

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності
193 – Геодезія та землеустрій, освітньо-професійна
програма «Геодезія, картографія та землеустрій»)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025

Методичні рекомендації до організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Основи моделювання складних систем» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій, освітньо-професійна програма «Геодезія, картографія та землеустрій») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : К. А. Мамонов, О. О. Воронков. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 29 с.

Укладачі: д-р екон. наук, проф. К. А. Мамонов,
канд. екон. наук, доц. О. О. Воронков

Рекомендовано кафедрою земельного адміністрування та геоінформаційних систем, протокол № 9 від 05.12.2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	5
Змістовий модуль 1 Поняття та принципи моделювання складних систем	5
Тема 1 СКЛАДНІ СИСТЕМИ ТА ЇХНЯ СПЕЦИФІКА (20 годин)	5
Тема 2 СПОСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ (15 годин).....	6
Змістовий модуль 2 Оптимізаційне моделювання складних систем	7
Тема 3 ОСОБЛИВОСТІ І СФЕРИ ВИКОРИСТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МЕТОДІВ (4 години)	7
Тема 4 МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ (5 годин)	9
Тема 5 ІНТЕРПРЕТАЦІЯ І АНАЛІЗ ОПТИМАЛЬНИХ ПЛАНІВ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ (5 годин)	11
Тема 6 ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА (5 годин)	14
Змістовий модуль 3 Статистичне моделювання складних систем	17
Тема 7 МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ (15 годин)	17
Тема 8 МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ЗВ’ЯЗКІВ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ (20 годин).....	19
2 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	21
Варіанти завдань до самостійної роботи № 1	21
Варіанти завдань до самостійної роботи № 2	22
Варіанти завдань до самостійної роботи № 3	23
Завдання для варіантів 1–10.....	23
Завдання для варіантів 11–20.....	25
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	27

ВСТУП

Курс «Основи моделювання складних систем» є вибірковим навчальним компонентом освітньої програми «Геодезія, картографія та землеустрій» із спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій. Відповідно до навчального плану дисципліну вивчають у 5 семестрі 3 курсу. Обсяг курсу становить 150 академічних годин або 5 кредитів ECTS, обсяг самостійної роботи становить 104 години. Відповідно до програми дисципліну розділено на три змістових модуля: ЗМ 1 Поняття та принципи моделювання складних систем, ЗМ 2 Оптимізаційне моделювання складних систем та ЗМ 3 Статистичне моделювання складних систем.

Метою вивчення дисципліни «Основи моделювання складних систем» є формування у здобувачів системи знань про складні системи, принципи їхнього моделювання та аналізу, про алгоритми їхнього функціонування та управління ними, а також набуття навичок моделювання певних об'єктів та процесів, зокрема побудови й використання оптимізаційних та статистичних моделей.

У результаті вивчення курсу здобувачі мають опанувати основні методи побудови математичних моделей складних систем, зокрема оптимізаційних та статистичних, навчитись виконувати підготовку вихідних даних для статистичного моделювання, визначати та формалізувати цілі й обмеження оптимізаційних моделей, а також на підставі результатів моделювання робити обґрунтовані висновки.

У цих методичних рекомендаціях для кожної теми дисципліни «Основи моделювання складних систем» зазначено обсяг витрат часу на самостійне вивчення, що відповідає програмі курсу. Наприкінці методичних рекомендацій наведено список основних і додаткових джерел, які рекомендується використовувати. Кожна тема супроводжується посиланнями на відповідні її сторінки підручників.

Після вивчення теоретичного матеріалу потрібно дати відповіді на контрольні запитання з теми, а також вирішити задачі, пропоновані для самостійного розв'язання. Приклади розв'язання подібних завдань можна знайти у методичних рекомендаціях до практичних занять, а також у дистанційному курсі «Основи моделювання складних систем», що розроблений на платформі Moodle.

Наприкінці цих методичних рекомендацій наведені індивідуальні завдання для самостійної роботи, які відповідають змістовим модулям та є обов'язковими для виконання.

1 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Змістовий модуль 1 Поняття та принципи моделювання складних систем

Тема 1 СКЛАДНІ СИСТЕМИ ТА ЇХНЯ СПЕЦИФІКА (20 годин)

Поняття системи.

Ознаки та системні властивості систем.

Принципи управління системою.

Характерні особливості складних систем.

Література: [1, с. 6–12]; [2, с. 5–11]; [3]; [4, с. 10–12]; [5, с. 10–18]; [10, с. 10–23].

Запитання для самоконтролю

1. Що означає термін «система»? Наведіть визначення.
2. Поясніть сутність понять «елементи системи», «структура системи».
3. Що розуміють як стани системи та параметри стану?
4. Поясніть сутність поняття «мета системи» та наведіть приклади.
5. Поясніть сутність понять «аналіз» та «синтез».
6. Що становить системний підхід? Охарактеризуйте його призначення та основні риси.
7. Поясніть сутність моделі «чорний ящик».
8. Перелічіть системні ознаки та охарактеризуйте їх.
9. Які елементи системи визначають її границі щодо навколишнього середовища?
10. Чи є зворотний зв'язок системи її елементом або він є елементом навколишнього середовища?
11. Якою ознакою визначається наявність структури системи?
12. Поясніть сутність поняття «управління системою». Що є метою управління?
13. Охарактеризуйте принцип управління за збуренням. У чому полягає перевага та недолік цього принципу управління?
14. Охарактеризуйте принцип управління за відхиленням. У чому полягає перевага та недолік цього принципу управління?
15. Поясніть, чим спричинено поняття «складна система» та які системи до них належать.
16. Охарактеризуйте властивості складних систем, які відрізняють їх від звичайних.

Задачі для самостійного розв'язання

1.1 Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об'єкт – система постачання товарів маркету.

1.2 Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об'єкт – система передачі даних комп'ютерної мережі.

1.3 Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об'єкт – система перевезення вантажів торгової фірми.

Тема 2 СПОСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

(15 годин)

Сутність процесу моделювання.

Види моделей.

Характеристика етапів моделювання.

Методи моделювання складних систем.

Формальна математична модель об'єкта моделювання.

Поняття статичної і динамічної моделі.

Загальна схема створення математичної моделі.

Література: [1, с. 13–17]; [2, с. 12–18]; [3]; [4, с. 12–19]; [5, с. 40–56]; [10, с. 24–38].

Запитання для самоконтролю

1. Поясніть, що таке модель та яка мета моделювання.
2. Перечисліть види моделей, які вам відомі, та наведіть приклади.
3. Поясніть, яку модель називають математичною.
4. Перелічіть етапи моделювання та їхню послідовність.
5. Охарактеризуйте сутність етапів моделювання.
6. У чому полягає етап формалізації проблеми дослідження? Яка інформація потрібна для реалізації цього етапу?
7. Яким вимогам має задовольняти модель? Поясніть термін «адекватність моделі».
8. Охарактеризуйте етап дослідження моделі та які задачі вирішують на цьому етапі.
9. Поясніть, які рішення називають альтернативними.
10. Охарактеризуйте сутність системного аналізу та його особливості.

11. Які методи моделювання та дослідження застосовує системний аналіз?
12. Для дослідження яких явищ застосовують кореляційний аналіз?

Задачі для самостійного розв'язання

- 2.1 Запропонуйте множину вхідних змінних та множину вихідних змінних моделі, а також множину параметрів моделі, якщо досліджуваний об'єкт – система обслуговування клієнтів у банку.
- 2.2 Поставте задачу моделювання для виробничої системи.
- 2.3 Поставте задачу управління для технологічного процесу обробки деталей.
- 2.4 Поставте задачу прогнозування для системи обслуговування клієнтів у банку.
- 2.5 Поставте задачу оптимізації для системи перевезення вантажів торгової фірми.

Змістовий модуль 2 Оптимізаційне моделювання складних систем

Тема 3 ОСОБЛИВОСТІ І СФЕРИ ВИКОРИСТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МЕТОДІВ (4 години)

Поняття оптимізації.

Математична постановка оптимізаційних задач.

Вибір критерію оптимізації.

Класифікація оптимізаційних моделей і методів розв'язання.

Види оптимізаційних моделей.

Література: [1, с. 18–24]; [2, с. 19–24; [3]; [8, с. 261–290]; [10, с. 39–60].

Запитання для самоконтролю

1. Охарактеризуйте сутність та особливості оптимізаційних задач.
2. Поясніть поняття «оптимальне рішення», «критерій ефективності», «система обмежень».
3. Охарактеризуйте структуру оптимізаційної моделі, які елементи вона має містити.
4. Що становить цільова функція оптимізаційної задачі? Яке її призначення?

5. З яких причин до оптимізаційних задач не застосовують класичні методи пошуку умовного екстремуму функції? Які класичні методи пошуку екстремуму функції вам відомі?

6. Які загальні етапи розв'язання оптимізаційних задач прийнято виділяти?

7. Охарактеризуйте етап постановки оптимізаційної задачі. Які його особливості?

8. Поясніть, яку модель називають вербальною моделлю.

9. Охарактеризуйте етап формалізації оптимізаційної задачі. Яка його сутність, призначення та особливості?

10. Поясніть, у чому полягає адекватність математичної моделі системи та як перевірити чи є модель адекватною.

11. Охарактеризуйте інформацію, що містить числовий розв'язок оптимізаційної задачі.

12. За якими ознаками класифікують оптимізаційні моделі і методи розв'язання?

13. Дайте визначення понять: план, припустимий план, оптимальний план, розв'язок оптимізаційної задачі.

14. На чому ґрунтується класифікація моделей і методів розв'язання оптимізаційних задач? Які класи моделей і методів виділяють у математичному програмуванні?

15. Що становить множина припустимих розв'язків оптимізаційної задачі?

16. У якому випадку для моделювання можна скористатись лінійною оптимізаційною моделлю?

17. Які обов'язкові елементи містить оптимізаційна модель?

Задачі для самостійного розв'язання

3.1 Для збереження здоров'я й працездатності людина повинна на добу споживати не менше 20 ум. од. білків, не менше 40 ум. од. жирів і не менше 88 ум. од. вуглеводів. Для простоти припустимо, що є всього два види продуктів П1 і П2, вартість одиниці кожного з них дорівнює відповідно 6 і 10 грош. одиниць. Вміст названих живильних речовин у різних продуктах харчування не однаковий. Припустимо, що в одиниці продукту П1 міститься 4 ум. од. білків, 4 ум. од. жирів і 4 ум. од. вуглеводів, а в одиниці продукту П2 відповідно 1, 3 і 15 ум. од. тих самих живильних речовин. Потрібно скласти математичну модель задачі, що дозволяє сформулювати з продуктів П1 і П2 добову дієту, яка, з одного боку, містила би білків, жирів і вуглеводів не менше за науково обґрунтовані норми і разом із тим вимагала би мінімальних витрат. Вирішити задачу графічним способом.

3.2 Для виробництва трьох видів продуктів П1, П2, П3 використовують чотири види ресурсів Р1, Р2, Р3, Р4. Добовий видаток ресурсів на 1 кг кожного продукту та їхній денний запас наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані

Ресурси	Витрата ресурсу на 1 кг продукту			Запас, кг
	П1	П2	П3	
Р1	1	1,25	0,8	2 500
Р2	0,4	0,25	0,5	1 000
Р3	1	1,6	1,5	4 000
Р4	0,4	0	0	800

Ціна 1 кг продукту П1 становить 58 грн, продукту П2 – 40 грн, продукту П3 – 60 грн. Яку кількість продуктів кожного виду необхідно виробляти, щоб забезпечити максимальний дохід від реалізації?

Тема 4 МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ (5 годин)

Загальна форма задачі лінійного програмування.

Основні властивості ЗЛП.

Геометрична інтерпретація множини припустимих рішень.

Канонічна форма задачі лінійного програмування (КЗЛП).

Симплекс-метод.

Література: [1, с. 25–33]; [2, с. 25–35]; [3]; [8, с. 293–302]; [10, с. 134–143].

Запитання для самоконтролю

1. Які оптимізаційні задачі належать до лінійних?
2. Сформулюйте задачу лінійного програмування.
3. Дайте визначення для таких понять: план, припустимий план, оптимальний план, розв’язок задачі.
4. Як відрізняються загальна задача лінійного програмування та канонічна?
5. Чи завжди загальну задачу лінійного програмування можна привести до канонічного вигляду?
6. Поясніть, як загальну ЗЛП перетворюють на канонічну. Який зміст мають додаткові змінні? Як враховується вплив додаткових змінних на цільову функцію?

7. Яку точку опуклої множини називають кутовою?
8. У чому полягає перша геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування?
9. Поясніть, як обмеження формують область припустимих рішень ЗЛП. Які рішення вважають припустимими?
10. Який план ЗЛП називають базисним? Назвіть ознаки базисного плану.
11. Як пов'язані базисні плани з кутовими точками області визначення задачі лінійного програмування?
12. Як із системи обмежень канонічної ЗЛП визначити кількість базисних змінних?
13. Який план задачі лінійного програмування називають виродженим?
14. Сформулюйте критерій оптимальності припустимого базисного плану, застосований у симплекс-методі.
15. За яких умов роблять висновок про необмеженість цільової функції в розв'язуваній задачі?

Задачі для самостійного розв'язання

Подати графічну інтерпретацію таких задач.

$$4.1 \ L(X) = 4x_1 - 3x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} 5x_1 - 2x_2 \leq 20 \\ x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ -7x_1 + 10x_2 \leq 80 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$4.2 \ L(X) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 5 \\ 4x_1 + x_2 \geq 8 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$4.3 \ L(X) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} -x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$4.4 \ L(X) = -2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} -3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \\ x_1 + 2x_2 \geq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$4.5 \ L(X) = x_1 + 6x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 3x_1 - 3x_2 \geq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$4.6 \ L(X) = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \\ -2x_1 + 6x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

4.7 Для виготовлення виробів А, В, С підприємство використовує три різних види сировини. Норми видатку сировини на виробництво одного виробу

кожного виду, ціна одного виробу А, В і С, а також загальна кількість сировини кожного виду, що може бути використана підприємством, наведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Вихідні дані

Вид сировини	Норми витрат сировини			Запас сировини
	А	В	С	
S1	18	15	12	360
S2	6	4	8	192
S3	5	3	3	180
Ціна одного виробу, грн	9	10	16	

Скласти план виробництва виробів, за якого загальна вартість всієї виробленої підприємством продукції є максимальною. Скласти двоїсту задачу та знайти її оптимальний план.

Тема 5 ІНТЕРПРЕТАЦІЯ І АНАЛІЗ ОПТИМАЛЬНИХ ПЛАНІВ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ (5 годин)

Характеристика задач аналізу оптимальних планів.

Пряма та двоїста задачі як пара сполучених задач лінійного програмування.

Основні теореми подвійності та їхній зміст.

Після оптимізаційний аналіз оптимізаційної моделі.

Аналіз параметричної стійкості розв'язків задачі лінійного програмування.

Література: [1, с. 34 –44]; [2, с. 35–54]; [3]; [8, с. 344–357]; [10, с. 156–170].

Запитання для самоконтролю

1. Поясніть суть подвійності в лінійному програмуванні.
2. Складіть просту економіко-математичну модель і запишіть до неї двоїсту. Дайте економічну інтерпретацію двоїстих оцінок.
3. Скільки змінних і обмежень має двоїста задача щодо прямої задачі?
4. Поясніть економічний зміст першої теореми подвійності.
5. Поясніть економічний зміст другої теореми подвійності.
6. У чому полягає економічний зміст третьої теореми подвійності?
7. Сформулюйте правила побудови двоїстих задач.

8. Як на підставі оптимального розв'язку прямої задачі одержати оптимальний розв'язок двоїстої задачі?

9. У чому полягає економічна інтерпретація прямої та двоїстої задач лінійного програмування?

10. Як визначити, чи є обмежений ресурс дефіцитним?

11. Як визначити, що продукція є рентабельною або нерентабельною?

12. У чому полягає економічний зміст змінних двоїстої задачі?

13. Який зміст вкладають у поняття «параметрична стійкість»?

14. Сформулюйте умови для припустимих змін цільової функції задачі, за яких її оптимальний план залишається незмінним.

15. Охарактеризуйте способи визначення статусу ресурсів прямої задачі, які вам відомі.

16. Поясніть, як визначити інтервали стійкості двоїстих оцінок щодо зміни запасів дефіцитних ресурсів?

17. Поясніть, як визначити оптимальний план виробництва продукції та зміну доходу підприємства при збільшенні або зменшенні обсягу ресурсів?

18. Як розрахувати інтервали можливої зміни ціни одиниці кожного виду продукції?

Задачі для самостійного розв'язання

5.1 Підприємство виготовляє три види продукції А, В і С, використовуючи для цього три види ресурсів 1, 2, 3. Норми витрат всіх ресурсів на одиницю продукції і запаси ресурсів наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Вихідні дані

Ресурс	Норма витрат на одиницю продукції			Запас ресурсу
	А	В	С	
1	18	15	12	360
2	6	4	8	192
3	5	3	3	180

Відома ціна одиниці продукції кожного виду: А – 9 грош. од., В – 10 грош. од. і С – 16 грош. од. Визначити план виробництва продукції, що забезпечує підприємству найбільший дохід.

Записати математичні моделі прямої і двоїстої задач; записати оптимальні плани прямої і двоїстої задач, виконати їхній економічний аналіз; визначити статус ресурсів, використовуваних для виробництва продукції, і рентабельність кожного виду продукції; обчислити інтервали стійкості двоїстих оцінок щодо зміни запасів дефіцитних ресурсів.

5.2 Підприємство виготовляє продукцію А, В і С, для чого використовує три види ресурсів 1, 2, 3. Норми витрат всіх ресурсів на одиницю продукції і обсяги ресурсів на підприємстві наведені в таблиці 4.

Таблиця 4 – Вихідні дані

Ресурс	Норма витрат на одиницю продукції			Запас ресурсу
	А	В	С	
1	4	2	1	180
2	3	1	3	210
3	1	2	5	244

Відома ціна одиниці продукції кожного виду: А – 10 грош. од., В – 14 грош. од. і С – 12 грош. од. Визначити план виробництва продукції, що забезпечує підприємству найбільший дохід.

Записати математичні моделі прямої і двоїстої задач; записати оптимальні плани прямої і двоїстої задач, виконати їхній аналіз; визначити статус ресурсів, використовуваних для виробництва продукції, і рентабельність кожного виду продукції; обчислити інтервали стійкості двоїстих оцінок щодо зміни запасів дефіцитних ресурсів.

5.3 Підприємство виготовляє продукцію чотирьох видів А, В, С і D, для чого використовує три види ресурсів 1, 2, 3. Норми витрат ресурсів на одиницю продукції і запаси ресурсів на підприємстві наведені в таблиці 5.

Таблиця 5 – Вихідні дані

Ресурс	Норма витрат на одиницю продукції				Запас ресурсу
	А	В	С	Д	
1	2	1	1	1	280
2	1	—	1	1	80
3	1	5	1	—	250

Відома ціна одиниці продукції кожного виду: А – 4 грош. од., В – 3 грош. од., С – 6 грош. од., D – 7 грош. од. Визначити план виробництва продукції, що максимізує дохід підприємства.

Записати математичні моделі прямої і двоїстої задач; записати оптимальні плани прямої і двоїстої задач, виконати їхній економічний аналіз; визначити статус ресурсів, використовуваних для виробництва продукції, і рентабельність кожного виду продукції; обчислити інтервали стійкості двоїстих оцінок щодо зміни запасів дефіцитних ресурсів.

Тема 6 ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА (5 годин)

Транспортна задача в матричній постановці та її властивості.

Методи побудови опорного плану.

Метод потенціалів.

Випадок виродження.

Транспортна задача в сітковій постановці.

Створення геоінформаційної моделі транспортної мережі.

Література: [1, с. 45–56]; [2, с. 55–80]; [3]; [8, с. 303–333]; [10, с. 171–189, с. 23–239].

Запитання для самоконтролю

1. Наведіть формулювання транспортної задачі.
2. Які специфічні властивості дозволяють виділити розподільні задачі в окремий клас з множини задач лінійного програмування?
3. Опишіть методи побудови припустимого плану транспортної задачі.
4. За якої умови транспортна задача має розв'язок?
5. Скільки ненульових елементів повинен містити невироджений базисний план транспортної задачі?
6. Наведіть визначення «плану перевезень» та охарактеризуйте умови, яким він має задовольняти.
7. Запишіть математичну форму транспортної задачі.
8. Запишіть математичну форму транспортної задачі як загальної задачі лінійного програмування та відзначте її особливості.
9. Сформулюйте критерій оптимальності для припустимого плану транспортної задачі.
10. Поясніть, на чому ґрунтується метод потенціалів.
11. З яких міркувань впливає критерій оптимальності припустимого плану транспортної задачі?
12. Перелічіть основні етапи методу потенціалів.
13. Які умови повинні бути дотримані під час побудови ланцюжка перетворення плану в методі потенціалів?
14. Що потрібно робити у разі виникнення ситуації виродженості поточного плану в транспортній задачі?
15. Наведіть формулювання лінійної сіткової задачі.
16. Поясніть поняття орієнтованого та неорієнтованого графа, наведіть визначення.
17. Поясніть, що таке вершини, дуги та ребра графа.

18. Поясніть поняття початку і кінця дуги, шляху, ланцюга, контуру і циклу графа.

19. Покажіть, що транспортна задача в матричній постановці є окремим випадком транспортної задачі в сітковій постановці.

20. У чому полягає задача про найкоротший шлях?

Задачі для самостійного розв'язання

6.1 На ділянках B_1 , B_2 , B_3 і B_4 під час спорудження метрополітену необхідно виконати грабарства в обсягах відповідно 5, 8, 10 і 2 тис. m^3 з використанням взаємозамінних механізмів M_1 , M_2 і M_3 . Ресурси часу роботи механізмів відповідно дорівнюють 170, 210 і 120 годин, а їхня продуктивність залежно від гірничо-геологічних умов на ділянках і конструкції механізмів виражається величинами 50, 35 і 20 $m^3/\text{год}$ відповідно. Собівартість робіт у грош. од. / m^3 механізмів на ділянках наведена у матриці:

$$\begin{bmatrix} 1,8 & 0,7 & 2,1 & 1,9 \\ 0,8 & 1,1 & 2,3 & 0,7 \\ 1,5 & 2,8 & 0,9 & 0,4 \end{bmatrix}.$$

Скласти математичну модель задачі, що дозволяє знайти план розподілу механізмів за ділянками робіт, за якого загальна вартість робіт буде найменшою. За методом потенціалів знайти такий розподіл механізмів за ділянками, за якого сумарна вартість виконаних робіт буде мінімальною. Знайти оптимальний розподіл механізмів по ділянках робіт при додатковій умові, що на пусковій ділянці B_3 грабарства повинні бути виконані в повному обсязі. Встановити, наскільки зміниться вартість робіт у разі виконання цієї вимоги.

6.2 Передбачено штрафи за недопоставку одиниці продукції споживачам B_1 , B_2 , B_3 у розмірі відповідно 5, 3 і 2 грош. од. Визначити оптимальний план ТЗ:

$$\begin{aligned} a_i &= (10; 80; 15) \\ b_j &= (75; 20; 50) \end{aligned}; \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 6 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

6.3 Розв'язати транспортну задачу

$$\begin{aligned} a_i &= (80; 40; 60; 40) \\ b_j &= (70; 60; 80) \end{aligned}; \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 5 & 8 & 3 \\ 6 & 1 & 4 \\ 8 & 2 & 2 \end{pmatrix},$$

якщо вартість збереження одиниці продукції, що не вивезена, у постачальників A_1 , A_2 , A_3 , A_4 дорівнює відповідно 5, 4, 2 і 3 грош. од.

6.4 Розв'язати транспортну задачу:

$$\begin{aligned} a_i &= (75; 40; 35; 40); \\ b_j &= (20; 60; 140); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix},$$

якщо штрафи за недопоставку продукції споживачам B_1, B_2, B_3 складають відповідно 6, 4 і 8 грош. од.

6.5 Розв'язати транспортну задачу за умови, що вартість збереження не вивезеної продукції у постачальників A_1, A_2, A_3 дорівнює відповідно 8, 7 і 5 грош. од. за одиницю продукції:

$$\begin{aligned} a_i &= (60; 90; 50) \\ b_j &= (30; 80; 20; 40); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 1 \\ 6 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

6.6 У транспортній задачі загальний обсяг виробництва продукції перевищує загальний попит. Вартість зберігання одиниці продукції, яка не вивезена від постачальників A_1, A_2, A_3, A_4 , дорівнює відповідно 7, 3, 4 і 8 грош. од. Визначити оптимальний план задачі:

$$\begin{aligned} a_i &= (30; 80; 20; 40); \\ b_j &= (60; 80; 20); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

6.7 У незбалансованій транспортній задачі загальний попит перевищує загальний обсяг виробництва на 10 од. продукції. За недопоставку продукції споживачам за умовами задачі передбачено штрафи у розмірі 6 і 4 грош. од. за кожну одиницю продукції відповідно для першого і другого постачальників. Визначити оптимальний план такої транспортної задачі:

$$\begin{aligned} a_i &= (10; 10; 30; 20) \\ b_j &= (20; 30; 20; 10); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3 СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Тема 7 МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ (15 годин)

Процедура збирання та підготовки даних для статистичного моделювання.

Статистичний ряд та його числові характеристики.

Визначення виду статистичної моделі.

Статистичний закон розподілу.

Критерії перевірки статистичних гіпотез.

Література: [1, с. 57–62]; [2, с. 81–86]; [3]; [10, с. 266–268].

Запитання для самоконтролю

1. Поясніть сутність термінів «об'єкт спостереження», «одиниці спостереження», «генеральна сукупність», «вибірка», «об'єм вибірки».
2. Поясніть призначення та властивості статистичного ряду.
3. У яких випадках та з якою метою створюють групований статистичний ряд?
4. Охарактеризуйте сутність статистичної частоти, як її обчислюють та для чого застосовують.
5. Які числові характеристики статистичного ряду вам відомі та як їх застосовують для аналізу статистичних даних?
6. Поясніть, як характеризують статистичні дані арифметичне середнє та дисперсія статистичного ряду.
7. Поясніть, з яких міркувань обирають вид статистичної моделі та наведіть приклади.
8. Чи є статистичний ряд моделлю статистичних даних та які висновки дозволяє зробити їхній аналіз за допомогою статистичного ряду?
9. Поясніть, як на підставі статистичного ряду визначити закон розподілу випадкової величини.
10. Як на підставі статистичного ряду побудувати гістограму? Як гістограма пов'язана із щільністю розподілу та де на гістограмі імовірність певного значення випадкової величини?
11. З якою метою гістограму апроксимують гладкою аналітичною залежністю?
12. Поясніть поняття «статистична гіпотеза». Як позначають гіпотези?
13. Які властивості випадкових величин, що застосовують як критерії для перевірки статистичних гіпотез?

Задачі для самостійного розв'язання

7.1 Визначити залежність між змінним видобутком вугілля Y (т) на одного робітника і потужністю пласта вугілля X (м). Вихідні дані наведено у таблиці 6.

Таблиця 6 – Вихідні дані

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
y_i	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8

Знайти рівняння регресії Y на X .

7.2 Є такі дані про рівень механізації робіт X (%) та продуктивності праці Y (т/год) для 14 однотипних підприємств, що наведені в таблиці 7.

Таблиця 7 – Вихідні дані

x_i	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Необхідно оцінити тісноту і напрям зв'язку між змінними за допомогою коефіцієнта кореляції та знайти рівняння регресії K за x .

7.3 За результатом досліджень кореляційної залежності між ціною на нафту X та індексом нафтових компаній Y одержані такі дані:

$$x = 16,2 \text{ (грош. од)}, y = 4\,000 \text{ (умовн. од)}, s_x^2 = 4, s_y^2 = 500, \text{Cov}(X, Y) = 40.$$

Необхідно скласти рівняння регресії Y за X та, використовуючи рівняння регресії, знайти середнє значення індексу за ціни на нафту 16,5 грош. од.

7.4 За даними задачі 7.2 знайти рівняння регресії Y за X , визначити коефіцієнт детермінації R^2 і пояснити його смисл та перевірити значущість рівняння регресії на 5 %-му рівні за F -критерієм.

7.5 За даними задачі 7.2 перевірити значущість рівняння регресії на 5 %-му рівні за F -критерієм. Оцінити середню продуктивність праці на підприємствах з рівнем механізації робіт 60 %.

7.6 За даними 30 нафтових компаній одержане таке рівняння регресії між оцінкою Y (грош. од.) та фактичною вартістю X (грош. од.) цих компаній:

$$y_x = 0,8750x + 295.$$

Знайти 95 %-ві довірчі інтервали для середнього та індивідуального значень оцінки підприємств, фактична вартість яких склала 1 300 грош. од., якщо коефіцієнт кореляції між змінними дорівнює 0,76, а середнє квадратичне відхилення змінної X дорівнює 270 грош. од.

Тема 8 МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ЗВ'ЯЗКІВ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ

(20 годин)

Етапи статистичного моделювання.

Основні поняття кореляційно-регресійного аналізу.

Функціональна та стохастична залежності.

Регресія. Згладжування експериментальних залежностей.

Перевірка гіпотез о параметрах моделі, оцінка її статистичної значущості та адекватності.

Значущість рівняння лінійної регресії.

Середня помилка апроксимації.

Стандартні помилки параметрів.

Література: [1, с. 63–74]; [2, с. 87–110]; [3].

Запитання для самоконтролю

1. Надайте характеристику основних етапів статистичного моделювання.
2. Поясніть сутність термінів «рівняння регресії» і «функціональна залежність».
3. На яких підставах обирають вид регресійної залежності?
4. Поясніть, з якою метою та за яким методом згладжують експериментальні залежності.
5. У чому полягає сутність методу найменших квадратів? Охарактеризуйте особливості методу та його переваг.
6. Поясніть поняття «статистична гіпотеза». Наведіть приклади.
7. Поясніть, з якою метою перевіряють статистичну гіпотезу та охарактеризуйте сутність її перевірки.
8. Як розраховують залишкову дисперсію та загальну дисперсію залежної величини y ?
9. Поясніть, що таке коефіцієнт регресії, коефіцієнт кореляції та коефіцієнт детермінації.
10. Як визначають статистичну значущість рівняння регресії в цілому?
11. З якою метою визначають стандартну помилку коефіцієнта регресії? Який критерій для цього використовують?

12. Як обчислюють довірчий інтервал для коефіцієнта регресії?
13. З якою метою та як визначають значущість лінійного коефіцієнта кореляції?
14. У яких випадках для апроксимації статистичного ряду використовують лінійну модель?
15. Поясніть, що розуміють як кількість ступенів свободи. Як її визначають для зумовленої регресії та залишкової сум квадратів?
16. Поясніть призначення критерію Фішера.
17. Як оцінюють статистичну значущість рівняння регресії в цілому?
18. Як оцінюють значущість параметрів рівняння регресії?
19. Поясніть сутність середньої помилки апроксимації. Як її обчислюють?
20. Поясніть, що називають процесом, які його ознаки.
21. З якою метою застосовують прогнозування? Які види прогнозування вам відомі?
22. Поясніть підходи до короткострокового та довгострокового прогнозування.

2 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Виконання індивідуальних завдань до самостійної роботи передбачене робочою програмою дисципліни для кожного з трьох змістових модулів. Завдання із самостійної роботи потрібно виконати протягом періоду, що визначений навчальним графіком для кожного змістового модулю, та напередодні модульного контролю подати викладачу належно оформлений звіт у дистанційний курс «Основи моделювання складних систем» на платформі MOODLE.

Варіанти завдань до самостійної роботи № 1

Відповідно до варіанта визначити структуру заданої складної системи та скласти функціональну схему взаємодії її складників.

Таблиця 8 – Вихідні дані до самостійної роботи № 1

Номер варіанта	Система, пропонується для описання	Примітка
1	2	3
1	Процес встановлення точки відліку вимірів лазерним далекоміром Leica DISTO D2	
2	Процес вимірювання відстані між двома об'єктами за допомогою лазерного далекоміра Leica DISTO D2 у режимі безперервних вимірів	
3	Процес повірки та юстирування електронного теодоліта DE-2A	
4	Процес вимірювання горизонтального та вертикального кутів за допомогою електронного теодоліта DE-2A	
5	Процес вимірювання відстаней за допомогою електронного теодоліта DE-2A	
6	Будова електронного нівеліра Leica Geosystems Sprinter 150/150M з визначенням функцій його конструктивних елементів	
7	Процес вимірювання висоти та відстані за допомогою електронного нівеліра Leica Geosystems Sprinter 150/150M	
8	Будова електронного тахеометра SOUTH NTS-350R з визначенням функцій його конструктивних елементів	
9	Процес повірки та юстирування електронного тахеометра SOUTH NTS-350R	
10	Процес вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів за допомогою електронного тахеометра SOUTH NTS-350R	
11	Процес вимірювання відстаней за допомогою електронного тахеометра SOUTH NTS-350R	

Продовження таблиці 8

1	2	3
12	Процес визначення координат за допомогою електронного тахеометра SOUTH NTS-350R	
13	Процес обміну даними електронного тахеометра SOUTH NTS-350R	
14	Будова комплексу приймача GNSS Zeno20 з визначенням функцій його конструктивних елементів	
15	Процес встановлення та зарядка акумулятора GNSS-приймача Zeno20	
16	Будова комплексу GNSS-приймачів SOUTH з визначенням функцій його конструктивних елементів	
17	Будова основного блоку S82T GNSS-приймачів SOUTH з визначенням функцій його конструктивних елементів	
18	Процес налаштування системи координат у комплекті GNSS-приймачів SOUTH	
19	Процес виносу точок у натуру за допомогою GNSS-приймачів SOUTH	
20	Процес налаштування каналу GPRS у приймачах GNSS SOUTH	

Варіанти завдань до самостійної роботи № 2

Завдання до самостійної роботи № 2 полягає у розв'язанні задачі лінійного програмування за допомогою процедури «Пошук рішення». За допомогою звітів процедури «Пошук рішення» потрібно визначити:

а) оптимальні розв'язки прямої та двоїстої задач, дефіцитні та недефіцитні ресурси, рентабельні та нерентабельні види діяльності;

б) оцінити вплив тіньових оцінок на значення цільової функції;

в) проаналізувати основні змінні, що потрапили у базис, та основні змінні, що не потрапили до базису;

г) проаналізувати додаткові змінні, що потрапили у базис, та додаткові змінні, що не потрапили до базису;

д) визначити припустимі межі змінення кількості ресурсів та як вони впливають на оптимальний план, тобто обчислити межі максимальних значень цільової функції залежно від зміни кількості ресурсів та межі діапазону нових оптимальних планів.

Задача. Для виготовлення двох видів виробів А і В використовують три види сировини. Для виготовлення одиниці виробу А потрібно витратити сировини першого типу a_1 , другого – a_2 і третього – a_3 од. На виготовлення одиниці виробу В потрібно витратити сировини першого типу b_1 , другого – b_2 і

третього – b_3 од. Виробництво забезпечене сировиною першого типу в кількості P_1 , другого – P_2 , третього – P_3 .

Таблиця 9 – Вихідні дані до самостійної роботи № 2

Варіант	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	P_1	P_2	P_3	α	β
1	16	8	5	4	7	9	144	929	362	4	4
2	9	7	4	5	8	16	786	151	862	3	2
3	12	10	3	3	5	6	805	670	930	6	2
4	8	7	4	3	6	9	192	156	187	2	3
5	15	11	9	4	5	10	833	459	714	3	2
6	6	5	3	3	10	12	18	611	303	3	9
7	11	8	5	3	4	3	453	241	622	5	2
8	9	6	3	4	7	8	221	611	428	3	2
9	3	4	3	5	8	11	927	200	941	2	5
10	10	5	4	9	11	15	512	943	89	7	9
11	8	6	3	2	4	3	45	479	949	5	3
12	3	6	8	2	3	2	657	836	530	3	2
13	2	3	3	5	2	3	894	835	412	2	5
14	1	7	6	3	3	3	117	409	65	6	5
15	4	3	3	3	4	5	186	264	494	6	6
16	6	3	2	2	3	3	715	746	928	7	6
17	7	6	1	3	3	2	101	255	170	6	2
18	5	4	3	3	3	4	920	659	618	5	4
19	6	4	3	2	3	4	965	522	567	6	5
20	8	6	3	2	3	2	747	556	372	6	5
21	3	3	2	2	3	5	346	940	484	4	3
22	2	3	3	1	6	7	957	397	599	7	5
23	4	3	2	3	4	6	478	65	888	2	4
24	4	3	3	3	4	5	689	27	814	6	6
25	5	4	6	3	4	15	178	963	223	5	8

Якщо відомо, що дохід від реалізації одиниці готового виробу А дорівнює α грош. од., а виробу В – β грош. од., скласти такий план виробництва, що забезпечить найбільший дохід від реалізації.

Варіанти завдань до самостійної роботи № 3

Завдання для варіантів 1–10

На підставі вихідних даних побудувати регресійну модель, яка характеризує залежність між витратами або чинниками ефективності

геодезичного підприємства і його доходом у грошових одиницях. Дослідити статистичну значущість моделі. Вихідні дані наведені в таблиці 10:

Таблиця 10 – Вихідні дані до самостійної роботи № 3

Дохід	Витрати							Чинники ефективності		
	Собівартість продукції	Операційні витрати	Адміністративні витрати	Матеріальні витрати	Амортизація основних засобів	Витрати на оплату праці	Загальноновиробничі витрати	Рентабельність виробництва	Рентабельність власного капіталу	Фондовіддача основних засобів
	Номер варіанта									
	1	2	3	4	5	6	9	7	8	10
544,9	99,7	36,3	3,1	60,9	4,7	8,8	4,2	9,6	5,6	2,2
559,7	100,9	36,6	3,5	64	5	9	4,2	10	6	2,2
575,4	102,5	37,3	3,9	67	5,4	9,1	4,2	10,4	6,3	2,2
602	103,5	38,9	4,2	70,7	5,7	9,8	4,4	10,9	6,6	2,3
622,9	104,6	39,6	4,5	74	6,1	10,2	4,6	11,3	7	2,5
658	108,8	42,6	4,8	77,4	6,6	11,9	5,1	11,6	7,4	2,6
700,4	113,7	44,2	5,3	81,6	7,3	12,1	5,2	11,9	8,1	2,9
740,6	116,6	46,9	5,9	85,3	8,1	12,1	5,8	12,4	8,8	3,6
774,4	118,6	46,9	6,3	89,1	8,7	12,5	6	12,7	9,3	3,9
816,2	123,4	49	6,6	93,5	9,5	12,8	6,6	13,4	10	4,1
853,5	125,9	50	6,8	98,4	10,4	13,6	7	14,1	10,6	4,1
876,8	129,4	49,4	7	102	11,2	14,4	7,3	14,6	10,9	4,1
900	130	51,8	7,1	106,4	11,7	14,8	7,9	15,1	11,2	4,3
951,4	132,4	55,4	7,4	112,5	12,4	15,7	8,9	15,8	11,7	4,6
1 007,9	129,4	59,3	7,9	118,2	13,7	16,9	9,9	16,9	11,9	5,2
1 004,8	128,1	58,7	7,8	124,2	14,4	17,2	9,9	17,6	11,7	5,4
1 010,8	132,3	60,9	7,4	128,3	15,9	17,8	9,3	17,9	12,1	5,5
1 056,2	139,7	63,8	7,5	134,9	17,1	18	9,7	19,1	12,2	6,1
1 105,4	145,2	67,5	7,8	141,3	18,3	19,2	10,5	20,4	12,2	6,3
1 162,3	146,1	73,6	8,1	148,5	20	18,6	11,1	21,8	12,7	6,8
1 200,7	149,3	76,7	8,4	154,8	21,6	20,1	11,9	22,2	13,1	6,7
1 209,5	153,2	77,9	8,3	159,8	22,7	21,5	12,1	23,4	13,3	6,3
1 248,6	153	82,6	8,3	164,8	23,3	22	12,4	26,1	13,7	6,6
1 254,4	154,6	84,2	8,1	167,5	24,1	22,4	11,9	27,7	13,6	6,7
1 284,6	161,2	88,5	8,1	171,3	24,2	23,3	12,7	29,8	13,7	7

Завдання для варіантів 11–20

За територіями регіонів у таблиці наводяться дані щодо середнього прожиткового мінімуму та середньої заробітної плати. Відповідно до свого варіанта потрібно побудувати лінійне рівняння парної регресії у від $\times$, розрахувати лінійний коефіцієнт парної кореляції і середню помилку апроксимації; оцінити статистичну значущість параметрів регресії і кореляції за допомогою F-критерію і t-критерію; виконати прогноз заробітної плати у при прогнозному значенні середнього прожиткового мінімуму x , що становить 107 % від середнього рівня; оцінити точність прогнозу, розрахувавши помилку прогнозу; на одному графіку побудувати вихідні дані і теоретичну пряму.

Таблиця 11 – Вихідні дані до варіантів 11–20

Номер регіону	Номер варіанта									
	11		12		13		14		15	
	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плата, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плата, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плата, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плата, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плата, грн
1	81	124	74	122	77	123	83	137	79	134
2	77	131	81	134	85	152	88	142	91	154
3	85	146	90	136	79	140	75	128	77	128
4	79	139	79	125	93	142	89	140	87	138
5	93	143	89	120	89	157	85	133	84	133
6	100	159	87	127	81	181	79	153	76	144
7	72	135	77	125	79	133	81	142	84	160
8	90	152	93	148	97	163	97	154	94	149
9	71	127	70	122	73	134	79	132	79	125
10	89	154	93	157	95	155	90	150	98	163
11	82	127	87	144	84	132	84	132	81	120
12	111	162	121	165	108	165	112	166	115	162

Продовження таблиці 11

Номер регіону	Номер варіанта									
	16		17		18		19		20	
	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плага, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плага, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плага, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плага, грн	Середній прожитковий мінімум на день, грн	Середня денна заробітна плага, грн
1	92	147	75	133	69	124	78	133	97	161
2	78	133	78	125	83	133	94	139	73	131
3	79	128	81	129	92	146	85	141	79	135
4	88	152	93	153	97	153	73	127	99	147
5	87	138	86	140	88	138	91	154	86	139
6	75	122	77	135	93	159	88	142	91	151
7	81	145	83	141	74	145	73	122	85	135
8	96	141	94	152	79	152	82	135	77	132
9	80	127	88	133	105	168	99	142	89	161
10	102	151	99	156	99	154	113	168	95	159
11	83	129	80	124	85	127	69	124	72	120
12	94	147	112	156	94	155	83	130	115	160

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Воронков О. О. Основи моделювання складних систем [Електрон. ресурс] : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій / О. О. Воронков ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2022. – 77 с. – Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/63467/1/2023%2C%207%D0%9B%20%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%BE%D0%B7%20%D0%92%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%20%D0%9E%D0%9E.pdf>, вільний (дата звернення: 10.01.2025). – Назва з екрана.

2. Основи моделювання складних систем [Електрон. ресурс] : дистанційний курс / О. О. Воронков ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://dl.kname.edu.ua/course/view.php?id=890>, вільний (дата звернення: 11.01.2025). – Назва з екрана.

3. Стеценко І. В. Моделювання систем [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / І. В. Стеценко ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Електрон. текст. дані. – Черкаси : ЧДТУ, 2010. – 399 с. ISBN 978-966-402-073-9. – Режим доступу: http://web.kpi.kharkov.ua/auts/wp-content/uploads/sites/67/2017/02/MOCS_Kachanov_posobie.pdf, вільний (дата звернення: 09.01.2025). – Назва з екрана.

4. Теорія систем і системний аналіз : навч. посіб. / А. Є. Ачкасов, В. А. Лушкін, В. М. Охріменко, Т. Б. Воронкова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 167 с. ISBN 978-966-695-319-6 – Існує електрон. версія. (Режим доступу: http://eprints.kname.edu.ua/38976/1/2011%2016%D0%9D%20%D0%BF%D0%B5%D1%87.%20%D0%9E%D1%85%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE_%D0%A2%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%A1%D0%90.pdf, вільний).

5. Григорків В. С. Оптимізаційні методи та моделі : підручник / В. С. Григорків, М. В. Григорків. – Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2016. – 400 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://emm.cv.ua/optimizatsijni-metodi-ta-modeli-pidruchnik/>, вільний).

6. Валяшек В. Б. Оптимізаційні методи та моделі : навч. посіб. / В. А. Кривень, В. Б. Валяшек, Л. І. Цимбалюк, Г. В. Козбур. – Тернопіль : видавництво ТНТУ, 2015. – 83 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/123456789/17880>, вільний).

7. Вижва З. О. Статистичне моделювання в геології : навч. посіб./ З. О. Вижва – Київ : Електронне видання, 2019. – 395 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/11/posibnyk-vyzhva.z.o.2doc.pdf>, вільний).

8. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування = Models and methods of social and economic forecasting : підруч. для студ. вищ. навч. закл. / В. М. Геєць, Т. С. Клебанова, О. І. Черняк, В. В. Іванов, Н. А. Дубровіна; Харк. нац. екон. ун-т. – Харків : ВД «Інжек», 2005. – 394 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: [9. Наконечний С. І. Економетрія : навч. посіб. / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. – 4-те вид., доп. та перероб. – Київ : КНЕУ, 2006. – 528 с. – Існує електрон. версія. \(Режим доступу: <https://uchebnik-online.net/book/599-ekonometriya-navchalnij-posibnik-nakonechnij-si-tereshhenko-to-romanyuk-tp.html>, вільний\).](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=REF&P21DBN=&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=JwU_B&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=0&S21P03=U=&S21COLORTERMS=0&S21STR=%D0%A3.%D0%B2611.219.1$, вільний).</p></div><div data-bbox=)

10. Вижва А. Статистичне моделювання випадкових процесів та двовимірних полів в аеромагнітометрії / А. Вижва, В. Демидов // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка : наук.-техн. зб. – Київ, 2012. – Вип. 56. – С. 52–55. (Серія «Геологія»). – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <http://geolvisnyk.univ.kiev.ua/vyzhva56.pdf>, вільний).

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності
193 – Геодезія та землеустрій, освітньо-професійна
програма «Геодезія, картографія та землеустрій»*

Укладачі: **МАМОНОВ** Костянтин Анатолійович,
ВОРОНКОВ Олексій Олександрович

Відповідальний за випуск *С. Г. Нестеренко*
Редактор *О. В. Михаленко*
Комп'ютерне верстання *О. О. Воронков*

План 2025, поз. 42М

Підп. до друку 03.02.2025. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 1,7.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська (Маршала Бажанова), 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.