

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ПЛАНУВАННЯ І ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ»

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
зі спеціальності G3 – Електрична інженерія)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2026

Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Планування і обробка результатів експерименту» (для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти зі спеціальності G3 – Електрична інженерія) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : Л. А. Назаренко, А. І. Колесник. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2026. – 39 с.

Укладачі: д-р техн. наук, проф. Л. А. Назаренко,
канд. техн. наук, доц. А. І. Колесник

Рецензент

О. М. Ляшенко, кандидат технічних наук, доцент Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою світлотехніки і джерел світла, протокол № 1
від 25 серпня 2025 р.*

Методичні рекомендації призначені для здобувачів спеціальності G3 – Електрична інженерія. Подано засоби та послідовність виконання практичних робіт, список рекомендованих джерел, наведено приклади оформлення звіту та питання для самостійного опрацювання.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛІНИ	5
2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	6
3 РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ	8
ПРАКТИЧНА РОБОТА 1	8
ПРАКТИЧНА РОБОТА 2	14
ПРАКТИЧНА РОБОТА 3	20
ПРАКТИЧНА РОБОТА 4	23
ПРАКТИЧНА РОБОТА 5	27
ПРАКТИЧНА РОБОТА 6	29
ПРАКТИЧНА РОБОТА 7	32
ПРАКТИЧНА РОБОТА 8	34
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	37

ВСТУП

Самостійна робота студента є провідним засобом опанування змісту дисципліни та набуття необхідних умінь і навичок у позааудиторний час. У процесі такої діяльності застосовуються навчальна й спеціалізована література, а також конспекти лекцій.

До основних форм самостійної роботи належать підготовка та виконання практичних завдань; підготовка до поточного й проміжного контролю; опрацювання індивідуальних завдань; поглиблене вивчення окремих тем дисципліни; проведення самоконтролю рівня знань.

Метою викладання навчальної дисципліни «Планування і обробка результатів експерименту» є оволодіння основними положеннями постановки експерименту, аналізу факторів, що впливають, їх взаємовпливів та взаємозв'язків, формування гіпотез щодо виду моделі досліджуваного об'єкта, будування плану експерименту, від якого залежать об'єм досліджень, правильний вибір факторів, що впливають; проведення вимірювань, статистичної обробки результатів експериментальних досліджень.

Вивчаючи дисципліну «Планування і обробка результатів експерименту», студенти можуть здобути знання й навички, пов'язані з організацією наукових та інженерних досліджень. Зокрема, можна вивчити такі головні аспекти:

1) теоретичні основи:

- принципи побудови та класифікацію експериментів;
- методологію наукового дослідження і роль експерименту в ньому;
- поняття факторів та відгуків в експериментальних дослідженнях;
- статистичні основи аналізу даних;

2) планування експерименту:

- методи вибору факторів і рівнів їх варіювання;
- побудова планів однофакторних і багатофакторних експериментів;
- ортогональні та комбінаторні плани;
- оптимізаційні методи планування (центральні композиційні плани, методи поверхонь відгуку);

3) обробка та аналіз результатів:

- методи статистичної обробки результатів вимірювань;
- перевірка гіпотез і оцінювання похибок;
- регресійний і дисперсійний аналіз;
- використання математичних моделей для опису отриманих результатів;
- виявлення закономірностей і оптимальних умов проведення процесів.

4) практичні навички:

- застосування програмних засобів для статистичного аналізу експериментальних даних (*Excel, Statistica, R* тощо);

- формування практичних рекомендацій на основі експериментальних результатів;

- представлення результатів у вигляді таблиць, графіків, моделей і звітів.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів (ЗМ):

ЗМ 1 Побудова емпіричних законів розподілу. Обробка результатів вимірювань.

ЗМ 2 Планування експерименту.

ЗМ 3 Регресійний і дисперсійний аналіз.

1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛІНИ

Для засвоєння дисципліни студенту необхідно вивчити такі теми:

Змістовий модуль 1 Побудова емпіричних законів розподілу. Обробка результатів вимірювань.

Тема 1 Оцінка характеристик експериментальних законів розподілу функції прав.

Тема 2 Регресійний аналіз.

Тема 3 Критерії оптимальності планів.

Змістовий модуль 2 Планування експерименту.

Тема 4 Оцінка адекватності.

Тема 5 Класичні та факторні методи визначення екстремуму.

Змістовий модуль 3 Регресійний і дисперсійний аналіз.

Тема 6 Дисперсійний аналіз.

Тема 7 Однофакторний дисперсійний аналіз при експериментальному дослідженні.

Тема 8 Дотримання вимог академічної доброчесності при проведенні наукових досліджень.

Для опрацювання зазначених тем необхідно скористатися джерелами, що рекомендується наприкінці методичних рекомендацій або на сайті дистанційного курсу [10].

Мета практичних робіт:

- закріпити і поглибити теоретичні знання, отримані на лекційних заняттях;

- набути вміння самостійно працювати з матеріалом, а також викладати свої думки з новим матеріалом як в усній, так і письмовій формі.

Виконання практичних робіт є важливим як для студентів технічних університетів, так і для інженерів-дослідників та інженерів-технологів. Недостатнє володіння сучасними методами математичної обробки й аналізу

експериментальних даних створює суттєві труднощі та змушує використовувати спрощені, недостатньо обґрунтовані підходи. Це стосується, зокрема, вибору емпіричних формул і визначення їх параметрів, оцінювання істинних значень вимірюваних величин і точності вимірювань, а також аналізу кореляційних залежностей.

Курс передбачає виконання практичних робіт, під час яких студенти набувають і закріплюють навички застосування теоретичних знань та основних методів обробки й аналізу результатів експериментів у різних сферах, зокрема в задачах з електричної інженерії.

Практичні роботи виконуються індивідуально. Під час підготовки до роботи потрібно ознайомитися з темою та метою заняття, які належить дослідити, використовуючи ці методичні рекомендації, а також рекомендовані джерела.

В умовах дистанційного навчання практичну роботу проводить викладач у застосунку *Microsoft Teams* з використанням необхідного обладнання, за необхідності студенти можуть відтворити завдання у віртуальній програмі.

Здача робіт передбачає перевірку отриманих результатів, правильності оформлення звіту і захист роботи. Під час захисту роботи потрібно чітко орієнтуватися в теоретичному матеріалі, викладеному в методичних рекомендаціях до виконання роботи і на лекціях, і в порядку проведених досліджень, уміти обґрунтовувати й оцінювати отримані результати, робити на їх основі висновки. Для отримання високого балу необхідно продемонструвати розуміння суті визначеного завдання у вигляді відповідей на поставлені викладачем запитання.

Тематика практичних завдань спрямована на закріплення й поглиблення теоретичних знань, отриманих на лекціях, вироблення умінь і практичних навичок планування експерименту, вибору складових елементів системи, аналізу заходів, спрямованих на підвищення енергоефективності. Під час виконання практичного завдання студенти повинні навчитися самостійно працювати з джерелами за новими темами, а також викладати свої судження як в усній, так і письмовій формі у вигляді відповідей на контрольні запитання.

Підсумкова атестація з курсу проводиться на підставі всіх виконаних практичних завдань та складання диференційного заліку.

2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Опанування дисципліни «Планування і обробка результатів експерименту» передбачає засвоєння значного обсягу теоретичного та практичного матеріалу, значна частина якого вивчається студентами у позааудиторний час у формі самостійної роботи. Така діяльність спрямована на формування навичок роботи з науково-технічною літературою, розвитку аналітичного мислення, вміння коректно інтерпретувати експериментальні дані,

а також глибокого розуміння методів планування експерименту та обробки результатів вимірювань у галузі електричної інженерії.

У процесі самостійної роботи у студентів формується здатність обґрунтовувати отримані результати, виконувати їх статистичний аналіз, оцінювати похибки вимірювань, робити аргументовані висновки та представляти результати досліджень у формі звітів, графіків і презентацій державною мовою. Особлива увага приділяється використанню сучасних інформаційних технологій, програмних засобів обробки даних та математичного моделювання.

Самостійна навчальна діяльність зорієнтована на розвиток навичок планування експериментів, оптимізації умов проведення досліджень, обробки результатів та їх інтерпретації. Вона також сприяє формуванню системного підходу до аналізу технічних процесів, здатності працювати як індивідуально, так і в команді, а також усвідомленню специфіки професійної діяльності інженера-електрика. Опрацювання матеріалу може здійснюватися у навчальних аудиторіях, лабораторіях, комп'ютерних класах, бібліотеках, а також із використанням дистанційних освітніх платформ. Важливою складовою є раціональне планування часу та ефективна організація навчальної діяльності.

Окремою складовою самостійної роботи є виконання завдань для самоконтролю, які спрямовані на перевірку рівня засвоєння теоретичного матеріалу, розуміння методів планування експерименту, статистичної обробки результатів та оцінки достовірності даних. Робота з такими питаннями сприяє систематизації знань, підготовці до поточного і підсумкового контролю, а також підвищенню якості професійної підготовки майбутніх фахівців.

Перелік питань для опрацювання:

1. Що таке експеримент у електричній інженерії?
2. Які основні етапи планування експерименту?
3. Що таке фактори експерименту та їх класифікація?
4. Чим відрізняються керовані та некеровані фактори?
5. Що таке відгук (результат експерименту)?
6. Які існують типи експериментальних планів?
7. У чому суть повного факторного експерименту?
8. Що таке дробовий факторний експеримент?
9. Якою є роль рандомізації в експерименті?
10. Що таке реплікація та навіщо вона потрібна?
11. Що таке систематична та випадкова похибка?
12. Як оцінюється точність вимірювань?
13. Що таке середнє значення та як воно обчислюється?
14. Що таке дисперсія та стандартне відхилення?
15. Які методи статистичної обробки результатів використовуються?
16. Що таке довірчий інтервал?
17. Як перевіряється достовірність експериментальних даних?
18. Що таке кореляція та регресія?
19. Які існують методи апроксимації експериментальних даних?
20. Як будуються графіки експериментальних залежностей?
21. Що таке калібрування вимірювальних приладів?

22. Які джерела похибок у вимірюваннях?
23. Як зменшити вплив похибок в експерименті?
24. Що таке математична модель експерименту?
25. Які програмні засоби використовуються для обробки даних?
26. Як оформлюється звіт про експеримент?
27. Які вимоги до представлення результатів дослідження?
28. Що таке оптимізація експерименту?
29. Яка роль експерименту у розробці електротехнічних систем?
30. Як інтерпретувати отримані результати дослідження?

Важливою складовою вивчення дисципліни є використання дистанційного навчального курсу, який забезпечує постійний доступ до актуальних навчально-методичних матеріалів. У межах курсу студенти мають можливість ознайомитися з лекційними матеріалами, методичними рекомендаціями, прикладами виконання завдань, а також додатковими джерелами для поглибленого вивчення теми. Дистанційна платформа також використовується для своєчасного завантаження виконаних робіт, що дозволяє організувати ефективний зворотний зв'язок із викладачем. Це сприяє більш прозорій системі оцінювання та контролю навчальних досягнень. Крім того, на платформі розміщуються додаткові матеріали, рекомендації та посилання на сучасні наукові джерела, що підвищує якість підготовки студентів. Використання дистанційного курсу забезпечує гнучкість навчального процесу та дозволяє ефективно поєднувати аудиторну і самостійну роботу.

З РЕКОМЕНДАЦІЙ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

Побудова емпіричних законів розподілу і визначення оцінок їх характеристик.
Аналіз ресурсів для наукової діяльності

Теми для самостійного опрацювання

1. Побудова емпіричних законів розподілу.
2. Визначення оцінок характеристик емпіричних законів розподілу.
3. Пошук і аналіз ресурсів для наукової та інноваційної діяльності в електротехніці.

Мета роботи: навчитися знаходити та відбирати актуальні джерела для наукових досліджень, а також ознайомитися та навчитися застосовувати метод найменших квадратів при побудові емпіричних законів.

Очікувані результати: навчитися користуватися науковими базами даних, здійснювати критичний аналіз джерел і формувати бібліографію. Ознайомитись із побудовою емпіричних законів в науці.

Під час аналізу даних може виникнути необхідність описати експериментальну залежність аналітичним виразом. Для цього зазвичай використовують метод найменших квадратів. Метод найменших квадратів (МНК) – це статистичний метод для знаходження наближених розв’язків надлишкових систем рівнянь, який мінімізує суму квадратів відхилень між експериментальними даними та теоретичними значеннями. Він широко використовується в регресійному аналізі, геофізиці та економетриці для оцінки параметрів моделі, забезпечуючи найкращу апроксимацію.

Його суть полягає в такому. Нехай є експериментальні дані, що описують залежність величини Y від величини X . Вона показана на рисунку 1.1 точками.

n	X_n	Y_n
1	X_1	Y_1
2	X_2	Y_2
...	...	...
N	X_N	Y_N

Рисунок 1.1 – Залежність величин

Необхідно знайти функцію $f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, x)$, яка найкраще описує цю залежність з урахуванням розкиду точок, спричиненого похибками вимірювання величини Y .

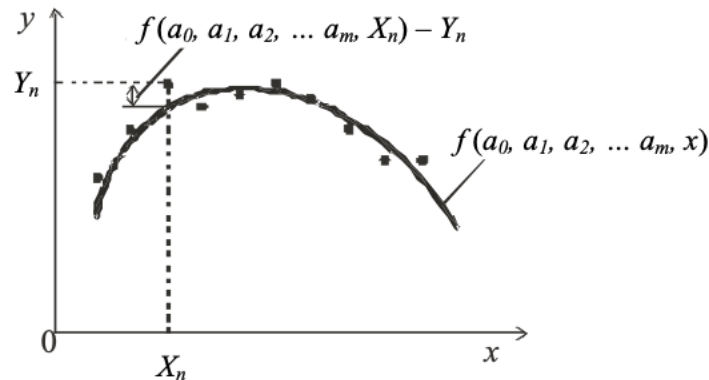


Рисунок 1.2 – До опису методу найменших квадратів

Примітка. Координати експериментальних точок варто позначати великими літерами (X , Y). Змінні, які входять до апроксимуючої формули, позначати малими буквами (x , y).

Найкращою функцією вважається та, для якої сума

$$S = \sum_{n=1}^N [f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, X_n) - Y_n]^2. \quad (1.1)$$

Ця сума набуває мінімально можливого значення. За рисунком 1.2 зрозуміло, що вираз у квадратних дужках – це відстань від апроксимуючої кривої до експериментальної точки з тією ж абсцисою. Отже, найкращою

кривою є та, для якої сума квадратів відстаней від неї до експериментальних точок є мінімальною.

Вид апроксимуючої функції має бути заданий, наприклад, у вигляді однієї з наведених нижче функцій:

$$\left. \begin{aligned} f(a_0, a_1, x) &= a_0 + a_1 x, \\ f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, x) &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_m x^m, \\ f(a_0, a_1, x) &= a_0 e^{a_1 x}, \\ f(a_0, x) &= \frac{a_0}{x}. \end{aligned} \right\} (1.2)$$

Він визначається характером експериментальної залежності.

Лінійна залежність МНК

Лінійна функціональна залежність є найпростішою, але вона дуже часто зустрічається в природі, техніці й суспільному житті.

Функція (1.1), що мінімізується, для неї виглядає так:

$$S(a_0, a_1) = \sum_{n=1}^N [(a_0 + a_1 X_n) - Y_n]^2. \quad (1.3)$$

Умовами мінімуму функції $S(a_0, a_1)$ є рівність нулю її часткових похідних:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0.$$

Використавши ці умови стосовно до функції (1.3), отримаємо:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \sum_{n=1}^N 2(a_0 + a_1 X_n - Y_n) = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = \sum_{n=1}^N 2(a_0 + a_1 X_n - Y_n) X_n = 0. \quad (1.5)$$

Розкривши дужки в цих виразах і залишивши в лівій частині рівностей доданки, що містять величини a_0 і a_1 , отримаємо:

$$a_0 N + a_1 \sum_{n=1}^N X_n = \sum_{n=1}^N Y_n, \quad (1.6)$$

$$a_0 \sum_{n=1}^N X_n + a_1 \sum_{n=1}^N X_n^2 = \sum_{n=1}^N X_n Y_n. \quad (1.7)$$

Із цієї системи рівнянь знаходять параметри прямої a_0 і a_1 .

Приклад 1

Досліджувалася залежність величини Y від X . Отримано такий ряд значень (рис. 1.3).

X	2	3	3,5	5	5,5	6	7	7,7
Y	5	10	20	25	35	40	40	51

Рисунок 1.3 – Вихідні дані

Передбачається, що ця залежність є лінійною: $y = a_0 + a_1x$.

Необхідно за допомогою методу найменших квадратів знайти значення параметрів a_0 і a_1 і провести пряму через експериментальні точки.

Для обчислення сум, що входять в систему рівнянь (1.6), доцільно скласти таку таблицю (рис.1.4).

n	X_n	Y_n	X_n^2	$X_n Y_n$
1	2	5	4	10
2	3	10	9	30
3	3,5	20	12,25	70
4	5	25	25	125
5	5,5	35	30,25	192,5
6	6	40	36	240
7	7	40	49	280
$N = 8$	7,7	51	59,29	392,7
Σ	39,7	226	224,79	1340,2

Рисунок 1.4 – Розрахункова таблиця

Підстановка в (1.7) одержаних сум дає:

$$8a_0 + 39,7a_1 = 226,$$

$$39,7a_0 + 224,79a_1 = 1\,340,2.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, отримаємо:

$$a_0 = -10,8, a_1 = 7,87.$$

На рисунку 1.5 показано графік прямої $f(x) = 7,87x - 10,8$, що проходить через масив експериментальних точок.

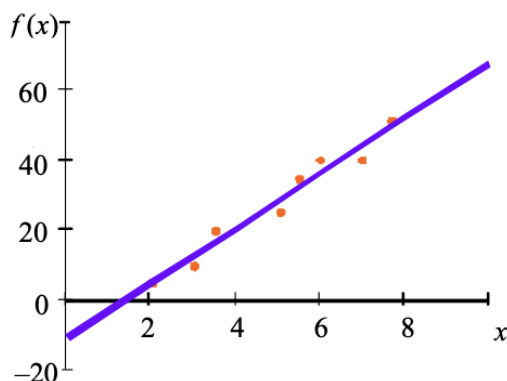


Рисунок 1.5 – Апроксимація лінійної залежності за допомогою методу найменших квадратів

Приклад 2

Дано результати двадцяти вимірювань довжини l_i , мм. деталі:

18,309;	18,305;	18,306;	18,306;
18,308;	18,308;	18,309;	18,313;
18,307;	18,312;	18,310;	18,305;
18,309;	18,309;	18,303;	18,307;
18,310;	18,304;	18,308;	18,308.

Як оцінку математичного очікування довжини деталі, приймаємо її середнє арифметичне

$$\bar{\ell} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \ell_i = 18,307 \text{ 8 мм.}$$

Точкова оцінка середнього квадратичного відхилення результатів спостережень

$$S_{\ell} = \sqrt{\frac{1}{20-1} \sum_{i=1}^{20} (\ell_i - \bar{\ell})^2} = 0,002 \text{ 5 мм.}$$

Прийнявши рівень довірчої ймовірності $\alpha = 1 - q = 90\% = 0.9$, знаходимо для числа ступенів свободи $k = n - 1 = 20 - 1 = 19$ в таблиці за [посиланням](#):

$$\chi_{\hat{e}; \frac{1}{2}g}^2 = \chi_{19; 0,05}^2 = 10,117; \chi_{19; 0,05} = 3,18,$$

$$\chi_{k, 1 - \frac{1}{2}g}^2 = \chi_{19; 0,95}^2 = 30,114; \chi_{19; 0,95} = 5,49.$$

Границі довірчого інтервалу для середнього квадратичного відхилення результатів спостережень

$$S_{\ell_1} = \frac{\sqrt{20-1} \times 0,002 \text{ 5}}{3,18} = 0,003 \text{ 4 мм,}$$

$$S_{\ell_2} = \frac{\sqrt{20-1} \times 0,002 \text{ 5}}{5,49} = 0,002 \text{ 0 мм.}$$

Одержані результати свідчать про те, що істинне значення середнього квадратичного відхилення результатів спостережень з імовірністю 90 % лежить в інтервалі 0,002 0–0,003 4 мм.

У сучасній науці та інженерній практиці обсяг інформації постійно зростає, і саме від уміння знаходити та аналізувати якісні ресурси залежить рівень наукової роботи та її практична цінність. Сучасний розвиток науки та техніки характеризується величезним обсягом інформації, тому здатність швидко знаходити, критично оцінювати та правильно використовувати ресурси є необхідною умовою якісних досліджень. Для студентів важливо навчитись орієнтуватися у спеціалізованих базах даних, бібліотечних каталогах і наукових

пошукових системах, що надає можливість отримувати перевірені та актуальні відомості.

Опанування методів пошуку та аналізу ресурсів безпосередньо впливає на наукову новизну і практичну значущість досліджень. Використання сучасних джерел дозволяє уникати дублювання відомих результатів, визначати проблемні питання та пропонувати власні рішення. Це створює основу для формування критичного мислення, адже студент вчиться відрізняти надійні матеріали від неперевіраних і оцінювати їх відповідність обраній тематиці.

Окрім того, ця тема має прикладне значення для майбутньої професійної діяльності. Вона сприяє розвитку інноваційного мислення, адже ознайомлення з передовими світовими практиками стимулює пошук нових ідей та технічних рішень в електротехніці. Також робота з ресурсами формує навички академічної доброчесності, що є важливою умовою для якісного виконання наукових проєктів і підготовки кваліфікованих спеціалістів у галузі електроенергетики, електротехніки та електромеханіки.

Завдання для практичної роботи № 1

Завдання 1.1

Дано результати вимірювань маси в кілограмах деякої складової деталі трансформатора. Знайти істинне значення для таких вимірювань:

11,12;	12,02;	12,34;	12,34;
12,342;	12,31;	11,38;	11,51
11,01;	12,16;	12,10;	11,21;
11,31;	11,89;	11,30;	11,13;
11,31;	11,79	12,41;	11,39.

Завдання 1.2

Досліджувалася залежність величини Y від X . Отримано такий ряд значень:

X:	1	13	14	20	24	28	34	49	52	55	61	67
Y:	2	24	26	29	34	35	36	46	48	49	50	51

Передбачається, що ця залежність є лінійною: $y = a_0 + a_1 x$. Необхідно за допомогою методу найменших квадратів знайти значення параметрів a_0 і a_1 і провести пряму через експериментальні точки.

Завдання 1.3

Ознайомитися з видами інформаційних ресурсів (наукові журнали, електронні бібліотеки, патентні бази, освітні платформи) (*Scopus*, *IEEE Xplore*, *Google Scholar*, Наукова бібліотека України тощо) та вивчити правила критичного аналізу джерел (науковість, актуальність, вірогідність).

Завдання 1.4

Знайти щонайменше п'ять наукових статей за останні п'ять років, що стосуються енергоефективного освітлення, електротехнічних систем, комунального господарства. Визначити ключові ідеї кожної статті (тема, мета, основні результати). Провести короткий аналіз щодо того, які проблеми залишаються невирішеними.

Контрольні запитання

1. Що таке емпіричний закон розподілу і для чого його застосовують у статистиці та метрології?
2. Які етапи включає побудова емпіричної функції розподілу на основі вибірових даних?
3. У чому полягає відмінність між гістограмою, полігоном частот та емпіричною функцією розподілу?
4. Як за допомогою емпіричного закону розподілу можна оцінити наближення до теоретичного розподілу?
5. Які види інформаційних ресурсів використовуються у науковій та інноваційній діяльності?
6. Які міжнародні бази даних найбільш поширені в електротехнічних дослідженнях?
7. У чому полягає відмінність між первинними та вторинними джерелами інформації?
8. Які основні критерії оцінювання якості та вірогідності наукового джерела?
9. Які ресурси можна використати для пошуку інформації у сфері електротехніки?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

Оцінка вимірювання досліджуваної величини при прямих багатократних вимірюваннях

Теми для самостійного опрацювання

1. Коефіцієнт кореляції.
2. Теоретична лінія регресії.
3. Метод найменших квадратів.
4. Інформаційна матриця.
5. Кореляційна матриця.
6. Методики проведення експериментальних досліджень у галузі електротехніки та електромеханіки.

Мета роботи: підтвердити, що на сучасному етапі розвитку засобів вимірювання і контролю різних технологічних вимірювань велике значення приділяється методам обробки результатів прямих вимірювань з однократними і багатократними спостереженнями.

Очікувані результати: розуміти суть прямих багатократних вимірювань; обчислювати середнє значення результатів вимірювань методами визначення випадкової похибки та середньоквадратичного відхилення, а також основні етапи проведення наукового експерименту, навчитися обирати методику дослідження залежно від визначеного завдання.

Коефіцієнт кореляції

Коефіцієнт кореляції характеризує ступінь статистичного зв'язку між двома випадковими величинами. Здебільшого використовується **лінійний коефіцієнт кореляції Пірсона**, який набуває значень від -1 до +1:

- $r \approx +1$ – сильний прямий зв'язок (збільшення однієї величини супроводжується збільшенням іншої);
- $r \approx -1$ – сильний обернений зв'язок (зростання однієї величини відповідає зменшенню іншої);
- $r \approx 0$ – відсутність лінійного зв'язку.

Кореляційний аналіз дозволяє виявити, наскільки зміна однієї величини пов'язана зі зміною іншої, проте не визначає причинно-наслідкових зв'язків.

Теоретична лінія регресії

Регресія – це залежність між змінними, яку можна описати математично. **Теоретична лінія регресії** – це функція, яка відображає середнє значення залежної змінної Y при заданому значенні незалежної змінної X .

Для лінійної регресії ця залежність виглядає так:

$$Y = a + bX,$$

де a – вільний член (ордината при $X = 0$);

b – коефіцієнт регресії (нахил прямої).

Лінія регресії використовується для прогнозування значень величини та аналізу взаємозв'язків у даних.

Метод найменших квадратів (МНК)

Метод найменших квадратів – це статистичний метод, що використовується для знаходження невідомих параметрів моделі так, щоб сума квадратів відхилень експериментальних даних від розрахованих за моделлю була мінімальною:

$$S = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min,$$

де Y_i – експериментальні значення,

$\hat{Y}_i$ – розраховані за моделлю.

МНК широко застосовується в регресійному аналізі для побудови ліній залежності між змінними та оцінки точності апроксимації.

Інформаційна матриця (матриця Фішера)

Інформаційна матриця (або матриця Фішера) використовується в теорії оцінювання параметрів для опису того, скільки інформації про невідомі параметри містить вибірка спостережень. Її елементи обчислюються як математичне сподівання від похідних логарифмічної функції правдоподібності. Матриця Фішера дозволяє оцінити дисперсії параметрів оцінювання: чим більші значення елементів матриці, тим точніше можна визначити параметри моделі.

Кореляційна матриця

Кореляційна матриця – це таблиця, в якій відображені коефіцієнти кореляції між усіма парами змінних у багатовимірних даних. Якщо є змінні $X_1, X_2, \dots, X_n$, то елемент матриці R_{ij} показує коефіцієнт кореляції між змінними X_i та X_j .

Кореляційна матриця використовується для:

- виявлення мультиколінеарності в регресійному аналізі;
- аналізу взаємозв'язків у багатовимірних системах;
- вибору змінних для моделювання.

При статистичній обробці результатів багаторазових спостережень необхідно виконати таку послідовність дій:

1. Провести багаторазові вимірювання і отримати масив $X_1, X_2, \dots, X_n$ вимірювальної інформації.

2. Поправити результати вимірювань, вилучивши відомі систематичні похибки шляхом внесення поправок у результати спостережень.

3. Знайти математичне сподівання поправлених результатів спостережень і прийняти його за дійсне значення.

Для нормального закону розподілу, а якщо поступитися ефективністю оцінки, то й для всіх симетричних розподілів, за оцінку математичного сподівання ряду рівноточних спостережень приймають середнє арифметичне:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

4. Визначити випадкове відхилення.

Різниця $g_i = X_i - \bar{x}$ становить випадкове відхилення (випадкову абсолютну похибку) при i -му спостереженні. Вона може бути позитивною і негативною.

Середнє арифметичне незалежно від закону розподілу має такі властивості:

$$\sum_{i=1}^n g_i = 0 \text{ і } \sum_{i=1}^n g_i^2 = \min,$$

які використовуються для перевірки правильності обчислення $\bar{x}$.

5. Обчислити експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювання за формулою Бесселя:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

де X_i – результат i -го вимірювання, $\bar{x}$ – середнє арифметичне n результатів.

Підкреслимо, що для серії n вимірювань однієї й тієї самої величини параметр S характеризує розсіювання результатів багаторазових n вимірювань однієї і тієї самої величини. Оскільки ми обчислюємо середнє арифметичне, необхідне для одержання оцінки σ , то доцільно взяти його за результат вимірювання. В цьому випадку середнє арифметичне залежить від кількості вимірювань і є випадковою величиною, яка має деякі дисперсії відносно істинного значення.

6. Середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного визначають за формулою

$$\bar{\sigma}(\bar{x}) = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Отже, якщо як результат багаторазових вимірювань взяти середнє арифметичне $\bar{x}$, то випадкова похибка (S) зменшується в $\sqrt{n}$ разів порівняно з випадком, коли за результат багаторазових вимірювань приймалось будь-яке одне з n спостережень.

Тому багаторазові вимірювання з наступним усередненням результатів і прийняттям цього середнього за результат вимірювання є досить ефективним методом зменшення випадкової похибки.

7. Визначити довірчі границі похибки вимірювання, що становить верхню й нижню границі інтервалу, який покриває із заданою ймовірністю похибку вимірювання.

Якщо число вимірювань $n \leq 20$, то довірчий інтервал випадкової похибки при заданих імовірності P і середньому квадратичному відхиленні $\bar{\sigma}(\bar{x})$ визначається за формулою Стьюдента:

$$\Delta_d = \pm k_t \bar{\sigma}(\bar{x}),$$

де k_t – коефіцієнт розподілу Стюдента, який залежить від заданої ймовірності P і кількості вимірювань n .

Розглянемо, яку саме довірчу ймовірність необхідно задавати. Як правило, приймають $P = 0,95$. Якщо вимірювання повторити неможливо, то $P = 0,99$, а в особливо відповідальних випадках, коли вимірювання, що виконуються, пов'язані зі створенням нових еталонів або їхні результати можуть суттєво вплинути на здоров'я людини, $P = 0,997$.

8. Представити результат вимірювання в такому вигляді:

$$\bar{x} \pm \Delta_d; P.$$

Методики проведення експериментальних досліджень у галузі електротехніки та електромеханіки є ключовим елементом як навчального процесу, так і наукових досліджень. Сучасні підходи передбачають комплексне використання методів планування експерименту, теоретичного та емпіричного аналізу, а також сучасних інструментів для комп'ютеризованого моделювання та обробки даних.

До основних напрямів методики належать планування та організація експериментальних досліджень, вибір та застосування електрофізичних методів, побудова математичних моделей об'єктів та процесів, використання комп'ютеризованих систем збору та аналізу даних, а також формування інформаційної та кореляційної бази результатів.

Навчальні посібники та методичні рекомендації, що охоплюють ці питання, включають опис організації лабораторних та практичних робіт, методи емпіричного та теоретичного дослідження, використання сучасних технологій для автоматизації експериментів і обробки результатів. Особлива увага приділяється комп'ютеризованим експериментальним системам, застосуванню «хмарних» технологій та сучасних баз даних для підвищення ефективності й точності досліджень.

Таким чином, методики проведення експериментальних досліджень у галузі електротехніки та електромеханіки забезпечують системний підхід до вивчення складних процесів та дають змогу отримувати надійні й відтворювані результати, що є основою для подальших наукових і інженерних розробок.

Завдання для практичної роботи № 2

Завдання 2.1

Статистична обробка результатів багатократних вимірювань світлотехнічних параметрів LED

Вимірювана величина (на вибір):

- освітленість E ;
- сила світла I ;

- світловий потік Φ (за допомогою інтегруючої сфери або розрахунковим методом);
- корельована колірна температура (CCT).

Умова завдання. За сталих умов живлення та навколишнього середовища виконати n прямих багатократних вимірювань обраного параметра *LED*-джерела світла.

Необхідно:

1. Скласти таблицю результатів багатократних вимірювань.
2. Обчислити середнє арифметичне значення вимірюваного параметра *LED*.
3. Визначити відхилення кожного результату від середнього значення.
4. Розрахувати середньоквадратичне відхилення результатів вимірювань.
5. Оцінити стандартну невизначеність типу А для досліджуваного параметра.
6. Записати результат вимірювання у вигляді

$$X = \bar{X} \pm u_A.$$

7. Проаналізувати вплив нестабільності *LED*-джерела (тепловий режим, коливання струму живлення) на розкид результатів вимірювань.

Завдання 2.2

Визначення довірчого інтервалу результатів вимірювань параметрів світлодіодних джерел світла

Умова завдання. На основі серії прямих багатократних вимірювань параметра *LED*-джерела світла визначити довірчий інтервал результату вимірювання з довірчою ймовірністю $P = 0,95$.

Необхідно:

1. Обчислити середнє значення вимірюваного параметра світлодіодного джерела світла.
2. Визначити стандартне відхилення та стандартну невизначеність середнього значення.
3. Обрати коефіцієнт Стюдента відповідно до кількості вимірювань.
4. Розрахувати межі довірчого інтервалу результату вимірювань.
5. Записати кінцевий результат вимірювання у вигляді

$$X = \bar{X} \pm \Delta X(P = 0,95)$$

6. Проаналізувати отриманий довірчий інтервал з урахуванням особливостей *LED*-випромінювання (пульсації, спектральний склад, температурна залежність).

Контрольні запитання

1. Охарактеризуйте однократні вимірювання з точною оцінкою похибок.
2. Охарактеризуйте однократні вимірювання з наближеною оцінкою похибок.
3. Охарактеризуйте однократні вимірювання з апіорною оцінкою похибок.
4. Опишіть методику виявлення грубих помилок для $n < 20$
5. Опишіть методику виявлення грубих помилок для $n > 20$.
6. Опишіть алгоритм розрахунку довірчих границь випадкової похибки у випадку нормального закону розподілу.
7. Опишіть алгоритм розрахунку довірчих границь випадкової похибки у випадку експоненціального закону розподілу (Лапласа).
8. Опишіть алгоритм розрахунку довірчих границь випадкової похибки у випадку рівномірного закону розподілу.
9. Опишіть алгоритм розрахунку довірчих границь випадкової похибки у випадку засміченого нормального закону розподілу.
10. Опишіть алгоритм розрахунку довірчих границь випадкової похибки у випадку наближено нормального закону розподілу.
11. Охарактеризуйте використання непараметричних оцінок довірчих границь випадкових похибок.
12. Які основні етапи включає проведення наукового експерименту?
13. Які фактори впливають на вибір методики експериментального дослідження?
14. Як визначається точність і відтворюваність результатів експерименту?
15. Які вимоги потрібно враховувати під час оформлення результатів експериментальних досліджень?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3

Складання матриці планування

Теми для самостійного опрацювання

1. Вибір вихідної точки і інтервалу варіювання.

2. Нормування змінних.
3. Статистичні висновки і оцінки.
4. Складання матриці планування.
5. Використання інформаційних ресурсів і баз даних для підтримки додаткового навчання та досліджень.

Мета роботи: засвоїти принципи побудови та використання матриці планування експерименту для дослідження електротехнічних об'єктів та процесів, а також отримати практичні навички роботи з електронними бібліотеками, реєстрами патентів і відкритими освітніми платформами.

Очікувані результати: навчитися знаходити, відбирати та ефективно використовувати інформаційні ресурси і бази даних для освітньої та наукової діяльності.

Завдання 3.1

1. Пошук наукової інформації.

Використати одну з міжнародних баз даних (*Scopus, Web of Science, IEEE Xplore, Google Scholar*) для пошуку статей за заданою темою (викладач визначає тему або студент обирає самостійно). Підібрати не менше трьох джерел, які мають наукову цінність.

2. Аналіз джерел.

Заповнити таблицю з такими полями:

1. Автор (-и), рік публікації.
2. Назва роботи.
3. Джерело (журнал, конференція, база даних).
4. Основні результати / висновки.
5. Пояснити, чому робота є цінною для дослідження?

3. Порівняння ресурсів.

Використати як мінімум два різні інформаційні ресурси (наприклад, *Google Scholar* і Національну електронну бібліотеку) для пошуку тієї самої теми. Зробити коротке порівняння зручності пошуку, повноти результатів та доступності матеріалів.

4. Власні висновки.

Сформулювати висновок (0,5–1 сторінка) про те, які інформаційні ресурси виявилися найкориснішими для вашої теми і чому.

Завдання 3.2

Теоретична частина.

Ознайомитися з поняттям матриці планування (повний факторний експеримент, дробовий факторний експеримент). Вивчити приклади застосування методу в дослідженнях електричних систем (наприклад, вплив струму, напруги, температури на параметри пристрою).

Практична частина:

- побудувати матрицю планування для дослідження об'єкта з двома факторами (наприклад, вхідна напруга U та температура T), кожен з яких має два рівні («-1» – нижній, «+1» – верхній);
- заповнити експериментальну таблицю для чотирьох комбінацій факторів;
- розрахувати середні значення відгуку (наприклад, вихідна потужність або ККД).

Аналіз результатів:

- побудувати графік залежності відгуку від факторів;
- зробити висновок про вплив кожного фактора та їх взаємодії на результат.

Таблиця 3.1 – Шаблон таблиці (матриця планування)

Номер досліду	$X_1 (U)$	$X_2 (T)$	Відгук Y (наприклад, P)
1	-1	-1	
2	+1	-1	
3	-1	+1	
4	+1	+1	

Контрольні запитання

1. Що таке матриця планування експерименту та яку роль вона відіграє в організації вимірювальних досліджень?
2. Які основні елементи входять до складу матриці планування експерименту?
3. Чим відрізняються фактори, рівні факторів і відгуки в матриці планування?
4. Які типи факторів доцільно враховувати під час планування експериментів із світлодіодними джерелами світла?
5. Як вибір кількості рівнів факторів впливає на точність і інформативність результатів експерименту?
6. У чому полягає принцип ортогональності матриці планування та чому він є важливим для статистичної обробки результатів?
7. Яким чином у матриці планування враховуються повторні вимірювання та реплікації експерименту?
8. Як матриця планування дозволяє оцінити вплив окремих факторів і їхніх взаємодій на результати вимірювань?
9. Які обмеження та практичні чинники (технічні, часові, метрологічні) необхідно враховувати під час складання матриці планування?
10. Які помилки зазвичай допускають під час складання матриці планування експерименту та як їх уникнути?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 4

Обробка результатів експерименту

Теми для самостійного опрацювання

1. Статистика Кохрена.
2. Дисперсія відтворюваності. Відтворюваність експерименту.
3. Гіпотеза значущості коефіцієнтів.
4. Обґрунтування напряму наукового дослідження в електроенергетиці з урахуванням сучасних викликів.

Мета роботи: навчитися проводити обробку результатів прямих вимірювань з однократними і багатократними спостереженнями, що є важливим етапом у процесах розроблення, виготовлення і розповсюдження лікарських засобів.

Очікувані результати: набути навичок роботи з експериментальними даними в табличному редакторі чи спеціалізованих програмних пакетах (*Excel*, *MATLAB* тощо); результатів представити у вигляді таблиць і графіків; сформулювати висновки щодо впливу досліджуваних факторів на об'єкт або процес.

Оцінювання випадкових похибок опосередкованих вимірювань здійснюють за такою методикою:

1. Визначення для результатів прямих вимірювань $\bar{x}$ і $\bar{\sigma}(\bar{x})$.
2. Встановлення значення невідомої величини $\bar{q} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$.
3. Обчислення частинних випадкових похибок опосередкованих вимірювань:

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \bar{\sigma}(\bar{x}_i).$$

4. Знаходження оцінки СКВ результату опосередкованих вимірювань:

$$\bar{\sigma}_{\bar{q}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \bar{\sigma}^2(x_i)}.$$

5. Знаходження (табл. 4.1) коефіцієнта k_t Стюдента за заданою довірчою ймовірністю P і кількістю вимірювань n .

6. Знаходження граничних значень випадкової складової похибки, яку приймають за похибку опосередкованого вимірювання:

$$\Delta = \pm k_t \bar{\sigma}_{\bar{q}}.$$

7. Запис результат опосередкованого вимірювання:

$$\bar{q} \pm \Delta, P.$$

Таблиця 4.1 – Значення коефіцієнта Стьюдента

$n - 1$	$P = 0,95$	$P = 0,99$	$n - 1$	$P = 0,95$	$P = 0,99$
3	3,182	5,841	16	2,120	2,921
4	2,776	4,604	18	2,101	2,878
5	2,571	4,032	20	2,086	2,845
6	2,447	3,707	22	2,074	2,819
7	2,367	3,500	24	2,064	2,797
8	2,306	3,335	26	2,056	2,779
9	2,262	3,250	28	2,048	2,763
10	2,228	3,169	30	2,043	2,750
12	2,179	3,055	–	–	–
14	2,145	2,977	∞	1,960	2,576

Для визначення похибки результату опосередкованого вимірювання необхідно застосувати такі правила:

1. Якщо результат вимірювання представляється сумою або різницею двох і більше вимірних величин

$$q = x + \dots + z - (u + \dots + w),$$

похибки $\Delta x, \dots, \Delta w$ незалежні і випадкові, то абсолютна похибка результату може бути визначена за формулою

$$\Delta q = \sqrt{(\Delta x)^2 + \dots + (\Delta z)^2 + (\Delta u)^2 + \dots + (\Delta w)^2}.$$

Якщо похибки аргументів корельовані, значення Δq може перевищувати отримане за попередньою формулою, але завжди буде задовольняти умову

$$\Delta q \leq \Delta x + \dots + \Delta z + \Delta u + \dots + \Delta w.$$

2. Якщо кінцевий результат вимірювання представляється добутком або часткою двох і більше вимірних значень

$$q = \frac{x \cdot \dots \cdot z}{u \cdot \dots \cdot w},$$

похибки $\delta x, \dots, \delta w$ незалежні і випадкові, то відносна похибка результату опосередкованого вимірювання визначається так:

$$\delta q = \sqrt{(\delta x)^2 + \dots + (\delta z)^2 + (\delta u)^2 + \dots + (\delta w)^2}.$$

3. Якщо результат опосередкованого вимірювання є функцією однієї величини $q = f(x)$, то похибка результату визначається так:

$$\Delta q = \left| \frac{dq}{dx} \right| \Delta x.$$

4. У загальному випадку похибка функції декількох величин $q = f(x, y, \dots, w)$, похибки яких незалежні і випадкові, визначається так:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial w} \Delta w\right)^2},$$

але сумарна похибка ніколи не перевищить значення

$$\Delta q \leq \left|\frac{\partial q}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial q}{\partial y}\right| \Delta y + \dots + \left|\frac{\partial q}{\partial w}\right| \Delta w.$$

Приклад. Обробка даних вимірювання струму та напруги в електричному колі.

Вихідні дані (результати експерименту) наведені в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Вимірювання напруги U та струму I для різних режимів роботи схеми

Номер досліду	U, В	I, А
1	2	0,21
2	4	0,39
3	6	0,62
4	8	0,82
5	10	1,05

Кроки в *Excel*:

1. Створити таблицю. Увести дані у стовпці (U та I).
2. Обчислити додаткові величини: додати стовпець для опору $R = U/I$.

Використати формулу *Excel*

$$=A2/B2,$$

де А – стовпець з U;

В – стовпець з I.

3. Обчислити середнє значення та відхилення. Для стовпця R використати
 $=AVERAGE(C2:C6)$ – середній опір,
 $=STDEV(C2:C6)$ – стандартне відхилення.

4. Побудувати графік залежності. Для цього виділити стовпці U та I. Вставити точкову діаграму (XY Scatter). Додати лінію тренду (Trendline) → лінійну регресію. У параметрах тренду вибрати опцію «Показати рівняння на діаграмі» та «Показати значення R^2 ».

5. Результати.

Потрібно отримати графік залежності струму від напруги ($I = f(U)$). *Excel* автоматично підбирає рівняння регресії, наприклад:

$$I = 0,104 \cdot U + 0,01.$$

Значення коефіцієнта детермінації $R^2 \approx 0,998$ показує високу точність апроксимації. Середній опір $R_{\text{ср}} = 9,7 \Omega$ зі стандартним відхиленням $\sim 0,4 \Omega$.

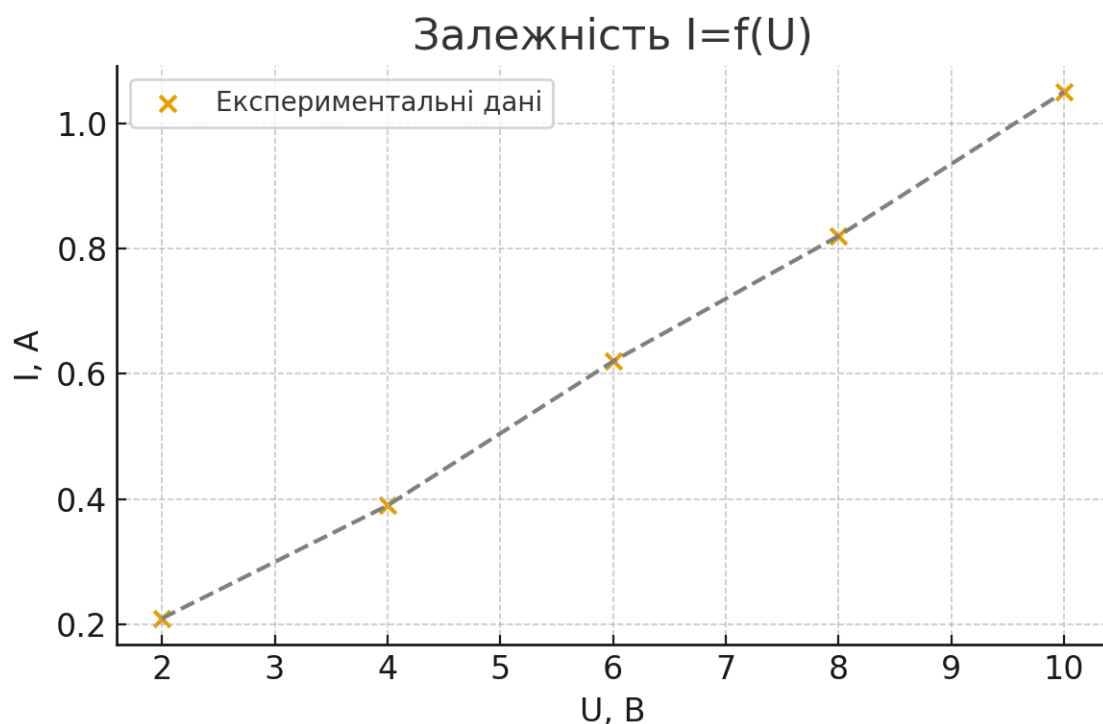


Рисунок 4.1 – Графік залежності

Контрольні запитання

1. Охарактеризуйте спосіб представлення результату опосередкованого вимірювання з однократними спостереженнями.
2. Опишіть методику оцінки похибки результату опосередкованого вимірювання у випадку лінійної залежності при малій ($m < 5$) кількості аргументів.
3. Опишіть методику оцінки похибки результату опосередкованого вимірювання у випадку лінійної залежності при великій ($m > 5$) кількості аргументів.
4. Опишіть методику оцінки похибки результату у випадку лінійної залежності, коли задані довірчі границі похибок.
5. Опишіть методику оцінки похибки результату у випадку, коли задані довірчі границі і параметри систематичних і випадкових похибок.
6. Опишіть методику оцінки похибки результату опосередкованого вимірювання у випадку наявності нелінійної залежності.
7. Опишіть методику оцінки похибки результату опосередкованого вимірювання у випадку наявності лінійної залежності типу $y = c \prod_{j=1}^m x_j^{b_j}$.
8. Представте алгоритм обробки результатів опосередкованих вимірювань з багатократними спостереженнями.

9. Представте алгоритм розрахунку довірчих границь у випадку наявності лінійної і нелінійної залежностей вимірюваної величини і аргументів.
10. Опишіть методику оцінки невиключених систематичних похибок результату опосередкованих вимірювань з багатократними спостереженнями.
11. Надайте загальну характеристику методу приведення і методу перебору.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 5

Планування експерименту при відшукуванні екстремальної області

Теми для самостійного опрацювання

1. Метод Гауса – Зейделя.
2. Градієнтний метод відшукування області екстремуму.
3. Метод крутого сходження.
4. Врахування методів обробки результатів експерименту для керування науковими проєктами і оцінювання їх результатів.
5. Планування та організація наукового експерименту у сфері енергетики.

Мета роботи: навчитися розробляти план наукового експерименту та визначати етапи його виконання.

Очікувані результати: навчитися складати алгоритм дослідження, сформулювати набір критеріїв оцінки результатів, обрати обладнання.

Завдання 5.1

1. Сформулювати проблему та наукові гіпотези.
2. Розробити експериментальний план (змінні, контроль, повтори).
3. Підібрати і аргументувати обладнання та методи вимірювань.
4. Провести експеримент, зібрати дані відповідно до протоколу.
5. Обробити дані (статистика, графіки, похибки).
6. Інтерпретувати результати та зробити висновки щодо гіпотез.
7. Підготувати звіт та презентацію з рекомендаціями.

Дано: 8 вимірювань деякої величини, тобто статистичний ряд даних. Необхідно проаналізувати, яку формулу використати для подальшого розрахунку та визначити два параметри рівняння.

3	6	9	12	15	18	21	24
57,6	41,9	31,0	22,7	16,6	12,2	8,9	6,5

Порядок розрахунку. Для заданої умови аналіз кривої в прямокутних координатах дає змогу застосувати формулу $y = a \cdot e^{-bx}$.

Після вирівнювання графіка кривої наступним етапом є введення змінних X та Y :

$$Y = \lg y, X = x / 2,303.$$

$$\text{Тоді } Y = A + BX,$$

де $A = \lg a$, $B = b$.

Оскільки потрібно визначити два параметри, то всі вимірювання необхідно поділити на дві групи за чотирма вимірами і записати їх. Порахувати суму цих рівнянь, скласти за групами, в кінці вийде система двох рівнянь із двома невідомими A і B . Записати вигляд остаточного рівняння.

Контрольні запитання

1. У чому полягає суть завдання відшукування екстремальної області в експериментальних дослідженнях?
2. Які типи екстремумів можуть визначатися під час експерименту (максимум, мінімум, умовний екстремум)?
3. Які вимоги висуваються до вибору факторів і діапазонів їх варіювання при пошуку екстремальної області?
4. Чому на початковому етапі пошуку екстремуму доцільно застосовувати лінійні або спрощені математичні моделі?
5. У чому полягає метод покрокового (градієнтного) наближення до екстремальної області?
6. Яку роль відіграє матриця планування експерименту на етапі пошуку напряму найшвидшого зростання (або спаду) відгуку?
7. Як оцінюється досягнення екстремальної області за результатами експериментальних даних?
8. Які особливості планування експерименту необхідно враховувати при дослідженні світлодіодних джерел світла (теплові ефекти, нелінійність характеристик)?
9. Як впливають похибки вимірювань і випадкові завади на точність визначення екстремальної області?
10. Які критерії дозволяють зробити висновок про доцільність переходу від пошуку екстремальної області до її уточнення?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 6

Дисперсійний аналіз при екстремальних дослідженнях

Теми для самостійного опрацювання:

1. Вихідні припущення дисперсійного аналізу.
2. Обмеження повністю рандомізованого експерименту.
3. Рандомізоване блочне планування.
4. Застосування результатів аналізу дослідження для подальшої публікації їх у наукових фахових виданнях.

Мета роботи: навчитися застосовувати методи дисперсійного аналізу (ANOVA) для виявлення статистично значущих відмінностей між групами даних у вибраній експериментальній системі. Особливу увагу приділити оцінці факторів, що впливають на варіацію досліджуваних параметрів, визначенню їх внеску в загальну дисперсію та побудові обґрунтованої математичної моделі, що дозволить не лише підвищити точність інтерпретації експериментальних результатів, але й сформулювати базу для подальших прикладних досліджень у сфері технічних та природничих наук.

Очікувані результати: набути навичок розроблення методології застосування дисперсійного аналізу для дослідження експериментальних даних в обраній науковій галузі, а також навчитися визначати ключові фактори, що зумовлюють варіацію показників, та надавати кількісну оцінку їх внеску; готувати матеріали для публікації в наукових фахових виданнях, включно з представленням таблиць результатів, графічних інтерпретацій та статистичних висновків.

Дано статистичний ряд даних:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	11	14	16	21	26	27	32	34	41

Необхідно знайти рівняння прямолінійної регресії та оцінити щільність зв'язків і ступінь їх вірогідності. Розрахунок наведено в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Розрахунок в табличній формі

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	x^2	y^2	$x \cdot y$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	-4,5	-15	20,25	225	1	64	8	67,5
2	11	-3,5	-12	12,25	144	4	121	22	42,0
3	14	-2,5	-9	6,25	81	9	196	42	22,5

Продовження таблиці 6.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	16	-1,5	- 7	2,25	49	16	256	64	10,5
5	21	-0,5	- 2	0,25	4	25	441	105	1,0
6	26	0,5	+3	0,25	9	36	676	156	1,5
7	27	1,5	+4	2,25	16	49	729	189	6,0
8	32	2,5	+9	6,25	81	64	1024	256	22,5
9	34	3,5	+11	12,25	121	81	1156	306	31,5
10	41	4,5	+18	20,25	324	100	1681	410	81,0
55	230	—	—	82,50	1054	585	6344	1558	256,0

Контрольні запитання

1. Яка перша і найважливіша дія при плануванні експерименту для пошуку екстремуму:

- а) обрати дорогі прилади;
- б) сформулювати чітку мету та критерій оптимальності;
- в) збільшити розмір вибірки до максимуму;
- г) виконати випадкові вимірювання по всьому діапазону;
- д) одразу проводити кінцеві тести на виробництві?

2. Що потрібно віднести до незалежних змінних при пошуку екстремальної області:

- а) параметри, які вимірюються як результат;
- б) фактори, які експериментатор може змінювати і контролювати;
- в) помилки приладів;
- г) оцінку якості експерименту;
- д) кількість повторів?

3. Який метод експериментального планування найбільше підходить для грубого виявлення області, де може розміщуватися екстремум:

- а) повний факторний план великої розмірності;
- б) план центрального композиту;
- в) метод випадкового блукання;
- г) початковий факторіальний або дробовий факторіальний план;
- д) лінійна регресія без експериментальних даних?

4. Для уточнення положення екстремуму після виявлення грубої області зазвичай застосовують:

- а) тільки візуальний огляд даних;
- б) Response Surface Methodology (RSM) або план центрального композиту;
- в) зменшення кількості вимірів до одного;
- г) тестування випадкових точок поза інтервалом;
- д) застосування тільки нелінійної регресії без плану.

5. Яке правило допомагає уникнути локальних екстремумів при пошуку глобального оптимуму експериментально:

- а) починати з одного стартового значення;
- б) використовувати кілька стартових точок або різні початкові плани;
- в) виключити випадковість із експерименту;
- г) зменшити кількість факторів до одного;
- д) обмежитись вимірюваннями лише в центрі діапазону?

6. Чому важливо визначити обмеження на параметри ще на етапі планування:

- а) щоб зменшити кількість графіків;
- б) тому що обмеження не впливають на оптимум;
- в) щоб уникнути небезпечних або технічно неможливих режимів і звужити область пошуку;
- г) щоб мати привід не досліджувати критичні точки;
- д) щоб підвищити похибки вимірювань?

7. Який підхід робить план експерименту більш економним при великій кількості факторів:

- а) повний факторний план при великій кількості факторів;
- б) використання дробових факторіальних планів або методів;
- в) проведення тільки одного повтору на точку;
- г) ігнорування взаємодій між факторами;
- д) застосування ручного перебору всіх комбінацій?

8. Який критерій зупинки експериментальної програми при уточненні екстремуму є адекватним:

- а) коли закінчиться бюджет;
- б) коли оцінка похибки стає малою і зміни в метриці оптимальності при нових вимірах менші за поріг;
- в) коли закінчаться прилади;
- г) коли пройшла задана кількість днів;
- д) коли всі точки в межах початкового плану випробувані?

9. Який метод аналізу зазвичай використовують для виявлення напрямку найбільшого зростання (градієнта) у багатовимірній задачі оптимізації на основі експериментальних даних:

- а) метод найменших квадратів для лінійної моделі;
- б) оцінка локальної похідної / градієнта через регресійну модель;
- в) просте усереднення всіх результатів;
- г) тільки візуальна інтерпретація графіків;
- д) винятково використання скриптів машинного навчання без моделі?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 7

Оцінка загальної дисперсії

Теми для самостійного опрацювання

1. Модель однофакторного дисперсійного аналізу.
2. Оцінка ефекту, який вноситься кожним рівнянням досліджуваного фактора.
3. Оцінка загальної дисперсії і її складових.
4. Етичні стандарти у проведенні наукових досліджень.

Мета роботи: комплексна оцінка загальної дисперсії експериментальних даних із застосуванням сучасних статистичних методів, зокрема дисперсійного аналізу, для виявлення факторів, що впливають на варіативність результатів. Паралельно передбачається аналіз та інтеграція етичних стандартів у проведення наукових досліджень для забезпечення вірогідності, прозорості та відтворюваності наукових висновків.

Очікувані результати: комплексна оцінка загальної дисперсії експериментальних даних із застосуванням сучасних статистичних методів, зокрема дисперсійного аналізу, для виявлення факторів, що впливають на варіативність результатів, а також аналіз та інтеграція етичних стандартів у проведення наукових досліджень для забезпечення вірогідності, прозорості та відтворюваності наукових висновків.

У результаті обстеження продуктивності устаткування у кількості 62 з різним строком експлуатації встановлено таке (табл. 7.1).

Таблиця 7.1 – Умови завдання

Строк експлуатації устаткування, роки	Кількість устаткування	Виробництво електротехнічних компонентів за зміну в розрахунку на одну лінію, штук
До 7	10	110
7–14	15	96
14–20	25	70
20 і більше	12	66
Загалом	62	82

Загальна дисперсія продуктивності устаткування становить 470. Визначте міжгрупову дисперсію та кореляційне відношення, поясніть його зміст. Перевірте істотність зв'язку з імовірністю 0,95.

Для розрахунку використати рівняння знаходження факторної дисперсії результативної ознаки та загальної дисперсії результативної ознаки, які обчислюються формулами (або задані в умові):

$$\delta_y^2 = \frac{1}{n}(a \sum y + b \sum xy) - (\bar{y})^2,$$

$$\sigma_y^2 = (\bar{y}^2) - (\bar{y})^2 = \frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2.$$

Для нашого випадку скористуємось формулою

$$\delta^2 = \frac{\sum_1^m (\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum_1^m f_i}.$$

З метою з'ясування кількості зв'язку між факторною та результативною ознаками використовується кореляційне відношення

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}, \quad (7.1)$$

яке змінюється у межах від 0 до 1.

Якщо $\eta^2 = 0$, ($\delta^2 = 0$), факторна ознака не впливає на результат.

Якщо $\eta^2 = 1$, ($\delta^2 = \sigma^2$), між факторною та результативною ознаками існує функціональний зв'язок.

Для одержання висновків про практичну значущість кореляційного відношення використовують шкалу Чедока (табл. 7.2).

Таблиця 7.2 – Шкала Чедока

Рівень щільності зв'язку, η^2	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	0,9–1,0
Характеристика щільності зв'язку, мовна, якісна	Слабка	Помірна	Помірна	Висока	Дуже висока

Контрольні запитання

1. Що таке загальна дисперсія у вибірці?
2. Який існує зв'язок між загальною, факторною та залишковою дисперсіями у дисперсійному аналізі?
3. Який існує зв'язок між загальною, факторною та залишковою дисперсіями у дисперсійному аналізі?
4. Як збільшення обсягу вибірки впливає на точність оцінки дисперсії?
5. Що показує високе значення дисперсії у вибірці результатів експерименту?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 8

Статистичне дослідження факторних залежностей у виробничих системах.
Дотримання вимог академічної доброчесності при проведенні наукових досліджень

Теми для самостійного опрацювання

1. Розробка та реалізація інноваційного проєкту в електричній інженерії.
2. Відповідальність науковця за вірогідність результатів дослідження
3. Роль академічної культури в університетському середовищі.
4. Міжнародні стандарти академічної доброчесності.
5. Застосування програмних засобів для перевірки академічних текстів.

Мета роботи: навчитися правильно оформляти наукові тексти відповідно до вимог; проводити статистичний аналіз.

Очікувані результати: навчитися робити посилання на джерела, складати список літератури, дотримуватися правил цитування й академічного письма.

Завдання 8.1

За даними спостереження окупність витрат на радіоприлади залежить від строку освоєння їх виробництва. Необхідні дані зведено в таблицю 8.1. На підставі цих даних необхідно зробити такі розрахунки:

- 1) визначити функцію, яка описує залежність між окупністю витрат та строком освоєння виробництва, обчислити параметри рівняння, оцінити їх зміст;
- 2) за допомогою коефіцієнта детермінації оцінити щільність зв'язку між ознаками;
- 3) перевірити істотність зв'язку з імовірністю 0,95.

Таблиця 8.1 – Умова для розрахунку

Номер продукції, п	Строк освоєння, роки х	Окупність витрат, тис. гр. од., у
1	5	10,2
2	4	7,5
3	7	13,9
4	10	12,8
5	1	0,6
6	2	2,8
7	8	13,2
8	12	10,1
9	3	5,4
10	6	12,7
Разом	58	89,2

Для аналізу залежності окупності витрат на радіоприлади від строку освоєння їх виробництва використовуються експериментальні та статистичні методи обробки даних. На основі табличних значень визначається характер зв'язку між тривалістю освоєння виробництва та показниками економічної ефективності. Отримані результати дозволяють оцінити доцільність оптимізації строків освоєння з метою зменшення періоду окупності витрат.

Для зручності розв'язання необхідно побудувати допоміжну таблицю (табл. 8.2).

Таблиця 8.2 – Оформлення результатів

Номер продукції, п	Строк освоєння, роки х	Окупність витрат, тис. гр. од., у	х·у	х ²	у ²
1	5	10,2			
2	4	7,5			
3	7	13,9			
4	10	12,8			
5	1	0,6			
6	2	2,8			
7	8	13,2			
8	12	10,1			
9	3	5,4			
10	6	12,7			
Разом	58	89,2			

Завдання 8.2

Розглядається приклад експериментального інженерного дослідження (вимірювання технічних, фізичних або світлотехнічних параметрів). Необхідно проаналізувати процес планування експерименту, проведення вимірювань, обробки результатів та підготовки наукового звіту з позицій академічної доброчесності.

Необхідно:

1. Визначити можливі ризики порушення академічної доброчесності на етапах планування експерименту, збору експериментальних даних та їх обробки.
2. Навести приклади недоброчесних дій в інженерних дослідженнях (фабрикація або вибіркове використання даних, некоректне подання результатів, відсутність посилань на джерела методик).
3. Запропонувати заходи забезпечення академічної доброчесності під час проведення вимірювань та статистичної обробки результатів.
4. Сформулювати короткі правила коректного представлення експериментальних результатів у звіті або науковій публікації.

Контрольні запитання

1. Що означає поняття «академічна доброчесність» у контексті наукових досліджень і чому воно є важливим для наукової спільноти?
2. Які основні види порушень академічної доброчесності здебільшого трапляються в науковій діяльності?
3. Як забезпечити вірогідність та відтворюваність результатів під час проведення експериментальних досліджень?
4. У чому полягає етична відповідальність дослідника щодо використання чужих ідей, даних і публікацій?
5. Які заходи можуть допомогти запобігти плагіату, фабрикації та фальсифікації результатів у науковій роботі?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Thiel D. V. Research Methods for Engineers [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://eprints.itn.ac.id/13571/1/Methods-for-engineers.pdf>, free (date of the application: 27.10.2025). – Header from the screen.
2. RESEARCH METHODOLOGIES IN ENGINEERING SCIENCES: A CRITICAL ANALYSIS / C. H. G. Paniura, M. A. T. Y. Esquivel, D. R. H. Tiza et al. // International Journal of Bridge Engineering. – № 13 (1). – 2025. – P. 37–52. – DOI: <https://doi.org/10.31181/oresta/060109>.
3. Основи теорії планування експерименту [Електрон. ресурс] : лабораторний практикум / П. Лежнюк, О. Рубаненко, Ю. Лук'яненко. – Електрон. текст. дані. – Вінниця : ВНТУ, 2006. – 167 с. – Режим доступу: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2024/LAN/Lezhniuk_2006_167.pdf, вільний (дата звернення: 15.11.2025). – Назва з екрана.
4. Методологічні основи планування експерименту [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: https://univer.nuczu.edu.ua/tmp_metod/3352/Metodologichni_osnovi_planuvannya_eksperimentu.pdf /, вільний (дата звернення: 13.01.2025). – Назва з екрана.
5. Леві Л. І. Навчальний посібник до лабораторних та практичних занять з дисципліни «Експериментальні методи досліджень» [Електрон. ресурс] / Л. І. Леві, С. Г. Кислиця. – Електрон. текст. дані. – Полтава : НУ «Полтавська політехніка», 2025. – 100 с. – Режим доступу: [https://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PoltNTU/18492/1/%D0%95%D0%9C%D0%B4_%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D1%87_%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1%D0%BD_%D0%9B%D1%94%D0%B2%D1%96_%D0%9A%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B8%D1%86%D1%8F.pdf\(eNUPPIR\)](https://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PoltNTU/18492/1/%D0%95%D0%9C%D0%B4_%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D1%87_%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1%D0%BD_%D0%9B%D1%94%D0%B2%D1%96_%D0%9A%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B8%D1%86%D1%8F.pdf(eNUPPIR)), вільний (дата звернення: 13.10.2025). – Назва з екрана.
6. Гасюк І. М. Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту [Електрон. ресурс] / І. М. Гасюк, Л. С. Кайкан. – Електрон. текст. дані. – Івано-Франківськ : Прикарпатський нац. ун-т, 2011. – 159 с. – Режим доступу: https://chtyvo.org.ua/authors/Hasiuk_Ivan/Statystychni_metody_obrobky_r_ezultativ_fizychnoho_eksperymentu.pdf, вільний (дата звернення: 11.11.2025). – Назва з екрана.
7. Тютюник В. В. Експеримент: планування та обробка результатів експерименту у сфері цивільного захисту [Електрон. ресурс] / В. В. Тютюник, М. В. Кустов, О. О. Тютюник. – Електрон. текст. дані. – Харків : НУЦЗУ, 2023. – 308 с. – Режим доступу: <https://repositsc.nuczu.edu.ua/bitstream/123456789/20578/1/%D0%9F%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20-%D0%95%D0%BA%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BC>

[%D0%B5%D0%BD%D1%82%20-%202023.pdf](#), вільний (дата звернення: 15.10.2025). – Назва з екрана.

8. Maussion P. Design of Experiments in electrical engineering: Applications in control and modeling [Electronic resource] / Maussion P. – Electronic text data. – Regime of access: https://www.researchgate.net/publication/317639911_Design_of_Experiments_in_electrical_engineering_Applications_in_control_and_modeling, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

9. “AIMS Electronics and Electrical Engineering”. AIMS Press [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://www.aimspress.com/journal/electreng>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

10. Дистанційний курс «ПЛАНУВАННЯ І ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ» [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://dl.kname.edu.ua/course/view.php?id=897>, вільний (дата звернення: 01.09.2025). – Назва з екрана.

11. Electrical Engineering (journal). Springer [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://link.springer.com/journal/202>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

12. Open Engineering (Central European Journal of Engineering). De Gruyter [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <http://www.degruyter.com/view/j/eng>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

13. Open Access in Engineering. Open-access. network, 2025 [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://open-access.network/en/information/subject-specific-open-access/engineering>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

14. Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. TÜBİTAK [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://journals.tubitak.gov.tr/elektrik/>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

15. Electrical Engineering Open Access Journals. Opastpublishers.com [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://www.opastpublishers.com/open-access-journals/electricalengineering-open-access-2613opastpublishers.com>, free (date of the application: 27.12.2025). – Header from the screen.

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації
до проведення практичних робіт та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ПЛАНУВАННЯ І ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ»

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
зі спеціальності G3 – Електрична інженерія)*

Укладачі: **НАЗАРЕНКО** Леонід Андрійович,
КОЛЕСНИК Анастасія Ігорівна

Відповідальний за випуск *В. А. Герасименко*
Редактор *О. А. Норик*
Комп'ютерне верстання *А. І. Колесник, Т. П. Воробйова*

План 2023, поз. 203М

Підп. до друку 30.03.2026. Формат 60 × 84/16.

Ум. друк. арк. 2,3.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.