількість пілонів не доходить до верхньої частини, необхідно:

– оцінити міцність диску перекриття, розташованого у ділянці обриву пілону;

– оцінити несучу здатність пілонів і колон, що залишилися на зсув у ділянці обриву пілону.

Неточність зведення вертикальних конструкцій необхідно враховувати:

– коли перевіряється міцність колон, шляхом введення випадкового ексцентриситету;

– коли перевіряється міцність дисків перекриттів, з урахуванням розрахункового кута перелому вертикальних конструкцій  $\varepsilon = 0,0075$ .

Для численної реалізації перерахованих завдань повинні бути сформовані відповідні локальні розрахункові моделі. Водночас остаточні висновки щодо надійності ухвалених конструктивних рішень необхідно робити на основі спільного розгляду результатів розрахунків, що отримані за загальною схемою моделі «власне будівля – фундаментна конструкція – основа» і локальних моделей, що згадуються.

Несучу здатність вертикального перерізу пілону зі зсувом  $T$  обирають рівною сумі опорів зрушенню усіх сполучних елементів, що потрапили до розглядуваного перерізу. Якщо вертикальний переріз складається із декількох ділянок висотою  $h_j$ , що відрізняються опором зрушення на одиницю висоти  $t_j$ , то

$$T = \sum t_j h_j . \quad (3.1)$$

Несучу здатність  $t_j$  ділянки вертикального перерізу у разі розглядуваного зрушення обирають:

– для суцільних ділянок стін – рівною їх несучій здатності за поперечною силою без урахування арматури, рівної множенню розрахункового опору бетону пілонів із розтягом  $f_{ctk}$  на їхню товщину;

– для перекладок над отворами – рівною меншій із їх несучих здатностей у разі зрушення за поперечною силою або за згинальним моментом, поділеним на висоту поверху.

Перевірку міцності нормальних перерізів ядер жорсткості здійснюють як перевірку пілонів відкритого профілю.

Перевірка міцності ядер жорсткості у разі зсуву відрізняється від перевірки міцності пілонів відкритого профілю: будь-яка поверхня із вертикальною твірною розтинає пілон замкненого профілю одночасно за двома вертикальними перерізами (рис. 3.1, а). Крім цього крутні моменти, які у пілонах замкненого профілю можуть бути достатньо великими, викликають зсувні зусилля  $T_{кр}$

(рис. 3.1, б). Ці зусилля додаються до зсувних зусиль від вертикальних навантажень і зусиль від поперечного вигину пілонів.

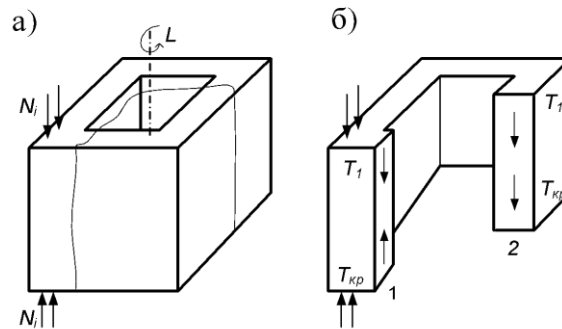


Рисунок 3.1 – Перевірка міцності ядер жорсткості у разі зсуву

Перекладки над отворами у пілонах необхідно проектувати так, щоб вони були рівноміцнісними за поперечною силою і згинальним моментом. Водночас згинальний момент у перекладці визначається:

– у разі ширини меншої із гілок пілону, що примикає до отвору, більшої або рівної висоті перекладки над отвором

$$M_n = 0,5V_n b_n; \quad (3.2)$$

– у разі ширини меншої із гілок, що менша за висоту перекладки над отвором

$$M_n = 0,5V_n b_i \left(1 - 0,5 \frac{b_c}{h_i}\right). \quad (3.3)$$

Всі позначення подані за рисунком 3.2.

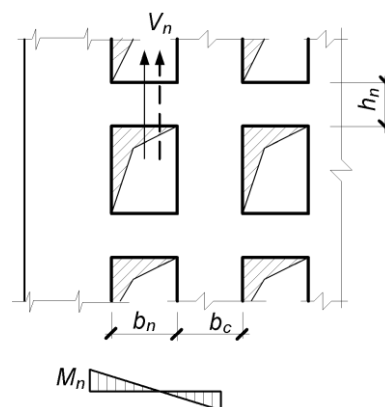


Рисунок 3.2 – Розрахунок перекладки над отвором

Поперечну силу у перекладці  $V_n$  обирають на основі статичного розрахунку. До зусиль  $V_n$  і  $M_n$  необхідно додати зусилля від місцевого навантаження.

Для приблизної оцінки рівня ослаблення пілону перерізі з отворами та для спрощення розрахунку будівлі скористаємося коефіцієнтом приведення О. Р. Ржаніцина:

$$\beta = \sqrt{\frac{3J_n H^2}{2a^3 h} \left( \frac{F_1 + F_2}{F_1 F_2} + \frac{v^2}{J_1 + J_2} \right)}, \quad (3.4)$$

де  $J_n$  – момент інерції перемички;

$F_1, F_2$  – площі перерізів гілок пілонів;

$J_1$  і  $J_2$  – моменти інерції гілок пілонів; висота діафрагми;

$h$  – висота поверху;

$a$  – половина ширини отвору;

$v$  – відстань між центрами тяжіння гілок пілонів.

У разі  $\beta \geq 15$  податливість перекладок мала і діафрагма працює з єдиним перерізом та розраховується за балочною консольною схемою. У разі  $\beta \leq 0,5$  податливість перекладок велика і їхній вплив на роботу пілонів несуттєвий; гілки пілонів (діафрагм) працюють окремо і розраховуються як окремі самостійні балочні консолі.

У разі проміжних значень  $15 > \beta > 0,5$  характер роботи діафрагми з отворами нагадує роботу рами. У цьому разі зусилля в елементах діафрагм можуть визначатися так, як зусилля у рамних системах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бабаєв В. М. Конструктивные системы для объектов различного назначения. Опыт проектирования и возведения / В. М. Бабаєв, В. С. Шмуклер // Комунальне господарство міст : науково-технічний збірник. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – Вип. 114. – С. 2–17.
2. Скрипник О. С. Будівлі і споруди та їх поведінка в умовах надзвичайних ситуацій : конспект лекцій для студентів денної та заочної форм навчання, першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 263 – Цивільна безпека, освітня програма «Цивільний захист» / О. С. Скрипник, М. Ю. Іващенко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 158 с.
3. Барабаш М. С. Методи мінімізації ймовірності прогресуючого руйнування висотної будівлі при дії сейсмічних навантажень / М. С. Барабаш, Ю. В. Гензерський, Я. В. Покотило // Нові технології в будівництві науково-технічний журнал. – 2011. – Вип. 1(21) – С. 17–22.
4. Архітектурне проектування висотних будинків : навч. посіб. / [Л. М. Ковальський, Г. В. Кузьміна, Г. Л. Ковальська] ; за заг. ред. Л. М. Ковальського. – Київ : КНУБА, 2010. – 123 с.
5. Проблеми протидії конструкцій прогресуючому обваленню будівель та споруд : монографія / В. М. Першаков, М. С. Барабаш, А. О. Белятинський, К. М. Лисицька. – Київ : НАУ, 2015. – 456 с.
6. Городецкий А. С. Исследование устойчивости конструкций зданий и сооружений к прогрессирующему разрушению при аварийных воздействиях // А. С. Городецкий, М. С. Барабаш // Нові технології в будівництві : науково-технічний журнал. – НДІБВ, 2(20). – Київ, 2010. – С. 19–23.
7. Моргун А. С. Оцінка, прогноз, управління напружено-деформованим станом будівельних конструкцій : навч. посіб. / А. С. Моргун, М. М. Сорока. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 107 с.

*Електронне навчальне видання*

## МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи та проведення практичних занять  
із навчальної дисципліни

### **«ПРОЄКТУВАННЯ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ»**

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти  
всіх форм навчання зі спеціальності  
192 – Будівництво та цивільна інженерія,  
освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво»)*

Укладачі: **ПЕТРЕНКО** Дмитро Григорович,  
**НАБОКА** Анатолій Віталійович,  
**ПЕТРОВА** Олена Олександрівна

Відповідальний за випуск *С. М. Золотов*

*Редактор Б. О. Хільська*

Комп'ютерне верстання А. В. Набока

План 2025, поз. 517М

---

Підп. до друку 03.07.2025. Формат 60 × 84/16.  
Ум. друк. арк. 2,3.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Черноглазівська (Маршала Бажанова), 17, Харків, 61002.  
Електронна адреса: office@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 5328 від 11.04.2017.