

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

Ю. Л. Коваленко

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА РІДИН І ГАЗІВ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальності
183 – Технології захисту навколишнього середовища)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025

УДК 504.054

Коваленко Ю. Л. Прикладна механіка рідин і газів : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності 183 – Технології захисту навколишнього середовища / Ю. Л. Коваленко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 51 с.

Автор

канд. техн. наук, доц. Ю. Л. Коваленко

Рецензент

В. Є. Бекетов, кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної екології міст (Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова)

Рекомендовано кафедрою інженерної екології міст, протокол № 14 від 29.12.2023

© Ю. Л. Коваленко, 2025

© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ГІДРОСТАТИКА	4
1.1 Основні терміни й визначення	4
1.2 Фізичні властивості рідин і газів	5
1.3 Гідростатичний тиск. Рівняння гідростатики. Енергетичний сенс напору	11
1.4 Прилади для вимірювання гідростатичного тиску	20
1.5 Тиск на плоску і криволінійну поверхні. Закон Архімеда	25
2 ГІДРОДИНАМІКА	27
2.1 Основні види руху рідини, витрата рідини, рівняння нерозривності рідини	28
2.2 Рівняння Бернуллі для ідеальної і реальної рідин, його фізичний сенс	35
2.3 Гідравлічний опір	36
2.4 Місцеві гідравлічні опори; місцеві втрати тиску	37
2.5 Гідравлічний розрахунок трубопроводів	38
2.6 Витікання рідини з отворів і насадків	40
3 МЕХАНІКА ВІДКРИТИХ ПОТОКІВ	40
3.1 Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху; емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта	40
3.2 Залежності між геометричними і гідравлічними характеристиками русел простих перетинів	42
3.3 Розрахунок характеристик руху рідини у відкритих руслах	44
3.4 Рух ґрунтових вод	44
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	50

ВСТУП

Прикладна механіка рідин і газів (далі – ПМРГ) – наука, що вивчає закони рівноваги і механічного руху рідин і газів, розробляє методи застосування цих законів для вирішення завдань інженерної практики.

Прикладна механіка рідин і газів підрозділяється на:

- гідростатику, у якій вивчаються закони рівноваги рідини;
- кінематику рідини, що вивчає зв'язки між геометричними характеристиками руху і часом (швидкості і прискорення);
- гідродинаміку, що вивчає рух з урахуванням діючих сил.

На сьогодні питання, що вивчає прикладна механіка рідин і газів, охоплюють турбулентне перенесення рідин, як стискуваних (повітря, газів), так і нестискуваних (крапельних), не тільки в трубах, але і у відкритих руслах (каналах, річках), у гідротехнічних спорудах, у спорудах природоохоронного призначення, рух ґрунтових вод, а також перенесення повітряних мас у приземному шарі атмосфери.

1 ГІДРОСТАТИКА

1.1 Основні терміни й визначення

Рідиною називається суцільне середовище, що володіє здатністю легко змінювати свою форму під дією навіть дуже незначних сил. Найхарактерніша властивість рідини – текучість.

Текучість – це рухливість частинок рідини, що обумовлюється нездатністю її сприймати дотичне напруження в стані спокою.

Рідина не може зберігати власну форму, вона приймає форму посудини (резервуару, водоймища), у якій знаходиться.

Розрізняють рідини, що стискаються, і нестискувані.

Рідинами, що стискаються, є повітря та інші гази.

До нестискуваних рідин відносять так звані краплинні рідини (вода, нафта, змащувальні масла та ін.), хоча, строго кажучи, такі рідини володіють все таки незначною стисливістю, яку в деяких випадках руху рідини необхідно враховувати. Краплинна рідина має власний об'єм і вільну поверхню, тобто поверхню розділу її з газом.

1.2 Фізичні властивості рідин і газів

Густина і питома вага рідини

Густина ρ – це маса одиниці об'єму рідини, розраховується як відношення маси M рідини до займаного нею об'єму W :

$$\rho = \frac{M}{W}, \text{ кг/м}^3.$$

Значення густини ρ деяких рідин, кг/м³:

Вода: (при $t = 0$ °C) – 999,9;

(при $t = 4$ °C) – 1 000;

(при $t = 20$ °C) – 998,2;

(при $t = 40$ °C) – 992,2;

(при $t = 99$ °C) – 959,1.

Вода морська (при $t = 20$ °C) – 1 002–1 029.

Нафта (при $t = 20$ °C) – 850–950.

Ртуть (при $t = 20$ °C) – 13 547.

Масло для гідравлічних систем – до 850.

Атмосферне повітря (при $t = 20$ °C, $P = 1$ ат) – 1,2.

Питома вага рідини γ – це сила тяжіння (вага) одиниці об'єму рідини, розраховується як відношення сили тяжіння рідини G до займаного нею об'єму W :

$$\gamma = \frac{G}{W}, \text{ Н/м}^3.$$

Оскільки питома вага і густина представляють відношення сили тяжіння і маси до одного і тому ж об'єму, то зв'язок між ними може бути виражений як:

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

де $g = 9,807$ – прискорення вільного падіння, м/с².

Для газів при відносно невеликих температурах і тисках густина може бути визначена за рівнянням газового стану Менделєєва – Клапейрона:

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T},$$

де P – тиск газу, Па;

$R = \frac{8314}{\mu}$ – питома газова стала, Дж/кг · К;

T – температура, К;

μ – молекулярна маса газу, кг/кмоль;

Для атмосферного повітря $\mu = 29$ кг/кмоль

Стисливість краплинних рідин – властивість рідини змінювати свою густину при зміні тиску.

Густина реальної рідини мало змінюється при зміні тиску. Це характеризується залежністю:

$$\frac{d\rho}{\rho \cdot dP} = \beta_p,$$

де β_p – коефіцієнт об'ємного стиснення – відносна зміна щільності, що припадає на одиницю зміни тиску.

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення, називається модулем об'ємної пружності рідини:

$$E_{\text{ж}} = \frac{1}{\beta_p}.$$

Для води $\beta_p = 5 \times 10^{-7} \text{ 1/кПа}$; $E_{\text{ж}} \approx 2 \times 10^6 \text{ кПа}$.

Коефіцієнт об'ємного стиснення для газів при відносно невеликих температурах і тисках згідно з рівнянням газового стану Менделєєва – Клапейрона:

$$\beta_p = 1/P.$$

Температурне розширення рідин – властивість рідин змінювати свою густину (а також об'єм) при зміні температури.

$$\frac{dp}{\rho \cdot dt} = -\beta_t.$$

β_t – температурний коефіцієнт об'ємного розширення – відносна зміна щільності, що припадає на одиницю зміни температури.

Для води за температури $t = 10\text{--}20 \text{ }^\circ\text{C}$ середні значення $\beta_t = 0,00015 \text{ K}^{-1}$.

Температурний коефіцієнт об'ємного розширення газів при незмінному тиску

$$\beta_t = 1/T.$$

Опір розтягувальним зусиллям

На практиці вважають, що чиста рідина не піддається розтягувальним зусиллям, і величиною розтягувальної напруги нехтують.

В'язкість рідини

В'язкістю називається властивість рідин чинити опір дотичним зусиллям при русі. У рідині, що тече, між її шарами dn , рухомими з швидкостями, що

відрізняються одна від одної на величину du (рис. 1.1), виникає дотичне напруження

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn},$$

де μ – динамічна в'язкість;

dn – товщина шару рідини;

du – градієнт швидкості.

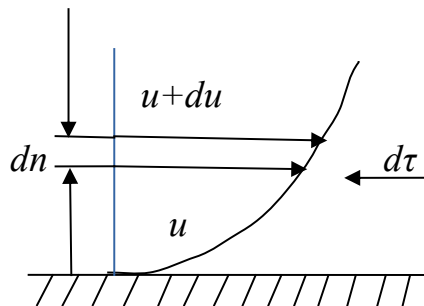


Рисунок 1.1 – Розподіл швидкості течії у потоці за вертикаллю

Цей вираз відображає гіпотезу Ньютона про внутрішнє тертя між частинками рідини.

Одиницею динамічної в'язкості є:

$$[\mu] = \frac{\tau}{\frac{du}{dn}} = \frac{H}{\frac{M^2 \cdot M}{C \cdot M}} = \frac{H \cdot C}{M^2} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Відношення динамічної в'язкості до щільності називається кінематичною в'язкістю рідини

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

одиниця якої

$$[\nu] = \frac{\mu}{\rho} = \frac{H \cdot C \cdot M^3}{M^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{М} \cdot \text{с} \cdot \text{М}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{М}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{М}^2}{\text{с}}.$$

Кінематична в'язкість рідини зменшується із збільшенням температури (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Значення кінематичної в'язкості води за різних температур t :

$t, ^\circ\text{C}$	0	5	10	20	40
$\nu, \text{cm}^2/\text{c}$	0,017 8	0,015 2	0,013 1	0,010 1	0,006 6

Поверхнєве натягнення рідин. Капілярність

Радіус молекулярної дії r – відстань між двома молекулам, до якого діє сила взаємного тяжіння. Сфера радіусу r , описана навколо якої-небудь молекули – сфера молекулярної дії. На кожен молекулу, що лежить від вільної поверхні (межа рідини і газу) на відстані, меншій радіусу молекулярної дії r , діє сила, направлена всередину рідини по нормалі до поверхні. Звідси і на весь шар молекул у поверхні діють сили, направлені нормально до поверхні всередину рідини.

Щоб збільшити поверхню рідини на величину dS , потрібно зробити роботу $dA = \alpha dS$ проти сил молекулярного тяжіння, де коефіцієнт α називають *коефіцієнтом поверхневого натягнення*.

Наявність вільної енергії у молекул вільної поверхні рідини називають *поверхневим натягненням*.

При торканні рідини і твердого тіла можливі два випадки:

1) сили тяжіння між молекулами рідини більше, ніж між молекулами рідини і молекулами твердого тіла, тоді кажуть, що рідина не змочує тверде тіло;

2) сили тяжіння між молекулами рідини менше, ніж між молекулами рідини і молекулами твердого тіла, тоді кажуть, що рідина змочує тверде тіло.

У першому випадку в шарі рідини, що прилягає до твердого тіла, результуюча сила направлена у бік рідини, а в другому – у бік твердого тіла. У вузьких трубках (капілярах), занурених у рідини, через це форма меніска

різна і рівні рідини в капілярах відрізняються від рівня вільної поверхні (рис. 1.2). Явище зміни висоти рівня у вузьких трубках називають *капілярністю*.

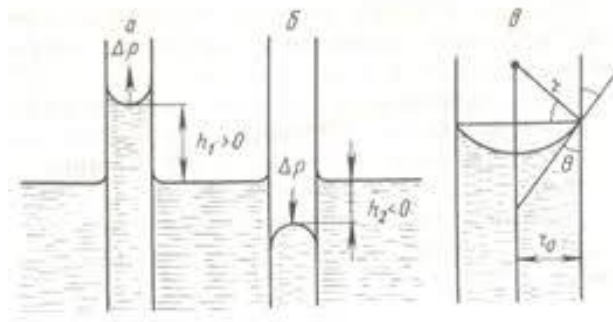


Рисунок 1.2 – Рівні рідини в капілярах

Висота капілярного підняття води h , мм в скляній трубці діаметром d , мм, за температури 20 °С

$$h = \frac{30}{d},$$

а висота опускання ртуті

$$h = \frac{10}{d}.$$

Ньютонівські й неньютонівські рідини

Окрім звичайних (ньютонівських) рідин існують аномальні (неньютонівські) рідини. До них відносяться змашувальні масла, нафтопродукти, колоїдні розчини.

Для таких рідин закон внутрішнього тертя виражається у вигляді формули

$$\tau = \tau_{\phi} \pm \mu \frac{du}{dn},$$

де τ_{ϕ} – дотичне напруження в рідині у стані спокою, після подолання якого рідина приходить до руху.

Сили, що діють у рідині

У рідини діють масові і поверхневі сили. Масові сили діють на кожен елемент середовища і пропорційні масі цього елемента.

До них відносяться:

- сила тяжіння;
- сила інерції.

Поверхневі сили проявляються на граничних поверхнях.

До них відносяться:

- сила тиску;
- сила опору.

1.3 Гідростатичний тиск. Рівняння гідростатики.

Енергетичний сенс напору

Закон Паскаля. Гідростатичний тиск в точці

Розглянемо довільний об'єм рідини, що знаходиться в рівновазі під дією зовнішніх сил (рис. 1.3).

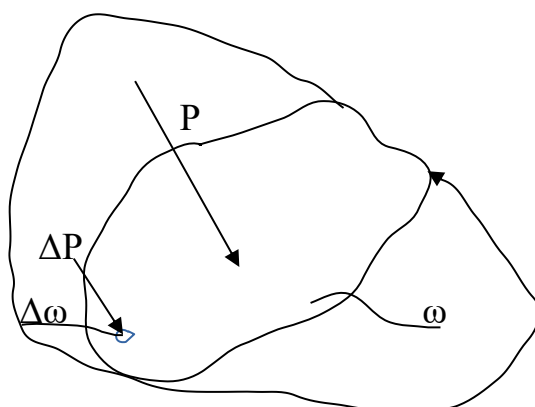


Рисунок 1.3 – Визначення тиску у рідині

Розітнемо цей об'єм якою-небудь площиною і в думках відкинемо частину, що знаходиться з одного боку від цієї площини. Для збереження умов рівноваги її дію на частину, що залишилася, замінимо якоюсь рівнодієючою силою P . Якщо на січній площині виділити елементарну (малу) площу, то на неї діятиме частина рівнодіючої сили ΔP . У разі зменшення площі $\Delta\omega$ до нуля

ліміт відношення – $\Delta P / \Delta \omega$ називається гідростатичним тиском p у цій точці рідини

$$p = \frac{\Delta p}{\Delta \omega}, \text{ або } p = \frac{dp}{d\omega}.$$

Гідростатичний тиск характеризується трьома властивостями:

1. Сила гідростатичного тиску направлена нормально до поверхні, на яку він діє, і створює тільки стискаюче напруження. Дійсно, у рідині практично не виникає розтягувального напруження, а якщо вона знаходиться у спокої, то в ній немає і дотичного напруження. Не може тиск діяти на площу і під кутом, що відрізняється від 90° . У цьому випадку його силу можна було б розкласти на нормальну і дотичну, а дотичне напруження може виникати тільки при русі рідини. Тому в цьому випадку сила тиску може бути тільки нормальною до площі і створювати тільки стискаюче напруження.

2. У будь-якій точці рідини сила гідростатичного тиску однакова за всіма напрямками.

3. Гідростатичний тиск у точці залежить тільки від її положення в просторі, тобто $p = f(x, y, z)$.

В одиницях СІ тиск вимірюється в Паскалях (Па), кілоПаскалях (кПа), мегаПаскалях (МПа). У технічній літературі зустрічається інші одиниці вимірювання тиску:

- технічна атмосфера;
- міліметр водяного стовпа;
- міліметр ртутного стовпа.

При практичних розрахунках: $1 \text{ технічна атмосфера} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 10 \text{ м вод. ст.} = 735 \text{ мм рт. ст.} = 0,967 \text{ атм} = 98\,070 \text{ Н/м}^2 = 98\,070 \text{ Па}$.

Співвідношення між силами, які діють на рідину, що перебуває у стані спокою, і визначають умови рівноваги рідини, виражається диференціальними рівняннями рівноваги Ейлера. Ці рівняння виводяться на основі сил, які діють на

елементарний паралелепіпед, виділений в об'ємі рідини, що знаходиться у спокої.

На нього діють:

- сили тяжіння, що виражаються добутком маси dm на прискорення вільного падіння g і які направлені вниз, паралельно осі Z ;
- сили гідростатичного тиску, що діють на будь-яку з граней паралелепіпеда і дорівнюють добутку гідростатичного тиску на площу цієї грані. Будемо вважати, що тиск P є функцією всіх трьох координат: $P = f(x, y, z)$.

Таким чином, для виводу диференціального рівняння рівноваги Ейлера в об'ємі рідини, що знаходиться в спокої, виділимо елементарний паралелепіпед об'ємом dV з ребрами dx , dy , dz , розміщеними паралельно координат x , y , z (рис. 1.4).

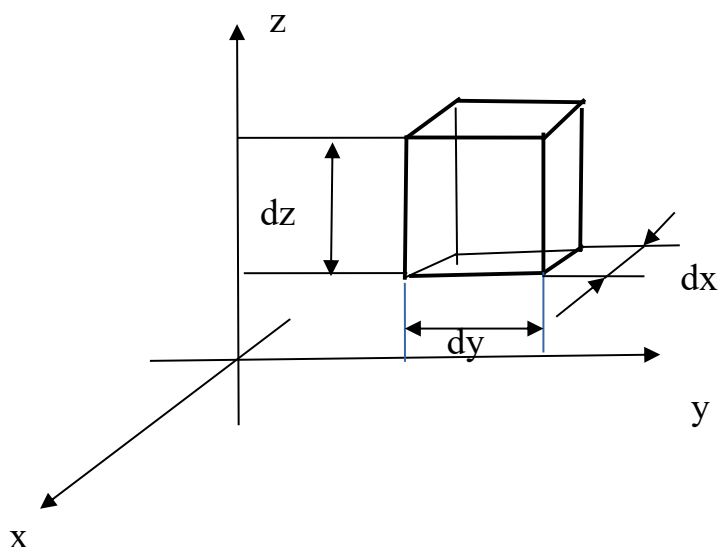


Рисунок 1.4 – Елементарний паралелепіпед із ребрами dx , dy , dz

Згідно з основним принципом статки, сума проєкцій на осі координат всіх сил, діючих на елементарний об'єм, що знаходиться в рівновазі, рівна нулю. У протилежному випадку відбувалося би переміщення рідини.

Розглянемо суму проєкцій сил на вісь z . Сила тяжіння направлена вниз, паралельно осі z . Тому при вибраному додатному напрямі осі z сила тяжіння буде проєктуватися на цю вісь зі знаком мінус

$$-g \cdot dm = -g \cdot \rho \cdot dv = -\rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Сила гідростатичного тиску діє на нижню грань паралелепіпеда по нормалі до неї, і її проєкція на вісь z рівна $\rho dx dy$. Якщо зміна гідростатичного тиску в цій точці в напрямі осі z рівна $\frac{\partial p}{\partial z}$, то по всій довжині ребра dz воно складе $\frac{\partial p}{\partial z} dz$. Тоді гідростатичний тиск на протилежну (верхню) грань дорівнює: $p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz$ і проєкція сили гідростатичного тиску на вісь z

$$-(p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz) \cdot dx \cdot dy,$$

де $dx \cdot dy$ – площа грані.

Проекція рівнодіючої сили тиску на вісь z

$$p \cdot dx \cdot dy - (p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz) \cdot dx \cdot dy = p \cdot dx \cdot dy - p \cdot dx \cdot dy - \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \cdot dx \cdot dy = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Сума проєкцій на вісь z рівна нулю, тобто

$$-\rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0,$$

або, враховуючи, що об'єм паралелепіпеда $dx \cdot dy \cdot dz \neq 0$ (величина завідомо не рівна нулю), одержимо

$$-\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

Проекції сил тяжіння на осі x і y рівні 0. Тому сума проєкцій сил на вісь x

$$p \cdot dy \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) \cdot dy \cdot dz = 0.$$

Звідки після розкриття дужок і скорочення

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0, \text{ або } -\frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

Відповідно для осі y

$$-\frac{\partial p}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0, \text{ або } -\frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Таким чином, умова рівноваги елементарного паралелепіпеда виражається системою рівнянь

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 0$$

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 0 \tag{1.1}$$

$$-\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Ця система рівнянь становить *диференціальне рівняння рівноваги Ейлера*.

Основне рівняння гідростатики

Для одержання закону розподілу тиску по всьому об'єму спокійної рідини потрібно проінтегрувати систему рівнянь рівноваги Ейлера.

Із рівнянь (1.1) видно, що тиск у спокійній рідині змінюється тільки по вертикалі (вздовж осі z), залишаючись однаковим у всіх точках будь-якої горизонтальної площини, оскільки зміна тиску вздовж осей $x = 0$ і $y = 0$.

У зв'язку з тим, що в цій системі рівнянь часткові похідні $\frac{\partial p}{\partial x}=0$ і $\frac{\partial p}{\partial y}=0$, часткова похідна $\frac{\partial p}{\partial z}$ може бути заміненa на $\frac{dp}{dz}$ і, отже, будемо мати

$$-\rho \cdot g - \frac{dp}{dz} = 0, \quad \text{звідки}$$

$$-\rho \cdot g \cdot dz - dp = 0.$$

Поділимо ліву і праву частину рівняння на ρg і перемінімо знаки

$$dz + \frac{dp}{\rho g} = 0.$$

Для нестискуваної однорідної рідини густина постійна і

$$dz + d\left(\frac{p}{\rho g}\right) = 0 \quad \text{або} \quad d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0$$

Звідси після інтегрування одержимо

$$z + \frac{p}{\rho g} = \text{const.} \quad (1.2)$$

Для двох горизонтальних площин 1 і 2 рівняння (1.2) виражають у формі:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (1.3)$$

Рівняння (1.2) і (1.3) є *основними рівняннями гідростатики*.

Член z у рівнянні гідростатики, який становить висоту розміщення цієї точки над довільно вибраною площиною, називається *нівелірною висотою*. У системі СІ вона виражається у метрах.

Величину $\frac{p}{\rho g}$ називають *напором тиску*, або *п'єзометричним напором* і в системі СІ вона також виражається в метрах.

Вона показує висоту піднімання рідини у відкритій трубці, яка називається *п'єзометром*.

Для нестискуваної рідини, що знаходиться в рівновазі під дією сил тяжіння, повний (абсолютний) гідростатичний тиск у точці:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = p_0 + \gamma \cdot h,$$

де p_0 – тиск на вільній поверхні рідини;

$\gamma \cdot h$ – вага (сила тяжіння) стовпчика рідини висотою h з площею поперечного перерізу, що дорівнює одиниці;

h – глибина занурення точки;

γ – питома вага рідини.

Величина перевищення тиску над атмосферним (p_a) називається *манометричним*, або *надмірним (надлишковим)* тиском:

$$p_m = p - p_a = p_0 + \gamma \cdot h - p_a.$$

Якщо тиск на вільній поверхні дорівнює атмосферному, то надмірний тиск:

$$p_m = \gamma \cdot h.$$

Недостатня до атмосферного тиску величина називається *вакуумом*:

$$p_{\text{вак}} = p_a - p.$$

Вакуум є негативним манометричним тиском, а висота вакууму – негативною п'єзометричною висотою. Якщо манометричний тиск не обмежений за своєю величиною і лімітується лише міцністю конструкцій, на які він діє, то максимальний вакуум не може бути більше, ніж атмосферний тиск.

Проте при надмірному вакуумі вода може перетворитися на пару за температури 10–15 °С, тому у водопровідних системах для надійності їхньої роботи не допускають висоту вакууму більше, ніж 7 м водного стовпчика.

Атмосферному тиску на рівні моря відповідає п'єзометрична висота (при заповненні п'єзометра водою):

$$\frac{p_a}{\rho \cdot g} = \frac{101\,417}{1\,000 \times 9,807} = 10,34, \text{ м.}$$

Якщо замість води застосовується важча рідина – ртуть, густина якої в 13,6 разів більше щільності води, то атмосферному тиску відповідає ртутний стовпчик заввишки 760 мм.

Згідно з основним рівнянням гідростатики, для кожної точки рідини, що знаходиться у спокої, сума нівелірної висоти і п'єзометричного напору є величина постійна.

Нівелірна висота z , яку називають також геометричним (висотним) напором, характеризує питому потенціальну енергію положення цієї точки над вибраною площиною, а п'єзометричний напір – питому потенціальну енергію тиску в цій точці. Сума вказаних енергій, яку називають повним гідростатичним напором, або просто статичним напором, дорівнює загальній потенціальній енергії, що приходить на одиницю ваги рідини.

Отже, основне рівняння гідростатики становить *частковий випадок закону збереження енергії*: питома потенціальна енергія у всіх точках рідини, що знаходиться у спокої, є величина постійна.

Рівняння рівноваги для газів, що знаходяться під дією сил тяжіння.

Барометрична формула

Густина газоподібних середовищ залежить від тиску і температури, тому для них основне рівняння гідростатики, використовуючи рівняння Менделєєва – Клапейрона, можна записати у вигляді

$$\frac{dp}{p} = - \frac{g}{R \cdot T(z)} \cdot dz,$$

або після інтегрування

$$p = p_0 \cdot \exp \left(-g \cdot \int_{z_0}^z \left(\frac{dz}{R \cdot T(z)} \right) \right).$$

З огляду на, що в тропосфері зазвичай температура убуває за лінійним законом: $T = T_0 - b \cdot z$, рівняння набуває вигляду *барометричної формули*:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{b \cdot R}}.$$

Закон Паскаля

Рівняння (1.3) можна записати у вигляді:

$$p_1 + z_1 \cdot \rho \cdot g = p_2 + z_2 \cdot \rho \cdot g,$$

$$\text{або: } p_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1).$$

Останнє рівняння є вираженням закону Паскаля, згідно з яким тиск, що створюється у будь-якій точці спокійної нестисливої рідини, передається однаково всім точкам її об'єму.

Це рівняння використовується для визначення умов рівноваги в сполучених посудинах.

У відкритих чи закритих сполучених посудинах, які знаходяться під однаковим тиском, заповнених однорідною рідиною, рівні їх знаходяться на одній висоті незалежно від форми і поперечного перерізу посудини.

Цей принцип використовується для вимірювання рівня рідини в закритих апаратах із допомогою водомірного скла, вимірювання тисків або різниці тисків між різними точками за допомогою диференційних U-подібних манометрів.

Користуючись основним рівнянням гідростатики, визначають висоту гідравлічного затвору у різних апаратах природоохоронного призначення, розраховують параметри гідравлічних машин, наприклад гідравлічних пресів, які застосовуються для пресування і брикетування різних матеріалів.

1.4 Прилади для вимірювання гідростатичного тиску

Прилади для вимірювання тиску класифікуються:

За призначенням:

- прилади для вимірювання атмосферного тиску – барометри;
- прилади для вимірювання надлишкового тиску – манометри;
- прилади для вимірювання вакуумметричного тиску – вакуумметри;
- прилади для вимірювання різниці тисків – диференціальні манометри;
- прилади для вимірювання малих надлишкових та вакуумметричних тисків – мікроманометри та мановакуумметри.

За принципом дії:

- механічні;
- рідинні;
- поршневі;
- електричні та електромагнітні.

Механічні прилади (манометри, вакуумметри, мановакуумметри) розділяють на пружинні (трубчасті) та мембранні (рис. 1.5). Робочим

(чутливим) елементом трубчастого приладу (рис. 1.5, а) є дугоподібна металева порожниста трубка (А – одновиткова «пружина Бурдона»), один кінець якої (В) закритий і через передавальний механізм з'єднується зі стрілкою приладу, а другий, відкритий, приєднується нерухомо до корпусу приладу й сприймає тиск, який вимірюється. Під дією надлишкового або вакуумметричного тиску трубка деформується, рух вільного кінця трубки передається до стрілки, яка відхиляється та указує величину тиску на шкалі приладу. Ці прилади найбільш поширені в техніці завдяки широким межам вимірювання тисків (аж до тисяч МПа), невеликим розмірам, простоті, надійності в роботі та зручності використання.

Робочим елементом мембранного приладу (рис. 1.5, б) є пружна мембрана, затиснута між фланцями корпусу. Деформація мембрани, пропорційна підведеному тиску (перепаду тисків), через шток і механізм передачі руху передається до стрілки, яка відхиляється, указуючи величину тиску на шкалі приладу. Ці прилади мають обмежену верхню межу діапазону вимірювань (не більше 3–5 МПа), тому є менш поширеними в техніці.

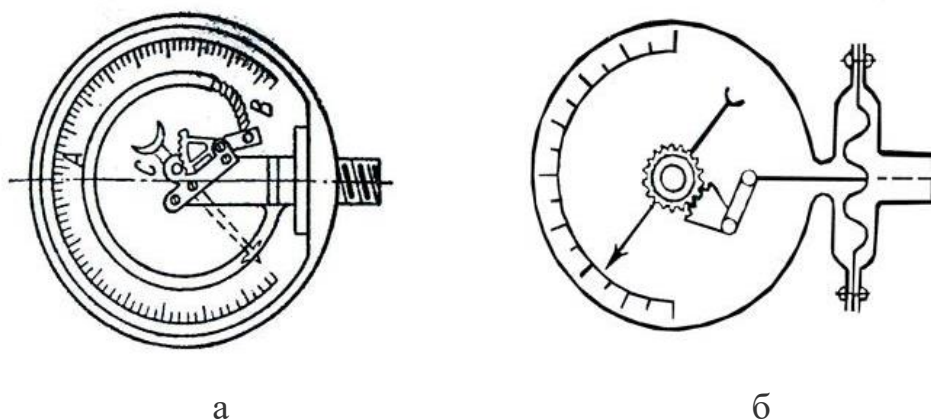


Рисунок 1.5 – Манометри пружинні (трубчасті) (а) та мембранні (б)

П'єзометр є найпростішим рідинним приладом. Він становить скляну трубку, розміщену вертикально (рис. 1.6).

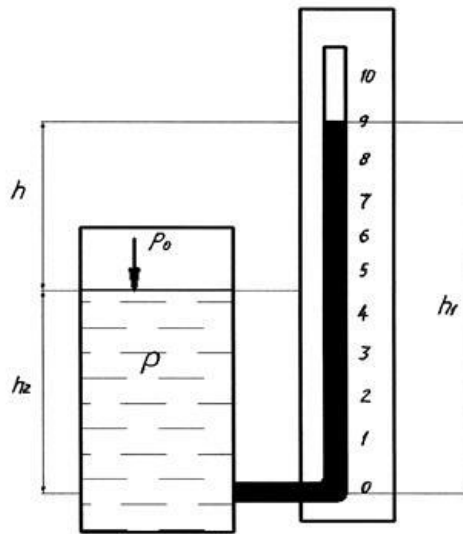


Рисунок 1.6 – П'єзометр

Нижній кінець трубки з'єднується з об'ємом, у якому вимірюється тиск, а верхній кінець відкритий для атмосфери. Поряд із трубкою встановлюється шкала, по якій фіксується висота підйому краплинної рідини, пропорційна величині тиску, що вимірюється. Рисунок 1.5 відповідає випадку, коли абсолютний тиск на вільну поверхню рідини в посудині $p_0 > p_{\text{атм}}$. На підставі основного рівняння гідростатики і виходячи з умови балансу тисків, що забезпечує рівновагу рідини в системі, знаходимо абсолютний p та надлишковий p_m тиски в точці приєднання п'єзометра

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_2 = p_a + \rho \cdot g \cdot h_1;$$

$$p_m = p - p_a = \rho \cdot g \cdot h_1.$$

U-подібні манометри мають два з'єднаних між собою у нижній частині скляних коліна, що утворюють сполучені посудини, наполовину заповнені робочою рідиною (густина робочої рідини має бути більшою за густину рідини, у якій здійснюється вимірювання тиску). Як робоча рідина може використовуватися вода, спирт, ртуть, бромформ тощо. Манометр обладнано

шкалою, на якій фіксується різниця стовпчиків робочої рідини, пропорційна вимірюваному тиску. На рисунку 1.7 одне коліно приладу з'єднується з повітряним об'ємом над вільною поверхнею рідини в посудині, а друге – з атмосферою.

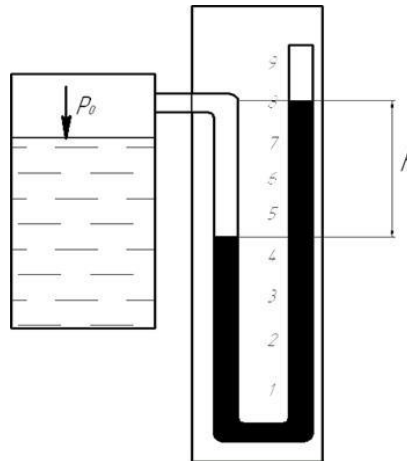


Рисунок 1.7 – U-подібний манометр

На підставі основного рівняння гідростатики і виходячи з умови балансу тисків, що забезпечує рівновагу рідини в системі

$$p_0 + \rho_a \cdot g \cdot h = p_a + \rho_p \cdot g \cdot h,$$

де p_a – абсолютний тиск повітря у місці підключення манометра;

ρ_a – густина повітря;

ρ_p – густина рідини.

Надлишковий тиск у місці підключення манометра

$$p_m = (\rho_p - \rho_a) \cdot g \cdot h.$$

Враховуючи, що $p_p > p_a$, та нехтуючи p_a , отримуємо:

$$p_m = p_p \cdot g \cdot h.$$

Диференціальний манометр може приєднуватися до двох об'ємів, різниця тисків у яких вимірюється (рис. 1.8).

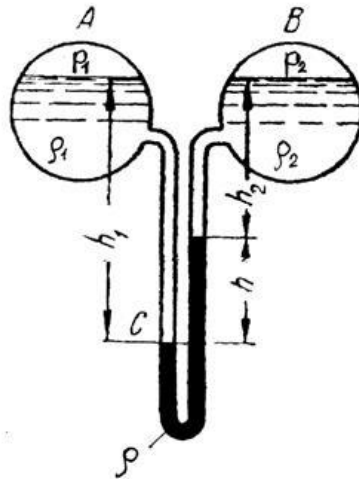


Рисунок 1.8 – Диференціальний манометр

Якщо об'єми заповнені різними рідинами, то різниця тисків буде дорівнювати

$$p_1 - p_2 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot g \cdot h - \rho_1 \cdot g \cdot h_1.$$

У *мікроманометрах* (мікровакуумметрах) вертикальну трубку змінено на похилу з можливістю установки різних кутів нахилу α (рис. 1.9). При цьому малі величини висоти вертикального стовпчика h рідини, що відповідають малим вимірювальним тискам, виражаються через значно більші довжини l рідкого стовпчика в трубці.

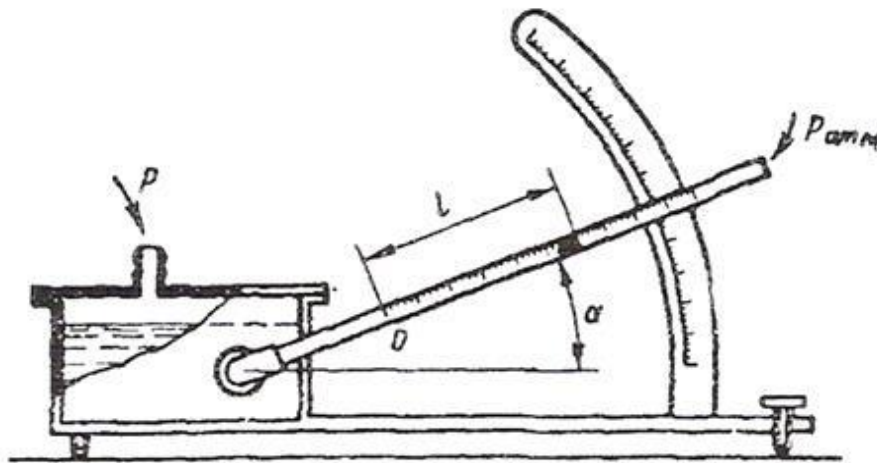


Рисунок 1.9 – Мікроманометр

Надлишковий тиск на поверхні рідини у чашці дорівнює:

$$p_m = \rho \cdot g \cdot l \cdot \sin(\alpha).$$

Принцип роботи *електричних приладів* може базуватися на пропорційності між величиною автоматично вимірюваного електричного опору провідників і величиною вимірюваного тиску. Наприклад, тиск (перепад тисків) сприймає чутливий елемент дротяного датчика опору, що включений у мостову або потенціометричну схему.

1.5 Тиск на плоску і криволінійну поверхні. Закон Архімеда

Тиск на плоску поверхню

Для розрахунку гідротехнічних конструкцій і споруд важливо знати не тільки тиск в окремих точках, але й загальну силу тиску рідини на споруду або її частину.

Розглянемо визначення сили тиску на плоску поверхню довільної форми, що представляє частину нахиленої під кутом α до горизонту площини. На рисунку 1.10 площина похилої поверхні показана так само і поверненою на 90° , і суміщеною з площиною креслення.

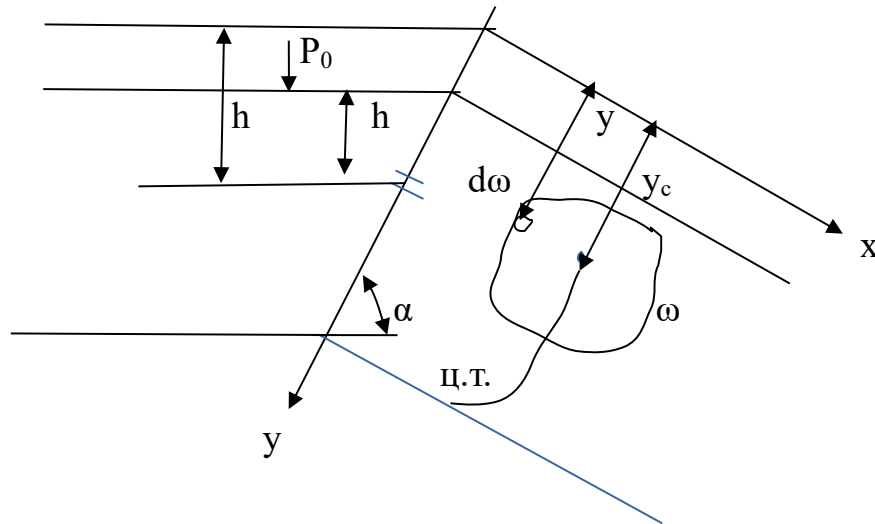


Рисунок 1.10 – Сила гідростатичного тиску на плоску поверхню

Рідина тисне на поверхню з площею ω в усіх точках, але тиск цей нерівномірний. У верхніх точках тиск менший, а в нижніх більший. Тому для визначення загальної сили тиску на плоску поверхню необхідно знайти силу тиску dF на нескінченно малий майданчик із площею, розташованою навколо точки з глибиною занурення, а потім цей вираз проінтегрувати за всією площею плоскої поверхні. Ця сила визначиться як тиск у точці, помножений на площу майданчика

$$dF = \rho \cdot d\omega = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot d\omega = \rho \cdot g \cdot h' \cdot d\omega = \rho \cdot g \cdot y' \cdot \sin(\alpha) \cdot d\omega.$$

Сила тиску на всю плоску поверхню ω

$$F = \rho \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_{\omega} y' d\omega.$$

Враховуючи, що $S_x = \int_{\omega} y' d\omega$ – статичний момент площі відносно осі x

$$S_x = y_c \cdot \omega,$$

де y_c – відстань від центра ваги плоскої поверхні до осі x .

Тоді

$$F = \rho \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot y_c \cdot \omega = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega,$$

де h_c – глибина занурення центра ваги.

Сила тиску рідини на плоску поверхню дорівнює тиску в центрі ваги, помноженому на площу поверхні.

Силу надлишкового гідростатичного тиску *на криволінійну поверхню* визначають за формулою:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2},$$

де F_x ; F_y ; F_z – складові сили надмірного тиску по відповідним координатним осям.

Закон Архімеда

На поверхню тіла, зануреного в рідину, діють сили тиску, рівнодіюча яких направлена проти сили тяжіння, прикладена до тіла в центрі тяжіння об'єму рідини, витисненої тілом, і дорівнює за величиною вазі рідини у витисненому об'ємі.

$$F = \rho \cdot g \cdot Q, \text{ Н.}$$

Вага рідини в обсязі зануреної в неї частини тіла називається *водотоннажністю*.

2 ГІДРОДИНАМІКА

Гідродинаміка – це розділ гідравліки, що вивчає закони руху рідини.

Рідина розглядається в гідравліці як безперервне середовище, що суцільно заповнює простір без утворення порожнеч – континуум. Ця обставина, а також складність обліку сил тертя ускладнюють вивчення законів руху рідини.

Тому вивчення цих законів починається на основі гідромеханіки нев'язкої (ідеальної) рідини, тобто без урахування сил тертя, а потім в отримані залежності вводяться уточнення, засновані на експериментальних даних.

Рушійною силою під час руху рідини є різниця тисків, яка створюється за допомогою насосів (компресорів), або внаслідок різниці рівнів чи густини рідин. Знаючи закони гідродинаміки, можна знаходити різницю тисків, необхідну для переміщення певної кількості рідини з потрібною швидкістю, витрату енергії на це переміщення, або навпаки – визначити швидкість і витрату рідини за відомого перепаду тисків.

2.1 Основні види руху рідини, витрата рідини, рівняння нерозривності рідини

Основні види руху рідини

Класифікація видів руху рідини заснована на низці ознак. Якщо швидкість і тиск у певній точці змінюються з часом, то такий рух називається *несталим*.

Якщо ж швидкість і тиск у певній точці не змінюються з часом, то такий рух називається *сталим*.

Сталий рух може бути рівномірним і нерівномірним.

За *рівномірного* руху швидкість, а також глибина (у відкритому руслі) потоку не змінюються уздовж течії, а за *нерівномірного* руху ці елементи не залишаються постійними.

Рівномірний, як і нерівномірний, рух може бути напірним і безнапірним.

За *напірного* руху потік стикається із стінками русла за всім периметром свого перетину, а за *безнапірного* руху лише за частиною периметру (при цьому потік має вільну поверхню).

Якщо окрім поступальної ходи частинок рідини спостерігається також їхній обертальний рух, то такий рух називається *вихровим*.

Якщо обертання частинок відсутнє, то рух буде *безвихровим*.

Ламінарним рухом реальної рідини називають її впорядкований рух, за якого елементарні цівки є плавними лініями. Визначення можливості реалізації

ламінарного режиму руху рідини в круглих трубах проводять за величиною числа Рейнольдса

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu},$$

де V – середня швидкість течії;

d – діаметр труби;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Критерій встановлення ламінарного режиму: $Re < 2\,320$.

Турбулентним рухом реальної рідини називають її нестационарний рух, за якого для елементарних цівок властива хаотична, нерегульована і нестационарна картина їхнього розподілу в потоці.

Критерій реалізації турбулентного режиму руху рідини в круглих трубах:

$$Re > 2\,320.$$

Існують два методи вивчення руху рідини: метод Лагранжа і метод Ейлера.

Метод Лагранжа вивчає зміну положення в просторі окремих частинок рідини, тобто траєкторії їхнього руху.

Метод Ейлера вивчає поле швидкостей, тобто картину руху частинок рідини в окремих точках простору в кожен певний момент часу.

Метод Лагранжа, зважаючи на його складність, у гідродинаміці використовують рідко.

Звичайне вивчення руху засноване на методі Ейлера, суть якого полягає в такому. Розглянемо точку 1, у якій вектор швидкості є u_1 (рис. 2.1). Якщо вибрати за напрямом цього вектора точку 2, то в ній вже вектор швидкості буде u_2 . Аналогічно можна отримати вектори швидкості u_3 , u_4 і т. д. Сукупність цих векторів представляє ламану лінію, яка при зменшенні відстаней між цими точками до нескінченно малих величин перетворюється на криву лінію струму.

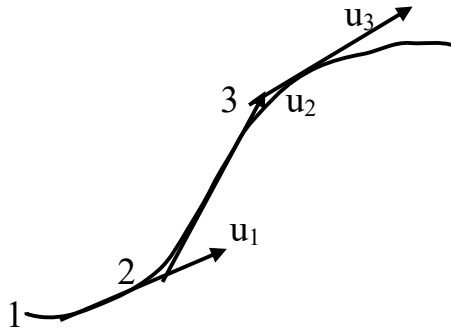


Рисунок 2.1 – Лінія струму у рідині, що рухається

Лінія струму – це лінія, дотична до якої в кожній точці і в цей момент часу збігається з напрямом вектора швидкості. У разі сталого руху лінія струму співпадає з траєкторією руху частинки. У цьому випадку за час dt частинка за швидкості u пройде деякий шлях dl , проєкції якого на координатні осі будуть dx , dy , dz , а складові швидкості:

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_y = \frac{dy}{dt}; \quad u_z = \frac{dz}{dt}.$$

Звідси отримаємо:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

Це рівняння називається *рівнянням лінії струму*.

Струмениста модель руху рідини

Виберемо в рідині нескінченно малий замкнутий контур (рис. 2.2) і проведемо через всі його точки лінії струму, які утворюють таким чином *трубку струму*.

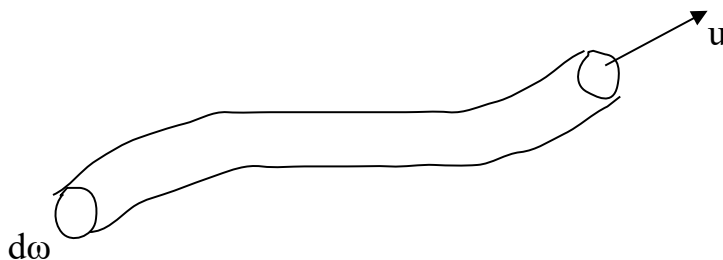


Рисунок 2.2 – Схема елементарної трубки

Частина рухомої рідини всередині трубки струму називається *елементарною цівкою*. Останню можна розглядати також як рухомий нескінченно малий об'єм вздовж лінії струму. За несталою руху форма елементарної цівки з часом змінюється, а за сталою – не змінюється.

Зважаючи на нескінченно малу величину площі поперечного перерізу цівки $d\omega$, можна вважати, що в усіх точках цього перерізу швидкість однакова.

Кількість рідини, що пройшла через переріз цівки за одиницю часу, називається *витратою елементарної цівки*, що визначиться як:

$$dQ = u \, d\omega ,$$

де u – швидкість в перетині цівки, або місцева швидкість.

Рухомий об'єм рідини кінцевих розмірів називається *потокот рідини*.

Потік рідини складається з нескінченно великої кількості нескінченно малих елементарних цівок. Переріз потоку, нормальний до кожної лінії струму, називається *живим перерізом потоку*. За паралельних ліній струму живий переріз є плоским. Якщо ж лінії струму не паралельні, то живий переріз не буде плоским.

Витрата рідини

Кількість рідини, що пройшла через живий переріз потоку за одиницю часу, називається *витратою потоку*. Витрата потоку складається з суми витрат елементарних цівок:

$$Q = \int_{\omega} u \cdot d\omega .$$

Розрізняють *об'ємну витрату* Q , $\text{м}^3/\text{с}$, або $\text{м}^3/\text{год}$ і *масову витрату* M , $\text{кг}/\text{с}$, $\text{кг}/\text{год}$.

У різних точках живого перерізу потоку швидкість частинок рідини неоднакова. Біля осі труби швидкість максимальна, а по мірі наближення до стінок вона зменшується. Однак здебільшого закон розподілу швидкостей у поперечному перерізі потоку невідомий і його важко врахувати. Тому в розрахунках використовують не істинні (локальні) швидкості, а фіктивну

середню швидкість. Ця швидкість V , (м/с) виражається відношенням об'ємної витрати рідини Q (м³/с) до площі живого перерізу потоку ω (м²)

$$V = \frac{Q}{\omega} = \frac{\int_{\omega} u \cdot d\omega}{\omega}.$$

Звідки об'ємна витрата

$$Q = \int_{\omega} u \cdot d\omega = V \cdot \omega.$$

Масова витрата M , (кг/с) визначається $M = \rho \cdot V \cdot \omega$.

Величина $\rho \cdot V$ становить масову швидкість рідини (кг/м² · с) $M = \rho \cdot V$, де ρ – густина рідини, кг/м³.

Рівняння нерозривності рідини

Умова руху рідини без утворення розривів (порожнеч) характеризується рівнянням нерозривності, яке виражає закон збереження маси.

Умова нерозривності може бути виражена в диференціальній формі (для точки в потоці рідини), для елементарної цівки і для потоку. Розглянемо послідовно ці форми.

Нехай в точці A складові швидкості рідини є u_x , u_y , u_z (рис. 2.3).

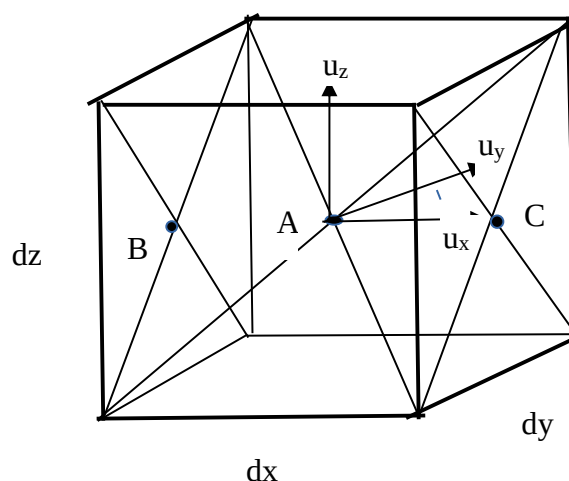


Рисунок 2.3 – Елементарний об'єм у рухомій рідині

Виберемо навколо цієї точки нескінченно малий контур у вигляді паралелепіпеда з ребрами dx , dy , dz .

Розглянемо спочатку зміну маси рідини при складовій руху щодо осі x . Оскільки швидкість у різних точках простору різна, то приймемо, що в точці B (в центрі лівої грані паралелепіпеда) складова швидкості в загальному випадку

$$u_x - \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \left(\frac{dx}{2}\right),$$

а в точці C (у центрі правої грані)

$$u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \left(\frac{dx}{2}\right).$$

Приймаючи густину рідини ρ постійною, можна записати, що через праву грань за час dt пройде маса

$$\rho \cdot \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \left(\frac{dx}{2}\right)\right) \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau,$$

а через ліву грань

$$\rho \cdot \left(u_x - \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \left(\frac{dx}{2}\right)\right) \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Різниця цих мас

$$-\rho \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Аналогічно для осей y і z отримаємо різниці мас, що проходять через протилежні грані

$$-\rho \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau,$$

$$-\rho \cdot \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Оскільки рідина рухається без розривів, то загальна зміна маси, що пройшла через вибраний об'єм, повинна дорівнювати нулю, тобто

$$-\rho \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau - \rho \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau - \rho \cdot \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau = 0$$

або

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Це рівняння називається *рівнянням нерозривності в диференціальній формі для довільного руху нестискуваної рідини*.

Розглянемо далі умову нерозривності для елементарної цівки за сталого руху рідини (рис. 2.4). При цьому приймаємо, що рідина з цівки не витікає в сторони і не притікає в неї ззовні. Якби ця умова не дотримувалася, то в якійсь точці цівки швидкість була б направлена під кутом до лінії струму, що суперечило б визначенню останньої. Оскільки фактично під час руху рідини є обмін частинками між цівками, то приведені положення свідчить про те, що кількості рідини, що притікає до цівки і витікає з неї, між собою рівні і загальний об'єм рідини в цівці не змінюється.

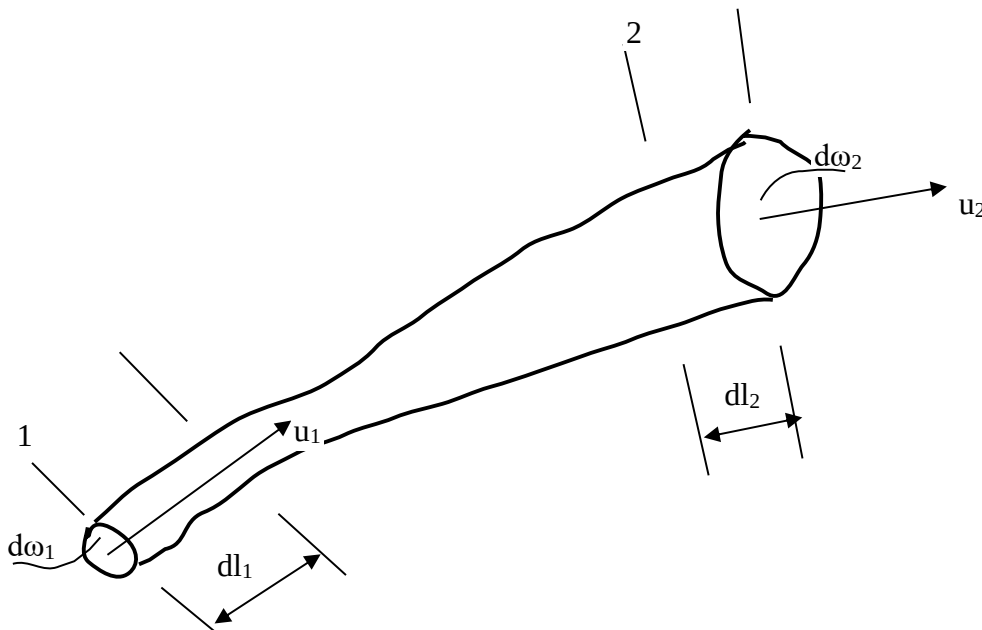


Рисунок 2.4 – Рух рідини в елементарній цівці

Виберемо в цій цівці два перерізи 1–1 і 2–2 з швидкостями u_1 і u_2 . За час dt ці перерізи перемістяться відповідно на відстані dl_1 і dl_2 і займуть положення 1'–1' і 2'–2'. Оскільки загальна маса рідини в цівці залишається незмінною, а також незмінною повинна бути маса між перерізами 1'–1' і 2–2, то звідси випливає, що маси між перерізами 1–1 і 1'–1' і перерізами 2–2 і 2'–2' повинні бути рівні, тобто:

$$\rho \cdot dl_1 \cdot d\omega_1 = \rho \cdot dl_2 \cdot d\omega_2,$$

де $d\omega_1$ і $d\omega_2$ – площі відповідних перерізів цівки. З урахуванням того, що $dl = u \cdot dt$, після скорочення отримаємо

$$u_1 \cdot d\omega_1 = u_2 \cdot d\omega_2.$$

Це рівняння називається *рівнянням нерозривності для елементарної цівки*.

Для потоку рідини у випадку, якщо між розрахунковими перерізами 1–1 і 2–2 немає відведення або притоків рідини, умова нерозривності є умовою постійності витрати і можна записати

$$V_1 \cdot \omega_1 = V_2 \cdot \omega_2.$$

Це рівняння нерозривності для потоку, з якого виходить важлива особливість руху рідини – у разі зменшення площі живого перерізу середня швидкість збільшується, а у разі збільшення площі середня швидкість зменшується.

2.2 Рівняння Бернуллі для ідеальної і реальної рідин, його фізичний сенс

Рівняння Бернуллі для потоку ідеальної (нев'язкої) рідини (без втрат механічної енергії), складене відносно довільно вибраної горизонтальної площини має такий вигляд

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = H_i = \text{const.}$$

$$\rho \cdot g \cdot z + p + \frac{\rho \cdot V^2}{2} = \text{const.}$$

Ліва частина рівняння є сумою двох видів енергії: потенційною, такою, що складається з енергії положення z і енергії тиску p , також кінетичної енергії, віднесених до одиниці ваги рухомої рідини. Її також називають гідродинамічним або повним тиском H_i . Величину $H = z + \frac{p}{\gamma}$ називають *п'єзометричним тиском*, а величину $\frac{V^2}{2g}$ – *швидкісним тиском*.

Рівняння Бернуллі для реальної рідини при сталому, плавно змінному за рухом потоку реальної рідини, для двох перерізів трубки струму має такий вигляд

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot V_2^2}{2 \cdot g} + h_{1-2},$$

$$\rho_1 \cdot g_1 \cdot z_1 + p_1 + \frac{\alpha \cdot \rho \cdot V_1^2}{2} = \rho_2 \cdot g_2 \cdot z_2 + p_2 + \frac{\alpha \cdot \rho \cdot V_2^2}{2} + p_{тр},$$

де V_1 і V_2 – середні швидкості течії в живих перерізах;

α – коефіцієнт кінетичної енергії (Коріоліса), що приймається при турбулентному режимі руху рівним $1,0 \div 1,1$, а при ламінарному $\alpha = 2$ (у круглій трубі);

h_{1-2} – втрати повного тиску або питомої енергії (енергія на одиницю ваги) на подолання сил гідравлічного опору руху потоку на ділянці між перерізами.

2.3 Гідравлічний опір

Гідравлічним опором називають втрати механічної енергії рухомої реальної (в'язкої) рідини на роботу сил тертя, яка переходить в тепло. Величина гідравлічного опору залежить від режиму руху рідини – ламінарного або турбулентного.

Втрати повного тиску в потоці рідини на ділянці між двома живими перерізами складаються із втрат за довжиною і суми місцевих втрат

$$\Delta h_{1-2} = h_L + \sum h_m,$$

де h_L – втрати тиску за довжиною потоку;

$\sum h_m$ – сума місцевих втрат тиску.

Втрати тиску за довжиною трубопроводу постійного перетину визначають за формулою Вейсбаха – Дарсі

$$h_L = \lambda \cdot \left(\frac{l}{d}\right) \cdot \left(\frac{v^2}{2g}\right),$$

де λ – гідравлічний коефіцієнт тертя (коефіцієнт Дарсі);

l – довжина ділянки трубопроводу, на якому визначаються втрати тиску;

d – діаметр трубопроводу.

Для визначення гідравлічного коефіцієнта тертя можна рекомендувати формулу А. Д. Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_y}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0,25},$$

де Δ_y – еквівалентна шорсткість стінок трубопроводу.

Значення еквівалентної шорсткості для деяких труб (мм):

– нові сталеві суцільнотягнуті труби – $0,02 \div 0,1$;

– нові чавунні труби – $0,25 \div 1$;

– сталеві водопровідні труби, що знаходилися в експлуатації – $1,2 \div 1,5$.

2.4 Місцеві гідравлічні опори, місцеві втрати тиску

Місцеві гідравлічні опори – це втрати механічної енергії потоку через локальні (місцеві) збудження його рівномірності або плавної зміни. Такі місцеві збудження виникають при:

- вході потоку з резервуару в трубу при гострих вхідних кромках;
- вході в трубу з сіткою;
- при різкому розширенні трубопроводу;
- при різкому звуженні трубопроводу;
- при різкому повороті трубопроводу (гостре коліно);
- при вході потоку з труби в резервуар.

Місцеві втрати тиску визначають за формулою Вейсбаха

$$h_m = \xi_m \frac{V^2}{2g},$$

де ξ_m – коефіцієнт місцевого опору;

V – середня швидкість потоку в перетині за місцем місцевого опору (окрім входу потоку в резервуар).

Величину коефіцієнта місцевого опору приймають рівною:

– при вході потоку з резервуару в трубу – $\xi_m = 0,5$;

– при вході в трубу з сіткою – $\xi_m = 6$;

– при різкому розширенні трубопроводу – $\xi_m = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 - 1\right]$;

– при різкому звуженні трубопроводу – $\xi_m = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)$,

де $\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - (d_2 - d_1)^2}$;

– при різкому повороті трубопроводу (гостре коліно) – $\xi = 1 - \cos(\alpha)$,

де α – кут повороту трубопроводу;

– при вході потоку з труби в резервуар під рівень рідини (у цьому випадку середню швидкість приймають у перетині перед входом) – $\xi = 1$.

2.5 Гідравлічний розрахунок трубопроводів

Для гідравлічного розрахунку трубопроводу встановлена:

- пропускна спроможність трубопроводу (витрата рідини);
- повний тиск у кінцевому перетині трубопроводу;
- вид перекачувальної рідини і її температура;
- матеріал трубопроводу;
- конфігурація трубопроводу (розташування, довжина і діаметр його колін).

Завданням розрахунку є визначення повного тиску в його початковому перетині, що забезпечує задану пропускну спроможність трубопроводу.

Порядок розрахунку:

- знаходимо питому вагу рідини, відповідну заданій температурі (за довідником);
- знаходимо коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, відповідний заданій температурі (за довідником);
- визначаємо еквівалентну шорсткість труб (за довідником);
- обчислюємо втрати тиску за довжиною кожного коліна (ділянки з постійним діаметром) трубопроводу за формулою Вейсбаха – Дарсі;
- обчислюємо сумарні втрати тиску по довжині трубопроводу, підсумовуючи втрати тиску у його колінах;
- визначаємо наявність і вид місцевих опорів;
- обчислюємо місцеві втрати тиску для кожного з місцевих опорів;
- обчислюємо сумарні місцеві втрати тиску в трубопроводі, підсумовуючи місцеві втрати тиску;
- обчислюємо повні втрати тиску, підсумовуючи сумарні місцеві втрати і втрати за довжиною трубопроводу;
- визначаємо повний тиск у початковому перетині трубопроводу, підставляючи в ліву частину рівняння Бернуллі величину повного тиску в кінцевому перетині і повні втрати тиску в трубопроводі.

Для ізотермічних, низьконапірних умов руху повітря у газоходах розрахунки проводять аналогічно попередньому.

Під час руху рідини через переріз будь-якої форми, відмінної від круглої, як розрахунковий лінійний переріз приймають гідравлічний радіус або еквівалентний діаметр.

Під гідравлічним радіусом r_r розуміють відношення площі затопленого перерізу трубопроводу або каналу, через який протікає рідина, тобто живого перерізу потоку до змоченого периметра $r_r = \frac{S}{\Pi}$,

де S – площа перерізу потоку рідини;

Π – змочений периметр.

Діаметр виражений через гідравлічний радіус, становить еквівалентний діаметр $d_e = 4 r_r$.

Для труби прямокутного перерізу

$$d_e = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)},$$

де a, b – розміри прямокутного перерізу.

2.6 Витікання рідини з отворів і насадків

При виділенні рідини з малих *отворів* у тонкій стінці при постійному напорі її швидкість визначається за формулою:

$$V = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

а витрата –

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

де ω – площа отвору;

φ – коефіцієнт швидкості, визначається за формулою: $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}$;

μ – коефіцієнт витрати, визначається за формулою: $\mu = \varepsilon \cdot \varphi$.

Зазвичай при виділенні рідини з малих отворів у тонкій стінці приймають такі середні значення коефіцієнтів: $\varphi = 0,97$; $\xi = 0,06$; $\varepsilon = 0,64$; $\mu = 0,62$.

Насадки – це приєднані до отвору короткі патрубки, розраховуються за тими ж формулами, що і отвори в тонкій стінці. При розрахунку приймаються такі значення коефіцієнтів швидкості і витрати:

при: $l/d = 3$ $\varphi = 0,815$; $\mu = 0,815$;

при: $l/d = 5$ $\varphi = 0,799$; $\mu = 0,799$;

при: $l/d = 10$ $\varphi = 0,778$; $\mu = 0,778$.

3 МЕХАНІКА ВІДКРИТИХ ПОТОКІВ

3.1 Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху;

емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта

Рух води у відкритих руслах майже завжди відбувається в турбулентному режимі і є безнапірним (рис. 3.1):

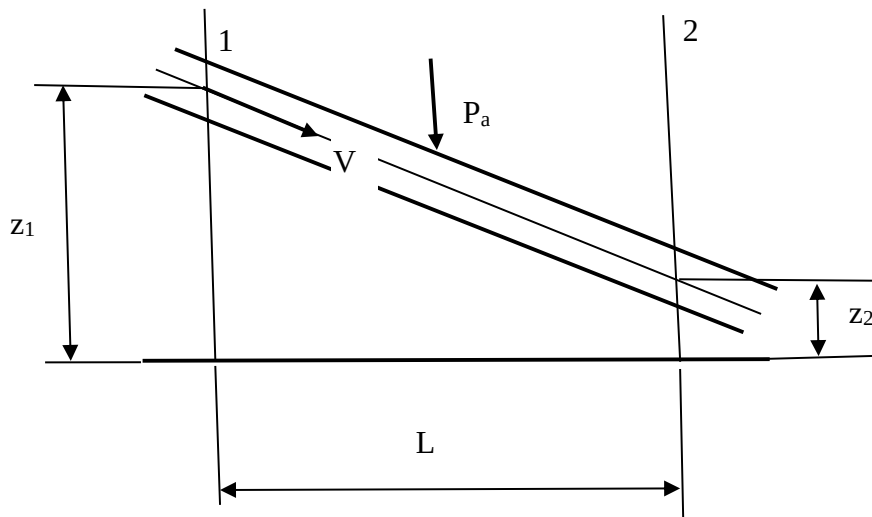


Рисунок 3.1 – Схема безнапірного рівномірного руху рідини у відкритому руслі

Рівняння Бернуллі має вигляд

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + \Delta h_{1-2}.$$

Вважають, як і у випадку напірних трубопроводів, що втрати тиску за довжиною пропорційні довжині L ділянки потоку між створами і квадрата середньої швидкості V руху рідини у живому перерізі русла

$$h_{1-2} = \frac{V^2}{w^2} \cdot L,$$

де w – швидкісний коефіцієнт.

Величина $i = \frac{z_1 - z_2}{L}$ називається *ухилом дна русла*.

Підставляючи ці величини в рівняння Бернуллі, знаходимо *рівняння рівномірного руху води у відкритому руслі*:

$$V = w \cdot \sqrt{i}.$$

Помножуючи обидві частини цього рівняння на площу живого перерізу потоку ω , отримаємо рівняння Шезі

$$Q = \omega \cdot w \cdot \sqrt{i}.$$

Згідно з формулою М. М. Павловського для швидкісного коефіцієнта маємо

$$w = \frac{1}{n} \cdot R^z,$$

де R – гідравлічний радіус потоку, визначуваний за формулою

$$R = \frac{\omega}{\chi},$$

де χ – змочений периметр живого перерізу;

$$z = 0,37 + 2,5 n - 0,75(n - 0,1) R.$$

Коефіцієнт шорсткості русла n визначають за довідником, знаходиться в межах від 0,017 до 0,13. Зокрема, для природних незасмічених русел (глина, пісок, дрібний гравій) з невеликими ухилами і вільною течією він дорівнює величині 0,025.

Більш простою для розрахунків є формула Маннінга:

$$w = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}}.$$

3.2 Залежності між геометричними і гідравлічними характеристиками русел простих перетинів

Русло трапецієдного поперечного перерізу з різною крутизною скосів (рис. 3.2).

На рисунку 3.2 позначено: b – ширина русла по дну; B – ширина русла по вільній поверхні рідини; h – глибина потоку в перерізі; m_1 , m_2 – коефіцієнти заставляння (заложення) скосів, що визначаються за формулами:

$$m_1 = \operatorname{ctg}(\alpha_1),$$

$$m_2 = \operatorname{ctg}(\alpha_2).$$

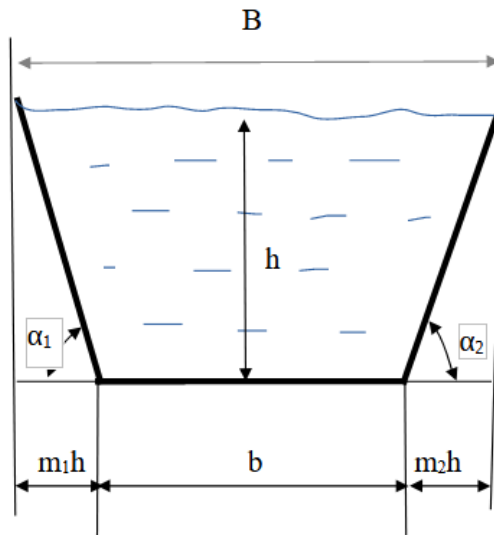


Рисунок 3.2 – Профіль русла трапецієдного поперечного перерізу

Коефіцієнти заставляння укосів визначаються залежно від категорії ґрунтів у межах від $3 \div 3,5$ для піщаних ґрунтів до $0,1 \div 0,5$ для скельних порід.

Площа живого перерізу потоку

$$\omega = b \cdot h + \frac{(m_1 + m_2)}{2} h^2 = h \cdot \frac{B + b}{2}.$$

Величину змоченого периметру розраховуємо за формулою:

$$\chi = b + h \cdot (\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2}).$$

Гідравлічний радіус R і середня в перерізі швидкість потоку V для русел будь-якого поперечного перерізу відповідно дорівнюють:

$$R = \frac{\omega}{\chi}.$$

Русло прямокутного поперечного перерізу

За попередніми формулами для русел із прямокутними поперечними перерізами маємо:

$$\begin{aligned} \omega &= b \cdot h, \\ \chi &= b + 2h, \\ B &= b. \end{aligned}$$

3.3 Розрахунок характеристик руху рідини у відкритих руслах

Розрахунок середньої швидкості течії і витрати потоку рідини у відкритому руслі

Якщо відомі форма поперечного перерізу русла, ухил дна, коефіцієнт шорсткості русла і глибина рівномірного руху потоку, то середню швидкість течії і його витрату визначають безпосередньо за рівнянням Шезі з урахуванням наведених вище формул.

Визначення глибини і середньої за перерізом швидкості потоку

Під час визначення нормальної (побутової) глибини h і середньої в перерізі швидкості потоку V заданими є: форма і розміри поперечного перерізу, подовжній ухил дна i , стан (коефіцієнт шорсткості n) поверхні дна і стінок русла, а також розрахункова витрата Q .

У загальному випадку таке завдання може бути вирішене способом підбору.

При цьому задаються глибини $h_1, h_2, \dots, h_n$, обчислюють відповідні ним площі живого перерізу потоку, змоченого периметра, гідравлічного радіусу R .

Знаходять значення швидкісних коефіцієнтів W і підраховують витратні характеристики.

3.4 Рух ґрунтових вод

Рух ґрунтових вод є окремим випадком руху рідини в пористому середовищі, званому фільтрацією.

Фільтрація відбувається через пори ґрунту та може бути обмежена знизу і зверху водонепроникними шарами ґрунту. Така фільтрація називається напірною (рис. 3.3).

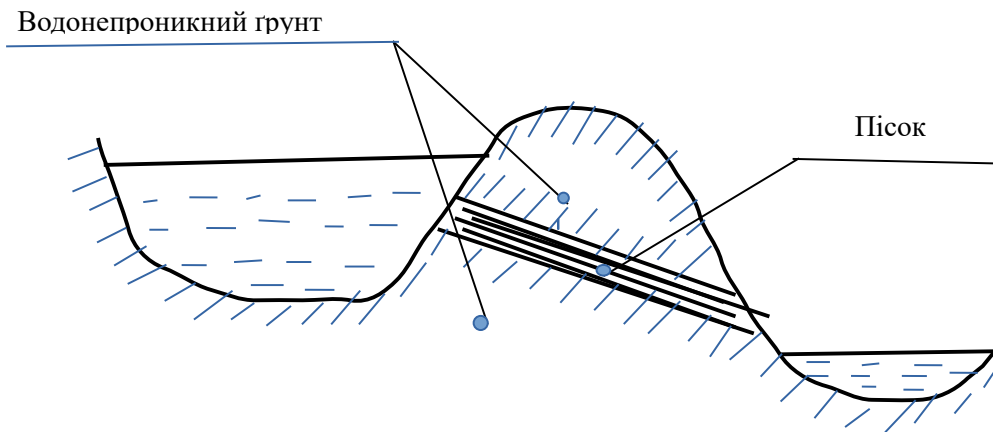


Рисунок 3.3 – Напірна фільтрація

Якщо ж водонепроникний шар (водоупор) обмежує потік тільки знизу, то така фільтрація називається безнапірною (рис. 3.4):

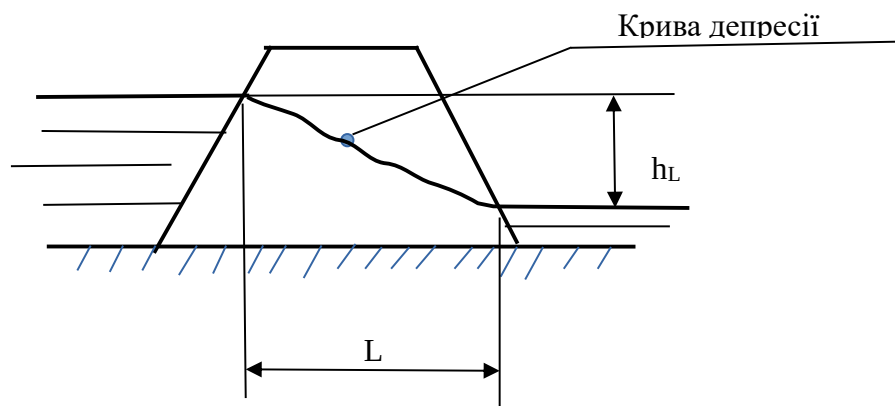


Рисунок 3.4 – Безнапірна фільтрація

Поверхня фільтраційного потоку називається депресійною поверхнею.

Рух води в пористому середовищі може бути сталим і несталим, рівномірним і нерівномірним, ламінарним і турбулентним.

На практиці найчастіше спостерігається сталий, безнапірний, нерівномірний ламінарний рух ґрунтових вод.

Основний закон фільтрації

Позначимо площу пір у перерізі фільтраційного шару ω_{π} , а всю площу перетину – ω . Відношення площі пір до всієї площі перетину називається коефіцієнтом поверхневої пористості ґрунту:

$$p = \frac{\omega_{\pi}}{\omega}. \quad (3.1)$$

Для однорідного ґрунту коефіцієнт поверхневої пористості практично рівний коефіцієнту об'ємної пористості, що становить відношення обсягу пір ґрунту до всього обсягу ґрунту.

Значення коефіцієнта пористості знаходяться в межах $0,3 \div 0,5$.

Швидкість руху води в порах ґрунту

$$V_{\pi} = \frac{Q}{\omega_{\pi}} \quad (3.2)$$

У практичних розрахунках використовують умовну швидкість – швидкість фільтрації

$$V = \frac{Q}{\omega}, \quad (3.3)$$

Залежність (3.3) з урахуванням (3.2) і (3.1) набуває вигляду

$$V = p \cdot V_{\pi}.$$

Витрата фільтраційного потоку може бути виражена емпіричною формулою, яку називають основним законом фільтрації

$$Q = k \cdot \omega \cdot J^m, \quad (3.4)$$

відповідно швидкість фільтрації буде

$$V = k \cdot J^m, \quad (3.5)$$

де k – коефіцієнт фільтрації, що залежить від структури ґрунту і температури води;

J – гідравлічний ухил, який становить втрату напору по довжині на одиницю довжини фільтраційного потоку – $J = h_L/L$;

m – показник ступеня ($m = 1$ за ламінарної фільтрації і $m = 0,5 \div 1$ за турбулентної).

З формули (3.5) випливає, що коефіцієнт фільтрації чисельно дорівнює швидкості фільтрації при гідравлічному ухилі $J = 1$ і має розмірність швидкості.

Перехід від ламінарної до турбулентної фільтрації відбувається при значеннях критерію $7 > Re > 1$.

Під час обчислення критерію Рейнольдса як еквівалентного діаметра приймають середній розмір частки фільтрувального матеріалу.

Середні значення коефіцієнта фільтрації, см/с:

– для суглинків і глин – $10^{-5} \div 10^{-7}$;

– пісок – $10^{-2} \div 10^{-4}$;

– галька і гравій – $10^{-1} \div 10$.

Приплив води до круглого досконалого (розташованому на водоупорі) дренажного колодязя схематично показаний на рисунку 3.5.

Під час відкачування води з колодязя глибина в ньому буде знижуватися, і через різницю рівнів ґрунтових вод та води в колодязі вода буде з усіх боків по радіальних напрямках притікати до колодязя. Через деякий час у колодязі встановиться глибина h_0 , приплив води до колодязя стане дорівнювати величині відкачування.

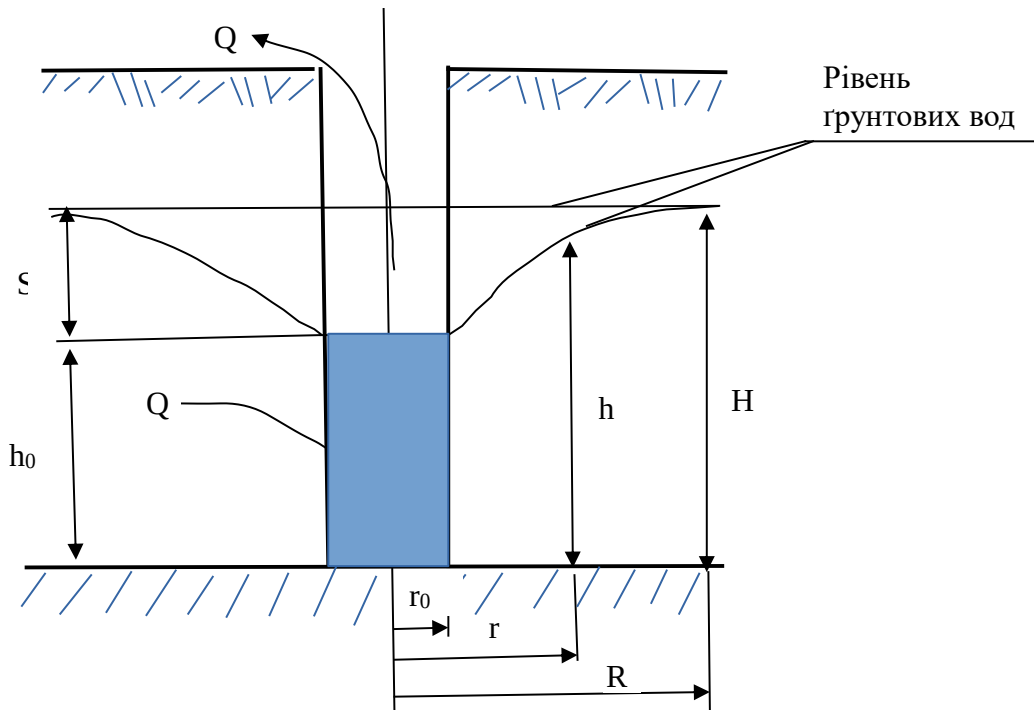


Рисунок 3.5 – Круглий досконалий дренажний колодязь

Площа живого перетину потоку ґрунтових вод на відстані r від осі колодязя буде

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h,$$

де h – глибина у цьому перерізі.

Гідравлічний ухил

$$J = \frac{dh}{dr}.$$

З урахуванням зазначеного, витрата фільтраційного потоку (3.4) буде дорівнювати

$$Q = 2\pi \cdot r \cdot h \cdot k \cdot \left(\frac{dh}{dr}\right),$$

звідси отримаємо диференціальне рівняння кривої вільної поверхні

$$h \cdot dh = \frac{Q \cdot dr}{2\pi \cdot k \cdot r}.$$

Проінтегруємо це рівняння при зміні радіуса від r_0 до довільного значення r , відповідного перетину з глибиною h .

$$\int_h^{h_0} h \cdot dh = \frac{Q}{2\pi \cdot k} \cdot \int_r^{r_0} \left(\frac{dr}{r}\right),$$

звідки отримуємо:

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right).$$

Переходячи до десяткових логарифмів, отримаємо залежність для визначення припливу води до колодязя:

$$Q = 1,36k \cdot \left(\frac{H^2 - h_0^2}{\log\left(\frac{R}{r_0}\right)}\right).$$

Для визначення радіуса впливу можна скористатися емпіричною формулою Зіхарда:

$$R = 3\,000 \cdot S \cdot \sqrt{k},$$

де S , м – зниження рівня води у колодязі;

k , м/с – коефіцієнт фільтрації.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Константинов Ю. М. Інженерна гідравліка [Електрон. ресурс] : підручник / Ю. М. Константинов, О. О. Гіжа. – Київ : Слово, 2006. – 432 с. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <http://koha.kname.edu.ua/cgi-bin/koha/opac-ISBDdetail.pl?biblionumber=4946>, вільний (дата звернення: 10.05.2025). – Назва з екрана.

2. Шушляков Д. О. Технічна механіка рідин і газів [Електрон. ресурс] : навч. посіб. для студ. 2 курсу будів. спец. / Д. О. Шушляков. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНАМГ, 2006. – 78 с. – Режим доступу: <http://koha.kname.edu.ua/cgi-bin/koha/opac-ISBDdetail.pl?biblionumber=8982>, вільний (дата звернення: 10.05.2025). – Назва з екрана.

Електронне навчальне видання

КОВАЛЕНКО Юрій Леонідович

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА РІДИН І ГАЗІВ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальності
183 – Технології захисту навколишнього середовища)*

Відповідальний за випуск *Т. В. Дмитренко*

Редактор *О. В. Михаленко*

Комп'ютерне верстання *Ю. Л. Коваленко*

План 2024, поз. 38Л

Підп. до друку 09.06.2025. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 3,0.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська (Маршала Бажанова), 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: office@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.