

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

для організації самостійної роботи та виконання
розрахунково-графічних робіт
із навчальної дисципліни

**«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ
В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ»**

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної та заочної
форм навчання зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій,
освітньо-професійна програма «Землеустрій та кадастр»)*

**Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025**

Методичні рекомендації до організації самостійної роботи та виконання розрахунково-графічних робіт із навчальної дисципліни «Математичні методи і моделі в системі використання земель» (для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій, освітньо-професійна програма «Землеустрій та кадастр») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : К. А. Мамонов, В. В. Гой, Р. С. В'яткін, І. Ю. Бурвіков. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 35 с.

Укладачі: д-р екон. наук, проф. К. А. Мамонов,
канд. екон. наук, асист. В. В. Гой,
д-р філософії, доц. Р. С. В'яткін
аспірант І. Ю. Бурвіков

Рецензент

М. О. Пілічева, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри земельного адміністрування та геоінформаційних систем Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою земельного адміністрування та геоінформаційних систем, протокол № 18 від 8 травня 2025 року

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Методичні рекомендації до організації самотійної роботи.....	6
<i>Завдання до самотійної роботи № 1</i>	14
<i>Завдання до самотійної роботи № 2</i>	15
<i>Завдання до самотійної роботи № 3</i>	16
2 Методичні рекомендації та індивідуальні завдання до виконання розрахунково-графічної роботи.....	18
2.1 Характеристика завдання та звіту з розрахунково-графічної роботи.....	18
2.2 Порядок виконання завдання	18
2.2.1 Встановлення кореляційної залежності.....	18
2.2.2 Встановлення ступеня впливу чинників на результуючий показник.....	22
2.2.3. Розроблення математичних моделей. Визначення критеріїв адекватності	24
3 Індивідуальні завдання.....	29
3.1 Варіанти вихідних даних.....	29
Висновки.....	31
Список рекомендованих джерел.....	32

ВСТУП

Розвиток сучасної системи використання земель, формування та перманентні трансформації землеустрою і кадастру, рух до європейських практик потребують переосмислення підходів до забезпечення практичної складової підготовки магістрів зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій». Для зростання ефективності діяльності у сфері землекористування необхідно підвищити якість і повноту кількісної основи прийняття обґрунтованих рішень. У цьому контексті важливого значення набуває інструментарій математичного моделювання, який визначається відповідними методами і моделями. Таким чином, представлена методична розробка є важливим елементом у комплексній підготовці магістрів зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій, освітня програма «Землеустрій та кадастр».

У методичних рекомендаціях до організації самостійної роботи для кожної теми зазначено обсяг витрати часу на вивчення, що відповідає програмі курсу. Наприкінці методичних рекомендацій наведено список основних і додаткових підручників, які рекомендовано використовувати. Кожна тема супроводжується посиланнями на відповідні сторінки підручників. Після вивчення теоретичного матеріалу потрібно надати відповіді на контрольні запитання з теми, а також вирішити завдання, запропоновані для самостійного опрацювання.

Під час вивчення дисципліни студент має виконати розрахунково-графічну роботу, спрямовану на застосування математичних методів і моделей для оцінювання рівня ефективності використання земель територіальних громад регіонів. На виконання розрахунково-графічної роботи відведено 30 годин.

Розрахунково-графічна робота спрямована на набуття практичних навичок відносно формування кількісної основи прийняття рішень у сфері використання земель для забезпечення землеустрою та кадастру шляхом застосування сучасних математичних методів і моделей. Це відповідає меті вивчення дисципліни «Математичні методи і моделі в системі використання земель» – ознайомлення здобувачів з математичними методами і моделями та застосуванням їх для розв’язання завдань щодо формування кількісної основи прийняття рішень у сфері використання земель. Розрахунково-графічна робота складається із 21 кроку, де виконуються дії, спрямовані на встановлення кореляційної залежності, визначення ступеня впливу чинників на результуючий показник, розроблення математичних моделей і визначення критеріїв адекватності.

Методичні рекомендації допоможуть студентам під час формування рекомендацій щодо підвищення ефективності використання земель на підставі сформованого кількісного підґрунтя із застосуванням інструментарію математичного моделювання.

Для виконання розрахунково-графічної роботи визначені вимоги, які полягають в оформленні роботи у вигляді пояснювальної записки на аркушах А4 відповідно до кроків, які представлені в розділі «Порядок виконання завдання» методичних рекомендацій. Розрахунково-графічна робота виконується самостійно студентом відповідно до варіантів вихідних даних (розділ 3). Студент повинен виконати розрахунково-графічну роботу до останнього практичного заняття і переслати в електронному вигляді викладачеві (у групу Teams або в дистанційний курс). Позитивні результати виконання розрахунково-графічної роботи є обов'язковим елементом для складання іспиту з дисципліни «Математичні методи і моделі в системі використання земель».

Напрями, особливості та практика застосування математичних методів і моделей представлена в розробках [1–25].

1 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Змістовий модуль 1 Напрями та особливості математичного моделювання в системі використання земель

Тема 1 ПРЕДМЕТ ТА ЗАВДАННЯ КУРСУ «МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ» (3 години)

Концептуальні підходи до застосування математичних методів і моделей в системі використання земель.

Мета, предмет і завдання курсу, актуальність застосування математичних методів і моделей.

Основні поняття теорії і методів математичного моделювання.

Література: [22, с. 9–25, 23, с. 8–14, 24, с. 4–10, 65–68, 25, с. 8–32].

Контрольні запитання

1. Визначення математичних моделей: теоретичні положення.
2. Характеристика математичних методів і моделей.
3. Особливості застосування математичних методів і моделей у системі використання земель.
4. Сучасні аспекти застосування математичних методів і моделей.
5. Характеристика понятійного апарату математичного моделювання.

Тема 2 ВИДИ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ, ЩО ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (5 годин)

Характеристика видів математичних методів і моделей у системі використання земель.

Напрями та принципи оптимізаційного моделювання в проєктах просторового планування використання земель.

Література: [22, с. 25–31, 23, с. 15–17].

Контрольні запитання

1. Види та напрями застосування математичних методів і моделей у системі використання земель.

2. Характеристика інструментарію оптимізаційного моделювання для забезпечення просторового планування використання земель.

3. Класифікаційні характеристики математичних методів і моделей, що застосовуються для використання земель.

Тема 3 ВИОКРЕМЛЕННЯ ТА МЕТОДИ ОЦІНКИ ЧИННИКІВ, ЩО ВПЛИВАЮТЬ НА ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (6 годин)

Напрями, ознаки та характеристики за якими відбувається виокремлення чинників, що впливають на використання земель.

Аналітичні й експертні методи оцінки показників використання земель.

Багаторівнева система показників використання земель.

Література: [3, 6–7, 9–11, 17, 22, с. 31–43, 23, с. 17–19].

Контрольні запитання

1. Ознаки та характеристики виокремлення чинників, що впливають на використання земель.

2. Напрями виокремлення чинників використання земель.

3. Побудова багаторівневої системи показників використання земель.

4. Методи оцінки показників використання земель.

5. Характеристика аналітичного методу оцінки показників використання земель.

6. Напрями та особливості застосування експертних методів оцінки показників використання земель.

7. Системна і інтегральна моделі оцінки показників використання земель.

Тема 4 НАПРЯМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (5 годин)

Визначення напрямів математичного моделювання в системі використання земель.

Аналіз нормативно-правового забезпечення використання земель регіонів.

Визначення земель як теоретична основа для формування інформаційно-аналітичного забезпечення.

Формування інформаційно-аналітичного забезпечення на основі відбору чинників використання земель.

Література: [16, 18–21, 22, с. 44–57, 23, с. 20–36].

Контрольні запитання

1. Характеристика напрямів здійснення математичного моделювання показників використання земель.
2. Систематизація нормативно-правового забезпечення використання земель.
3. Особливості формування інформаційно-аналітичного забезпечення показників використання земель.
4. Характеристика Інтернет-ресурсів для формування інформаційно-аналітичного забезпечення показників використання земель.
5. Застосування штучного інтелекту для формування інформаційно-аналітичного забезпечення показників використання земель.

Тема 5 КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (6 годин)

Визначення напрямів здійснення комплексного аналізу використання земель.

Методи і моделі здійснення комплексного аналізу. Шкала обґрунтування результатів застосування комплексного аналізу використання земель.

Література: [22, с. 57–64, 23, с. 37–43].

Контрольні запитання

1. Характеристика напрямів здійснення комплексного аналізу використання земель.
2. Формування шкали для оцінки показників використання земель. Аналіз існуючих шкал оцінки.
3. Особливості застосування комплексного аналізу для оцінки показників використання земель.
4. Інтерпретація отриманих результатів оцінки.

Змістовий модуль 2 Застосування математичних методів і моделей в системі використання земель

Тема 6 НАПРЯМИ ТА ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНКИ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (2 години)

Напрями оцінки вагових коефіцієнтів із застосування методу аналізу ієрархій.

Особливості оцінки вагових коефіцієнтів для комплексного аналізу використання земель.

Література: [8, 22, с. 65–74, 23, с. 44–45].

Контрольні запитання

1. Характеристика методу аналізу ієрархій для оцінки вагових коефіцієнтів.
2. Особливості формування експертної групи для застосування методу аналізу ієрархій.
3. Визначення вагових коефіцієнтів та інтерпретація отриманих результатів.
4. Особливості застосування вагових коефіцієнтів для комплексного аналізу використання земель.

Тема 7 КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ У СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (4 години)

Характеристика та інструментарій кореляційно-регресійного аналізу.

Визначені напрями та особливості побудови лінійних парних кореляційно-регресійних моделей.

Література: [22, с. 74–79, 23, с. 45–49, 24, с. 69–76, 25, с. 386–412].

Контрольні запитання

1. Особливості формування інформаційно-аналітичного забезпечення для здійснення кореляційно-регресійного аналізу.
2. Напрями здійснення кореляційно-регресійного аналізу для моделювання показників використання земель.

3. Види та побудова математичних моделей впливу показників використання земель.

4. Особливості побудови лінійних парних кореляційно-регресійних моделей.

5. Критерії, що визначають вплив показників використання земель у лінійних парних кореляційно-регресійних моделях.

Тема 8 ЛІНІЙНІ БАГАТОФАКТОРНІ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ (4 години)

Напрями розробки лінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

Особливості розробки лінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

Література: [22, с. 79–85, 23, с. 49–52, 24, с. 69–76, 25, с. 415–448].

Контрольні запитання

1. Особливості розробки лінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

2. Інтерпретація результатів побудови лінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

3. Особливості застосування лінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей у системі використання земель.

Тема 9 КРИТЕРІЇ АДЕКВАТНОСТІ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ (3 години)

Критерії, що характеризують ступінь впливу чинників використання земель.

Критерії, що визначають вірогідність та значущість встановлених зв'язків у математичній моделі.

Критерії перевірки на гомо- або гетероскедастичність за Дарбіном – Уотсоном.

Перевірка на мультиколінеарність.

Література: [12, 22, с. 85–91, 23, с. 51–54, 25, с. 436–448].

Контрольні запитання

1. Обґрунтування рівня впливу чинників використання земель за коефіцієнтами кореляції та детермінації.
2. Характеристика моделей визначення впливу чинників використання земель.
3. Напрями та особливості застосування моделей оцінки F-критерію Фішера та t-критерію Стюдента.
4. Характеристика методів і моделей перевірки на гомо- або гетероскедастичність за Дарбіном – Уотсоном.
5. Визначення методів зменшення рівня мультиколінеарності.
6. Особливості застосування спеціальних програмних комплексів для оцінки критеріїв адекватності.

Тема 10 НЕЛІНІЙНІ БАГАТОФАКТОРНІ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ (4 години)

Напрями розробки нелінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

Особливості застосування нелінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

Література: [22, с. 91–94, 23, с. 54–63, 24, с. 91–99, 25, с. 525–534].

Контрольні запитання

1. Характеристика методів побудови нелінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.
2. Обґрунтування причинно-наслідкових зв'язків чинників використання земель із застосуванням нелінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.
3. Визначення критеріїв адекватності нелінійних багатофакторних кореляційно-регресійних моделей.

Тема 11 ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НА ОСНОВІ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ (4 години)

Формування результатів математичного моделювання із застосуванням інструментарію кореляційно-регресійного аналізу.

Розробка рекомендацій на основі результатів математичного моделювання.

Література: [22, с. 95–105, 23, с. 63–68].

Контрольні запитання

1. Визначення особливостей інтерпретації отриманих результатів математичного моделювання показників використання земель.
2. Виявлення напрямів зростання показників використання земель за результатами математичного моделювання.
3. Характеристика заходів підвищення ефективності використання земель.
4. Визначення інструментів підвищення ефективності використання земель.

Змістовий модуль 3 Формування кількісної основи прийняття рішень у системі використання земель на основі результатів математичного моделювання

Тема 12 ТИПОВІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ, ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ (2 години)

Концептуальні аспекти оптимізаційного моделювання. Ретроспективний аналіз.

Типові оптимізаційні задачі.

Класифікація оптимізаційних задач.

Література: [22, с. 106–115, 23, с. 69–77].

Контрольні запитання

1. Особливості здійснення оптимізаційного моделювання.
2. Застосування результатів ретроспективного аналізу.
3. Особливості розв'язання оптимізаційних задач та можливості їх застосування для напрямів використання земель.

Тема 13. ЛІНІЙНІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ (6 годин)

Задача лінійного програмування та методи її розв'язання в системі використання земель.

Аналіз лінійних моделей оптимізаційних задач.

Література: [22, с.116–122, 23, с. 77–81, 25, с. 47–97].

Контрольні запитання

1. Особливості реалізації задач лінійного програмування.
2. Визначення напрямів застосування лінійних моделей оптимізаційних задач у системі використання земель.
3. Інтерпретація отриманих результатів за результатами розв'язання задач лінійного програмування.

Тема 14 НЕЛІНІЙНІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ (6 годин)

Основні поняття, пов'язані з нелінійними зв'язками в системі використання земель.

Методи розв'язання задач нелінійного програмування.

Література: [1, с. 123–133, 2, с. 83–88, 25, с. 186–211].

Контрольні запитання

1. Характеристика нелінійних оптимізаційних задач.
2. Особливості розв'язання нелінійних оптимізаційних задач у системі використання земель.
3. Інтерпретація отриманих результатів на основі нелінійних оптимізаційних задач для вирішення проблемних аспектів використання земель.

Тема 15 ОСОБЛИВОСТІ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ НА РЕГІОНАЛЬНОМУ ТА РІВНІ ТЕРИТОРІАЛЬНИХ ГРОМАД (5 годин)

Особливості реалізації комплексного аналізу в системі використання земель на рівні територіальних громад.

Напрями та особливості здійснення комплексного аналізу в системі використання земель на регіональному рівні.

Література: [4, 13–14, 22, с. 133–162, 23, с. 88–90].

Контрольні запитання

1. Напрями та особливості реалізації результатів комплексного аналізу для використання земель на регіональному рівні.

2. Особливості реалізації результатів комплексного аналізу для використання земель територіальних громад.
3. Визначення моніторингових процедур на основі результатів комплексного аналізу.
4. Особливості застосування геоінформаційних систем для забезпечення ефективності використання земель.

Тема 16 НАПРЯМИ ТА ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ КІЛЬКІСНОЇ ОСНОВИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ НА ОСНОВІ РЕЗУЛЬТАТІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ (6 годин)

Прогнозування показників використання земель як підґрунтя для формування кількісної основи прийняття рішень.

Визначення «точок зростання» інтегрального показника.

Розроблення заходів підвищення ефективності використання земель

Література: [5, 15, 22, с. 162–171, 23, с. 93–95].

Контрольні запитання

1. Методи і моделі прогнозування показників використання земель як підґрунтя для формування кількісної основи прийняття рішень.
2. Особливості моделювання прогнозних змін показників використання земель.
3. Застосування програмних комплексів для моделювання прогнозних змін показників використання земель.
4. Обґрунтування напрямів розробки організаційно-просторового інструментарію для підвищення ефективності використання земель.

Завдання до самостійної роботи № 1 ВСТАНОВЛЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МІЖ ФАКТОРАМИ, ЩО ВПЛИВАЮТЬ НА ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ

Мета: засвоїти методику визначення щільності взаємозв'язку між факторами, що впливають на використання земель.

У наукових дослідженнях, що стосуються землеустрою та кадастру, зазвичай виникає потреба у виявленні статистичних залежностей між різними кількісними показниками. Один із базових методів такого аналізу –

кореляційний аналіз. Він дозволяє визначити, чи існує взаємозв'язок між двома змінними, і наскільки сильним є цей зв'язок. У сфері землекористування це можуть бути, наприклад, залежності між щільністю забудови та рівнем надходжень до місцевих бюджетів, між площею орних земель і продуктивністю сільськогосподарського виробництва, між кадастровою вартістю і фактичною ринковою ціною земельних ділянок.

Кореляційний аналіз є не лише засобом кількісної оцінки зв'язків між змінними, але й основою для подальшого математичного моделювання. Його результати дозволяють визначити потенційно значущі змінні для побудови регресійних моделей або багатofакторного аналізу. Застосування цього методу у процесі наукових досліджень дозволяє ухвалювати обґрунтовані рішення щодо раціонального землекористування, планування територій та оцінки ефективності управлінських дій.

Метою цього завдання є оволодіння методикою обчислення коефіцієнтів кореляції, інтерпретація їх значень та виявлення статистично значущих залежностей між показниками, що характеризують процеси у сфері землеустрою та кадастру.

Зміст завдання.

Встановіть кореляційні залежності за даними, поданими в таблицях 3.1 і 3.2. Для цього:

- розрахуйте коефіцієнти кореляції (лінійної та рангової);
- розробіть графічне зображення залежностей (кореляційні поля);
- зробіть висновок щодо сили й напрямку зв'язку;
- оцініть статистичну значущість отриманих коефіцієнтів.

Отримані результати викладіть у формі звіту.

Завдання до самостійної роботи № 2

ВСТАНОВЛЕННЯ СТУПЕНЯ ВПЛИВУ ЧИННИКІВ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ ТЕРИТОРІАЛЬНИХ ГРОМАД НА РЕЗУЛЬТУЮЧИЙ ПОКАЗНИК

Мета: навчитися оцінювати значущість окремих показників для управлінських рішень у землекористуванні.

У процесі управління земельними ресурсами територіальні громади зіштовхуються з необхідністю аналізу впливу численних чинників на ефективність землекористування. До таких факторів належать рівень нормативної грошової оцінки, інтенсивність використання земель сільськогосподарського призначення, наявність кадастрових реєстрацій,

розвиток інфраструктури, правовий режим ділянок та інші. Встановлення ступеня їхнього впливу дозволяє не лише краще зрозуміти природу земельних процесів, але й сформуванню обґрунтовану стратегію використання земель.

Методи аналізу впливу передбачають кількісну оцінку участі окремих змінних у формуванні цільового (результуючого) показника. Для цього використовуються такі інструменти, як коефіцієнти детермінації, парна та множинна регресія, факторний аналіз. Отримані результати дозволяють виявити найвагоміші фактори, побудувати систему пріоритетів і розробити рекомендації для прийняття управлінських рішень у сфері земельних відносин.

Завдання зорієнтоване на розвиток навичок виявлення ключових факторів, які визначають ефективність використання земель громади, та оцінку ступеня їх впливу за допомогою статистичних методів. Такий підхід сприяє розвитку аналітичного мислення та розумінню взаємозв'язку між політикою землекористування та фактичними результатами.

Зміст завдання.

Встановіть ступені впливу чинників використання земель територіальних громад на результуючий показник. Для цього:

- сформууйте матриці вхідних факторів;
- побудуйте моделі множинної регресії;
- оцініть часткові коефіцієнти впливу;
- перевірте гіпотези про значущість кожного чинника;
- обґрунтуйте висновки щодо релевантності змінних.

Отримані результати викладіть у формі звіту.

Завдання до самостійної роботи № 3

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ВИЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЇВ ЇХ АДЕКВАТНОСТІ

Мета: сформувати навички побудови моделей і перевірки їхньої придатності до практичного застосування.

Математичне моделювання є одним із ключових інструментів для аналізу та прогнозування процесів у сфері землеустрою і кадастру. Завдяки побудові моделей можна описати складні закономірності, що виникають у земельному адмініструванні, здійснити кількісну оцінку впливу різноманітних чинників і передбачити динаміку розвитку територій. При цьому важливим етапом моделювання є не лише побудова формули, що відображає залежність між змінними, але й перевірка адекватності моделі.

Адекватність математичної моделі означає, що вона достатньо точно відображає реальні процеси, на підставі яких була побудована. Для цього використовуються різні критерії, зокрема коефіцієнт детермінації (R^2), середньоквадратична похибка, тест Фішера, критерії Дарбіна – Ватсона тощо. Надмірне спрощення моделі або включення випадкових факторів може призвести до невірогідних результатів, тому важливо вміти оцінювати якість моделі та зробити висновки щодо її застосування.

Це завдання спрямоване на розвиток навичок побудови моделей, перевірки їх статистичної надійності, а також інтерпретації результатів з урахуванням прикладних задач землеустрою та кадастрової аналітики. Опанування цих підходів дозволяє готувати обґрунтовані прогнози і приймати науково виважені управлінські рішення у сфері земельних ресурсів.

Зміст завдання.

Розробіть математичну модель та визначіть критерії її адекватності. Для цього:

- побудуйте математичну модель у вигляді рівняння регресії;
- визначте величини стандартних похибок;
- обчисліть коефіцієнт детермінації (R^2);
- проведіть аналіз залишків;
- здійсніть перевірку моделі за критеріями Фішера та Стюдента.

Отримані результати викладіть у формі звіту.

2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

2.1 Характеристика завдання та звіту з розрахунково-графічної роботи

Завдання до розрахунково-графічної роботи полягає у здійсненні математичного моделювання рівня використання земель територіальних громад регіонів. Для вирішення визначеного завдання здійснюється відбір даних для моделювання, які характеризуються як чинники рівня використання земель територіальних громад. Вихідні дані представлені у розділі 3 цих методичних рекомендацій. Для виконання завдань розрахунково-графічної роботи застосовуються методи й моделі встановлення кореляційної залежності, визначення ступеня впливу незалежних змінних на результуючий критерій. Особливе значення має розроблення математичної моделі й визначення критеріїв адекватності. У результаті виконання роботи встановлені причинно-наслідкові зв'язки між чинниками рівня використання територіальних громад, що дозволяє здійснити їх інтерпретацію і запропонувати рекомендації для підвищення ефективності землекористування.

2.2 Порядок виконання завдання

2.2.1 Встановлення кореляційної залежності

Питання для розгляду:

1. Назвіть основні принципи при побудові математичних моделей.
2. Визначте основні напрями побудови кореляційної матриці.
3. Які показники характеризують варіацію кореляційної залежності.
4. Що визначають поля кореляції і як вони розробляються.
5. Охарактеризуйте помилки першого роду й поясніть, як їх виявляють.
6. Обґрунтуйте напрями виявлення помилок другого роду і поясніть, як їх визначають.

Крок 1. Постановка задачі включає:

– вибір змінних і їх операційних характеристик (у прикладі – I_{zt} (індекс забудови територій на регіональному рівні), I_{nz} (індекс просторового забезпечення земель на регіональному рівні), I_{mrg} (індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні) для складання рівняння регресії щодо варіанта завдання;

– теоретичне обґрунтування наявності й математичної форми кореляційної залежності індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад (залежна змінна) на регіональному рівні від обох факторів (незалежні чинники).

Крок 2. Матриця статистики складається за вихідними даними щодо варіанта завдання, які становлять числові значення показників використання земель за 24-ма регіонами. Наприклад, для представленого варіанта матриця статистики має вигляд, наведений у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Матриця статистики

Регіони	I_{mrg}	I_{zm}	I_{nz}
Вінницький			
Волинський			
...			
Чернігівський			

Матриця статистики характеризується такими чинниками:

- мірністю, тобто кількістю змінних ($m + 1$);
- обсягом вибірки, тобто кількістю об'єктів спостереження (n);
- обсягом матриці $(m + 1) \times n$.

Крок 3. Показники варіації змінних розраховують за моделями (наприклад, для змінної I_{trg}):

- середня арифметична:

$$I_{trg} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} I_{trg} i; \quad (2.1)$$

- абсолютний розмах варіації:

$$R_{I_{trg}} = I_{trg} max - I_{trg} min; \quad (2.2)$$

- відносний розмах варіації:

$$i_{I_{trg}} = \frac{I_{trg} max}{I_{trg} min}; \quad (2.3)$$

- дисперсія (середній квадрат відхилення):

$$D_{I_{trg}} = \overline{I_{trg}^2} - \overline{I_{trg}} \cdot 2; \quad (2.4)$$

- середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_{I_{trg}} = \sqrt{D_{I_{trg}}}; \quad (2.5)$$

- коефіцієнт варіації:

$$v_{I_{trg}} = \frac{\sigma_{I_{trg}}}{I_{trg}}. \quad (2.6)$$

Розрахунок показників варіації змінних рекомендується внести до таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Результати розрахунку показників варіації (для варіанта $I_{\text{тр}} = f(I_{\text{зт}}, I_{\text{пз}})$)

Регіони	$I_{\text{тр}}$	$I_{\text{зт}}$	$I_{\text{пз}}$	$I_{\text{тр}}^2$	$I_{\text{зт}}^2$	$I_{\text{пз}}^2$
Вінницький						
Волинський						
...						
Чернігівський						
Сума	$\sum I_{\text{тр}}$	$\sum I_{\text{зт}}$	$\sum I_{\text{пз}}$	$\sum I_{\text{тр}}^2$	$\sum I_{\text{зт}}^2$	$\sum I_{\text{пз}}^2$
Середнє	$\overline{I_{\text{тр}}}$	$\overline{I_{\text{зт}}}$	$\overline{I_{\text{пз}}}$	$\overline{I_{\text{тр}}^2}$	$\overline{I_{\text{зт}}^2}$	$\overline{I_{\text{пз}}^2}$
Абсолютний розмах варіації	$R_{I_{\text{тр}}}$	$R_{I_{\text{зт}}}$	$R_{I_{\text{пз}}}$			
Відносний розмах варіації	$i_{I_{\text{тр}}}$	$i_{I_{\text{зт}}}$	$i_{I_{\text{пз}}}$			
Квадрат середнього	$(\overline{I_{\text{тр}}})^2$	$(\overline{I_{\text{зт}}})^2$	$(\overline{I_{\text{пз}}})^2$			
Дисперсія	$D_{I_{\text{тр}}}$	$D_{I_{\text{зт}}}$	$D_{I_{\text{пз}}}$			
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma_{I_{\text{тр}}}$	$\sigma_{I_{\text{зт}}}$	$\sigma_{I_{\text{пз}}}$			
Коефіцієнт варіації	$\nu_{I_{\text{тр}}}$	$\nu_{I_{\text{зт}}}$	$\nu_{I_{\text{пз}}}$			

Крок 4. Поля кореляції (графічні зображення залежності) будують за матрицею статистики (табл. 2.1) у табличному процесорі MS Excel. Масштаб зображення за осями координат вибирають таким, щоб поле кореляції виглядало «стоячим», якщо $i_{I_{\text{тр}}} > i_{I_{\text{зт}}}$; $i_{I_{\text{пз}}}$, «лежачим», якщо $i_{I_{\text{тр}}} < i_{I_{\text{зт}}}$; $i_{I_{\text{пз}}}$ або квадратним, якщо $i_{I_{\text{тр}}} \cong i_{I_{\text{зт}}}$; $i_{I_{\text{пз}}}$.

Розмітка координаційної сітки диктується мінімальними і максимальними значеннями змінних, тому площа полів повинна використовуватися повністю. На «міліметрівці» має залишатися вільне місце з усіх боків, бо до полів кореляції треба звертатися багаторазово для виконання на них розрахункових операцій і графічних побудов під час виконання кроків 5, 8, 9, 19, 23.

Аналіз полів кореляції проводять з метою визначення за графічними критеріями такої інформації:

- наявності кореляційних залежностей;
- напрямку й математичної форми залежностей;
- кількісної однорідності об'єктів спостереження, зокрема, наявності аномальних об'єктів.

Крок 5. Аномальні об'єкти спостережень, тобто об'єкти, що «випадають» із вибіркової сукупності на полях кореляції, визначаються так:

– на поле кореляції накладають прямокутний шаблон двовірного розсіювання з центром у точці $\overline{I_{\text{трг}}}$, $\overline{I_{\text{зт}}}$; $\overline{I_{\text{пз}}}$ і напівсторонами $t\sigma_{I_{\text{трг}}}$ і $t\sigma_{I_{\text{зт}}}$; $t\sigma_{I_{\text{пз}}}$, де t – коефіцієнти довіри. Коефіцієнт довіри t беруть за таблицею t -розподілу Ст'юдента залежно від кількості об'єктів спостереження і бажаної імовірності. За умови, що $n = 15$, $P = 0,95$ і $t = 1,76$, об'єкти спостереження, що розміщуються на полі кореляції за межами прямокутного шаблону двовірного розсіювання, вважають аномальними 1-го роду;

– на поле кореляції наносять «коридор регресії». Його вісь – це діагональ прямокутного шаблону розсіювання, навколо якої розташовані точки поля кореляції (додатна або від'ємна), а напівширина – це величина, що визначається залежно від бажаної імовірності й щільності полів кореляції за моделлю:

$$z = tq\sigma_{I_{\text{трг}}}, \quad (2.7)$$

де t – коефіцієнт довіри за таблицею нормального розподілу (якщо $P = 0,95$, то $t = 1,96$);

q – коефіцієнт щільності поля кореляції, який приймається за такою шкалою:

дуже щільне	0,53
щільне	0,72
середньої щільності	0,80
«пухке»	0,87
дуже «пухке»	0,92

Об'єкти спостереження, що розміщуються за межами «коридору регресії», вважають аномальними 2-го роду.

Крок 6. Для прийняття рішень щодо аномальних об'єктів спостереження складають зведення аномальних об'єктів (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Зведення аномальних об'єктів спостереження, од.

Номер аномального об'єкта	1-го роду		2-го роду		Рішення
	$I_{\text{зт}}$	$I_{\text{пз}}$	$I_{\text{зт}}$	$I_{\text{пз}}$	
5	-	+	-	-	залишається у матриці
13	+	-	+	+	вилучається з матриці

У таблицю 2.3 заносять всі аномальні об'єкти, виявлені на полях кореляції $I_{\text{трг}} \leftarrow I_{\text{зт}}$ і $I_{\text{трг}} \leftarrow I_{\text{пз}}$ за критеріями випадіння за межі прямокутника двовірного розсіювання (1-й ряд) і «коридору регресії» (2-й ряд). Рішення приймають за більшості знаків «+» (випадіння) або «-» (невипадіння). Якщо кількість знаків

«+» і «-» однакова, рішення приймають з урахуванням більшої значущості випадінь 2-го роду.

Крок 7. Вилучення з матриці аномальних об'єктів спричиняє необхідність коригування показників варіації змінних (див. крок 3). Для цього з таблиці 2.2 вилучають відповідні рядки і перераховують всі показники, починаючи з рядка «Сума».

2.2.2 Встановлення ступеня впливу чинників на результуючий показник

Питання для розгляду:

1. Характеристика коефіцієнтів кореляції та детермінації.
2. Оцінка коефіцієнтів кореляції та детермінації.
3. Суть мультиколінеарності, її оцінка.
4. Визначення та особливості оцінки коефіцієнту множинної кореляції.

Крок 8. Для розрахунку коефіцієнтів кореляції необхідно попередньо виконати розрахунок середніх добуток змінних (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Розрахунок середніх добуток змінних

Регіони	$I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{зт}}$	$I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{пз}}$	$I_{\text{зт}} \cdot I_{\text{пз}}$
Вінницький			
Волинський			
...			
Чернігівський			
Сума	$\sum I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{зт}}$	$\sum I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{пз}}$	$\sum I_{\text{зт}} \cdot I_{\text{пз}}$
Середній добуток	$\overline{I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{зт}}}$	$\overline{I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{пз}}}$	$\overline{I_{\text{зт}} \cdot I_{\text{пз}}}$

Після цього виконати розрахунок коефіцієнтів кореляції за такими моделями:

$$\left. \begin{aligned} r_{\text{трг} \text{ зт}} &= \frac{(\overline{I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{зт}}} - \overline{I_{\text{трг}}} \cdot \overline{I_{\text{зт}}})}{\sqrt{(\overline{I_{\text{трг}}^2} - \overline{I_{\text{трг}}}^2)(\overline{I_{\text{зт}}^2} - \overline{I_{\text{зт}}}^2)}} \\ r_{\text{трг} \text{ пз}} &= \frac{(\overline{I_{\text{трг}} \cdot I_{\text{пз}}} - \overline{I_{\text{трг}}} \cdot \overline{I_{\text{пз}}})}{\sqrt{(\overline{I_{\text{трг}}^2} - \overline{I_{\text{трг}}}^2)(\overline{I_{\text{пз}}^2} - \overline{I_{\text{пз}}}^2)}} \\ r_{\text{зт} \text{ пз}} &= \frac{(\overline{I_{\text{зт}} \cdot I_{\text{пз}}} - \overline{I_{\text{зт}}} \cdot \overline{I_{\text{пз}}})}{\sqrt{(\overline{I_{\text{зт}}^2} - \overline{I_{\text{зт}}}^2)(\overline{I_{\text{пз}}^2} - \overline{I_{\text{пз}}}^2)}} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Коефіцієнти кореляції показують напрям і силу впливу факторів на результуючу складову («+» – додатний, «-» – від'ємний). Варто пам'ятати, що

$$r_{\text{трг} \text{ зт}; \text{пз}} \leq 1.$$

Крок 9. Наявність і сила мультиколінеарності факторів, тобто взаємозв'язку між ними оцінюється за повною матрицею коефіцієнтів кореляції:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} \\ r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & 1 & r_{\text{ІтрГ ІпЗ}} \\ r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} & r_{\text{ІтрГ ІпЗ}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

За наступною шкалою оцінок (за модулями коефіцієнтів кореляції для загального випадку $y = f(X_1, X_2)$) маємо:

$r_{12} = 0$ – кореляція відсутня;

$0 < r_{12} < r_{yxi_{\min}}$ – кореляція слабка;

$r_{yxi_{\min}} < r_{12} < r_{yxi_{\max}}$ – кореляція помірна;

$r_{yxi_{\min}} < r_{12} < 1$ – кореляція сильна;

$r_{12} > 1$ – абсолютна з двох факторів, один є зайвим.

Крок 10. β -коефіцієнти, які також визначають напрям і силу впливу факторів на індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні, розраховують за моделлю

$$\beta_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_0}, \quad (2.10)$$

де Δ_i – визначник (детермінант) матриці взаємної кореляції (мультиколінеарності) із заміною у ній i -го стовпця стовпцем коефіцієнтів кореляції $r_{\text{трГ ІЗТ; ІпЗ}}$.

$$\beta_{\text{ІЗТ}} = \frac{\begin{bmatrix} r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} & r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} \\ r_{\text{ІтрГ ІпЗ}} & 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} \\ r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & 1 \end{bmatrix}}. \quad (2.11)$$

Крок 11. Розрахування коефіцієнта множинної кореляції, необхідного для визначення сили впливу на обидва фактори разом, його розраховують за формулою Боярського

$$R_{\text{ІтрГ ІЗТ; ІпЗ}} = \sqrt{\frac{-1^n \Delta_*}{\Delta_0}}, \quad (2.12)$$

де n – порядок повної матриці коефіцієнтів кореляції;

Δ_* – визначник повної матриці коефіцієнтів кореляції із заміною нижнього правого елемента нулем.

У нашому прикладі формула Боярського має такий вигляд:

$$R_{\text{трГ ІЗТ; ІпЗ}} = \sqrt{\frac{-1^3 \begin{bmatrix} 1 & r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} \\ r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & 1 & r_{\text{ІтрГ ІпЗ}} \\ r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} & r_{\text{ІтрГ ІпЗ}} & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} \\ r_{\text{ІЗТ ІпЗ}} & 1 \end{bmatrix}}}. \quad (2.13)$$

З метою контролю правильності розрахунків рекомендується цей коефіцієнт також обчислювати за формулою

$$R_{\text{трГ ІЗТ; ІпЗ}} = \sqrt{\beta_{\text{ІЗТ}} r_{\text{ІтрГ ІЗТ}} + \beta_{\text{ІпЗ}} r_{\text{ІЗТ ІпЗ}}}. \quad (2.14)$$

Значення коефіцієнта повинні співпадати, розбіжність можлива лише в кілька тисячних або десятитисячних за рахунок округлення в розрахунках.

2.2.3 Розроблення математичних моделей. Визначення критеріїв адекватності

Питання для розгляду:

1. Обґрунтуйте напрями розроблення математичних моделей.
2. Охарактеризуйте метод «підстановок» при побудови математичних моделей.
3. Обґрунтуйте метод «вилучень» при побудові математичних моделей.
4. Охарактеризуйте парні моделі.
5. Визначте особливості розроблення багатфакторних математичних моделей.
6. Охарактеризуйте t-критерій Стюдента та F-критерій Фішера.
7. Інтерпретація отриманих результатів математичного моделювання: суть та особливості здійснення.

Крок 12. Оцінка сили впливу факторів на індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні за допомогою F-критерія Фішера з імовірністю 0,95:

$$F_i > 1,96,$$

де F_i – розрахункове значення, що визначається за моделлю

$$F_i = \sqrt{n} \lg \frac{1 + |r_{\text{ітрг ізтінз}}|}{1 - |r_{\text{ітрг ізтінз}}|}. \quad (2.15)$$

Якщо $F_i > 1,96$, то силу впливу X_i на індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні з імовірністю 0,95 визнають достатньою для подальшої участі X_i у процесі моделювання.

Крок 13. Оцінку незалежності (автономності) впливу факторів на індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні визначають за допомогою γ -критерія:

$$0 < \gamma_i < 1,$$

де γ_i – рівень автономності, що розраховують за моделлю

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{r_{\text{ітрг ізтінз}}}. \quad (2.16)$$

Якщо $\gamma_i > 0$, фактор X_i має певну автономність впливу на рентабельність; $\gamma_i = 0$ – автономності не має, і його вплив на рентабельність через мультиколінеарність виявляється завдяки іншим факторам; $\gamma_i < 0$ – у такому випадку i -й фактор вилучають з подальшого процесу розроблення рівняння регресії.

Крок 14. Значущість впливу факторів на рентабельність оцінюють на підставі коефіцієнтів множинної кореляції за ρ -критерієм:

$$\rho_i \geq 1,96,$$

де ρ_i визначають за формулою

$$\rho_i = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{\text{trgiztipz}}^2 - r_{\text{trgixi}}^2} \cdot (i, j=1,2; i \neq j). \quad (2.17)$$

Якщо $\rho_i \geq 1,96$, то з імовірністю 0,95 можна стверджувати, що вплив фактору X_i достатньо значущий, вагомий для включення його до рівняння регресії.

Крок 15. Для прийняття рішення щодо включення факторів у рівняння регресії складають зведення результатів, одержаних на кроках 12, 13 та 14 (табл. 2.5).

Таблиця 2.5 – Зведення оцінок сили, автономності й значущості впливу факторів, відн. од.

Фактори	F_i $F_i \geq 1,96$	γ_i $0 < \gamma_i < 1$	ρ_i $\rho_i \geq 1,96$	Рішення
$I_{\text{зт}}$				
$I_{\text{пз}}$				

Поради щодо прийняття рішень такі:

1. Якщо $\gamma_i < 0$, X_i вилучається з матриці (див. крок 13).

2. Значення F_i і ρ_i значно залежать від обсягу вибірки, тому рішення приймають з огляду на порушення вимоги $n/(m+1) \geq 8$. Отже, якщо критерії F_i і ρ_i виконуються не в повній мірі, обидва фактори треба включати до рівняння регресії.

Крок 16. Визначення t-критерію Стьюдента, Дарбіна – Уотсона, перевірка на гомо- або гетероскедастичність здійснюється із застосуванням програмного комплексу Statistica.

Крок 17. Для обґрунтування математичної форми рівняння регресії необхідно скористатися раніше сформульованими щодо цього висновками з теоретичного обґрунтування (див. крок 1), а також із візуального аналізу полів кореляції (див. крок 4). Ці джерела вибору математичної форми рівняння регресії (пряма, гіпербола, парабола тощо) достатньо надійні й ними можна обмежитися. Нарешті, не буде помилкою, якщо форма регресії буде прийнята лінійною, а модель рівняння регресії матиме такий вигляд (для нашого прикладу):

$$\widehat{I_{\text{trg}}} = a_0 + a_1 I_{\text{зт}} + a_2 I_{\text{пз}}, \quad (2.18)$$

де a_0, a_1, a_2 – коефіцієнти регресії, відн. од.

Коефіцієнт a_0 показує частину $I_{\text{трг}}$, що не залежить від факторів $I_{\text{зт}}$ і $I_{\text{пз}}$; a_1 визначає, на скільки відн. од. змінюється $I_{\text{трг}}$ за рахунок зміни $I_{\text{зт}}$; a_2 визначає зміну $I_{\text{трг}}$ у відн. од. при зміні $I_{\text{пз}}$ на одну відн. од.

Крок 18. Для розрахування коефіцієнтів регресії a_0, a_1, a_2 методом найменших квадратів потрібно скласти систему нормальних рівнянь і розв'язати її. У нашому прикладі в разі вибору лінійної форми регресії ця система має такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \sum I_{\text{трг}} &= na_0 + a_1 \sum I_{\text{зт}} + a_2 \sum I_{\text{пз}} \\ \sum I_{\text{трг}} I_{\text{зт}} &= a_0 \sum I_{\text{зт}} + a_1 \sum I_{\text{зт}}^2 + a_2 \sum I_{\text{зт}} I_{\text{пз}} \\ \sum I_{\text{трг}} I_{\text{пз}} &= a_0 \sum I_{\text{пз}} + a_1 \sum I_{\text{зт}} I_{\text{пз}} + a_2 \sum I_{\text{пз}}^2 \end{aligned} \right\}. \quad (2.19)$$

Для контролю правильності розрахунків коефіцієнтів регресії рекомендується варіант розрахунку їх через β -коефіцієнти, а саме:

$$a_i = \beta_i \frac{\sigma_{I_{\text{трг}}}}{\sigma_{x_i}}, \quad a_0 = \overline{I_{\text{трг}}} - \sum a_i \bar{X}_i. \quad (2.20)$$

Ця перевірка можлива за умови, що обидва фактори включені до рівняння регресії. Отже, модель рівняння регресії набуде певного вигляду.

Крок 19. Розрахування оцінок індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні за рівнянням регресії необхідне, по-перше, для контролю правильності розрахунку коефіцієнтів регресії і, по-друге, для визначення помилок апроксимації. Розрахунки потрібно внести в таблицю 2.6.

Таблиця 2.6 – Розрахування оцінок індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні, відн. од.

Регіони	$I_{\text{трг}j}$	Розрахування оцінок				Помилка апроксимації $I_{\text{трг}j} - \widehat{I_{\text{трг}j}}$	Те саме, %
		a_0	$a_1 I_{\text{зт}}$	$a_2 I_{\text{пз}}$	$\widehat{I_{\text{трг}j}}$		
Вінницький							
Волинський							
...							
Чернігівський							
Всього	$\sum I_{\text{трг}j}$	X	X	X	$\sum \widehat{I_{\text{трг}j}}$	0	X

Необхідною, хоча й недостатньою умовою правильності розрахування коефіцієнтів регресії є така умова:

$$\sum I_{\text{трг}j} = \sum \widehat{I_{\text{трг}j}}.$$

Крок 20. Розрахування кореляційного відношення проводять за моделлю

$$\eta = \sqrt{\frac{D_{\widehat{I_{\text{тр}}}}}{\overline{D_{I_{\text{тр}}}}}}, \quad (2.21)$$

де $D_{\widehat{I_{\text{тр}}}}$ – дисперсія оцінок індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні, яку розраховують так, як і дисперсію фактичних значень, за формулою

$$D_{\widehat{I_{\text{тр}}}} = \overline{\widehat{I_{\text{тр}}_j}^2} - \overline{\widehat{I_{\text{тр}}_j}}^2. \quad (2.22)$$

Потрібно пам'ятати, що оскільки $\sum \widehat{I_{\text{тр}}_j} = \sum I_{\text{тр}j}$, то $\overline{\widehat{I_{\text{тр}}_j}} = \overline{I_{\text{тр}j}}$. Для визначення середнього квадрата оцінок індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні треба скласти таблицю 2.7.

Таблиця 2.7 – Розрахування середнього квадрата оцінок індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні, відн. од.

Регіони	$\widehat{I_{\text{тр}}_j}$	$\widehat{I_{\text{тр}}_j}^2$
Вінницький		
Волинський		
...		
Чернігівський		
Сума	$\sum \widehat{I_{\text{тр}}_j}$	$\sum \widehat{I_{\text{тр}}_j}^2$
Середнє	$\overline{\widehat{I_{\text{тр}}_j}}$	$\overline{\widehat{I_{\text{тр}}_j}^2}$

Для контролю правильності визначення η потрібно керуватися таким:

– якщо обидва фактори залишилися у рівнянні регресії, то (див. крок 11)

$$\eta = R_{I_{\text{тр}}I_{\text{зт}}I_{\text{пз}}};$$

– якщо до рівняння регресії введено тільки один (і-й) фактор, то

$$\eta = r_{I_{\text{тр}}X_i}.$$

Крок 21. Розрахування помилки апроксимації включає:

– визначення середньої помилки апроксимації за моделлю

$$\bar{\varepsilon} = \sigma_{I_{\text{тр}}} \sqrt{1 - \eta^2}; \quad (2.23)$$

– визначення граничної помилки апроксимації з певною імовірністю її неперевищення. Якщо прийнятна імовірність 0,95, то гранична помилка така:

$$\Delta_{I_{\text{тр}}} = 1,96\bar{\varepsilon}. \quad (2.24)$$

Гранична помилка апроксимації є довірчою границею визначення $I_{\text{тр}} \text{ за рівнянням регресії } (P = 0,95):$

$$\widehat{I_{\text{тр}}} - \Delta_{I_{\text{тр}}} \leq I_{\text{тр}} \leq \widehat{I_{\text{тр}}} + \Delta_{I_{\text{тр}}}. \quad (2.25)$$

Бажано перевірити виконання цієї умови за даними таблиці 2.7.

Крок 22. Інтерпретація рівняння регресії повинна включати:

- операційні характеристики змінних (у нашому прикладі $I_{\text{зт}}$, $I_{\text{пз}}$, $I_{\text{тр}}$ – див. крок 1);

- розкриття змісту й одиниці виміру коефіцієнтів регресії a_0, a_1, a_2 – див. крок 16);

- те саме довірчої границі помилки апроксимації;

- оцінку якості отриманого рівняння регресії, у нашому прикладі

$$I_{\text{тр}} = a_0 + a_1 I_{\text{зт}} + a_2 I_{\text{пз}} \pm \Delta_{I_{\text{тр}}} \quad (P = 0,95).$$

У висновках бажано вказати, для яких цілей можна використовувати отримане рівняння регресії індексу територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні.

3 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

3.1 Варіанти вихідних даних

Для виконання розрахунково-графічного завдання студенту, відповідно до його номера в списку, призначаються незалежні чинники, залежною змінною приймаємо індекс територіального розвитку використання земель територіальних громад на регіональному рівні. Якщо номер у списку від 0 до 9, то перший чинник відповідає представленому номеру, другий дорівнює цьому номеру, скоригованому на +1. Якщо номер у списку від 10 до 30, то перша цифра – перша незалежна змінна, друга – відповідний наступний незалежний чинник. Номери 11 та 22 коригуються на крок +1 за другою цифрою списку.

Значення залежного і незалежних чинників для варіантів завдань подані в таблиці 3.1, перелік залежної і незалежних змінних – у таблиці 3.2.

Таблиця 3.1 – Значення залежного і незалежних чинників для варіантів завдань студентів, відн. од.

Регіони	$I_{\text{тр}}$	Варіанти								
		0	1	2	3	4	5	6	7	9
		$I_{\text{зт}}$	$I_{\text{гіс}}$	$I_{\text{фт}}$	$I_{\text{мз}}$	$I_{\text{пз}}$	$I_{\text{із}}$	$I_{\text{ез}}$	$I_{\text{кз}}$	$I_{\text{гз}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Вінницький	1,824	0,054	3,114	4,007	4,118	2,595	1,456	2,898	4,221	4,554
Волинський	1,819	0,042	3,001	4,229	4,12	2,592	1,27	2,976	3,807	3,998
Дніпропетровський	1,82	0,056	5,211	5,221	4,117	2,596	1,358	2,902	4,887	5,332
Донецький	1,819	0,059	0,9	0,901	4,115	2,596	1,407	2,819	0,409	0,507
Житомирський	1,821	0,041	3,225	4,001	4,122	2,592	1,432	2,86	3,907	4,002
Закарпатський	1,821	0,041	4,221	5,221	4,116	2,588	1,401	2,887	4,223	4,334
Запорізький	1,817	0,054	3,225	3,221	4,119	2,596	1,329	2,864	3,001	2,775
Івано-Франківський	1,824	0,052	4,557	4,443	4,12	2,59	1,4	2,948	4,775	4,778
Київський	1,815	0,059	6,336	6,443	4,12	2,593	1,326	2,814	5,443	5,887
Кропивницький	1,821	0,052	4,443	4,22	4,115	2,596	1,427	2,86	3,665	4,223
Луганський	1,82	0,051	0,09	0,12	4,115	2,595	1,488	2,781	0,012	0,03
Львівський	1,822	0,058	6,223	6,443	4,119	2,593	1,378	2,93	5,402	5,778
Миколаївський	1,819	0,052	4,021	4,338	4,128	2,596	1,38	2,847	3,387	3,211
Одеський	1,8	0,054	4,839	6,001	4,119	2,596	1,409	2,373	4,275	3,998
Полтавський	1,831	0,053	5,271	5,227	4,117	2,595	1,446	3,075	4,445	4,335
Рівненський	1,82	0,043	3,223	4,332	4,12	2,591	1,411	2,847	3,908	3,887
Сумський	1,806	0,051	4,227	3,221	4,128	2,595	1,399	2,526	3,998	3,998
Тернопільський	1,827	0,051	4,558	4,445	4,119	2,595	1,586	2,847	4,667	4,665
Харківський	1,824	0,056	5,001	3,998	4,117	2,596	1,409	2,951	3,998	3,776

Закінчення таблиці 3.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Херсонський	1,825	0,047	3,223	3,112	4,118	2,595	1,49	2,878	3,221	3,002
Хмельницький	1,819	0,049	4,775	4,213	4,118	2,595	1,387	2,85	4,332	4,332
Черкаський	1,818	0,049	4,448	4,245	4,119	2,594	1,388	2,831	4,379	4,112
Чернівецький	1,82	0,041	4,11	5,002	4,116	2,593	1,379	2,881	4,335	4,223
Чернігівський	1,825	0,045	3,779	4,554	4,121	2,594	1,458	2,898	3,775	3,998

Таблиця 3.2 Перелік залежної і незалежних змінних

Індекс	Назва змінних
Залежна змінна	
$I_{\text{тр}}$	– індекс територіального розвитку використання земель територіальних; – громад на регіональному рівні
Незалежні змінні	
$I_{\text{зт}}$	– індекс забудови територій регіонів;
$I_{\text{гіс}}$	– індекс геоінформаційного забезпечення регіонів;
$I_{\text{фт}}$	– індекс функціонального використання земель територіальних громад за регіонами;
$I_{\text{мз}}$	індекс містобудівного забезпечення використання земель територіальних громад за регіонами;
$I_{\text{пз}}$	– індекс просторового забезпечення використання земель територіальних громад за регіонами;
$I_{\text{із}}$	– індекс інвестиційного забезпечення використання земель територіальних громад за регіонами
$I_{\text{ез}}$	– індекс екологічного забезпечення використання земель територіальних громад за регіонами;
$I_{\text{кз}}$	– індекс картографічного забезпечення територій регіонів;
$I_{\text{гз}}$	– індекс геодезичного забезпечення територій регіонів

ВИСНОВКИ

У результаті розроблення методичного забезпечення для виконання розрахунково-графічного завдання для магістрів виокремлені напрями та вирішені проблемні застосування методів і моделей математичного моделювання у сфері землекористування територіальних громад. Це дозволяє студентами отримати практичні навички щодо формування кількісної основи прийняття рішень, враховуючи особливості землеустрою та кадастру.

У результаті математичного моделювання студент може сформулювати рекомендації для підвищення ефективності землекористування. Використання методичного забезпечення відносно покрокової реалізації розрахунково-графічного завдання дозволяє сформулювати кількісну основу для встановлення причинно-наслідкових зв'язків та прийняття обґрунтованих рішень у сфері землекористування територіальних громад. Представлений інструментарій враховує широке коло чинників, що впливають на рівень використання земель територіальних громад.

Магістри отримують універсальний інструментарій, який базується на методах і моделях математичного моделювання, що надає можливість розробити під час практичної діяльності механізми управління територіями, враховуючи вплив просторових, функціональних, містобудівних, інвестиційних, екологічних та інших чинників використання земель.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Канівець О. М. Дослідження впливу чинників регіонального розвитку на формування контингенту студентів / О. М. Канівець, К. А. Мамонов, Лю Чан ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023. – Вип. 175. – С. 94–98. – (Серія: Технічні науки та архітектура).
2. Рудень В. В. Методика проведення та оцінки результатів експертних оцінок (на прикладі впровадження системи моніторингу здоров'я населення на рівні первинної медико-санітарної допомоги) [Електрон. ресурс] / В. В. Рудень, Е. Г. Гутор // Український медичний часопис. – 2011. – № 2 (82). – III/IV. – С. 31–34. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: https://umj.com.ua/wp/wp-content/uploads/2011/02/82_31-34.pdf?upload=, вільний (дата звернення: 10.09.2025). – Назва з екрана.
3. Децентралізація [Електрон. ресурс] / Центральна виборча комісія. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://decentralization.gov.ua/gromada>, вільний (дата звернення: 10.09.2025). – Назва з екрана.
4. Канівець О. М. Формування моніторингу використання земель об'єднаних територіальних громад : дис. ... канд. техн. наук : 193 – геодезія та землеустрій / Канівець Олена Миколаївна ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків, 2023. – 243 с.
5. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування : навч. посіб. / Б. Є. Грабовецький. – Київ : Центр навч. літератури, 2003. – 188 с.
6. Давиденко Є. О. Формалізація процесу формування складу експертної групи для аналізу ризиків ІТ-проектів / Є. О. Давиденко // Вісник ХНТУ. – 2012. – № 1 (44). – С. 163–168.
7. Групове експертне оцінювання та компетентність експертів / О. М. Величко, Л. В. Коломієць, Т. Б. Гордієнко, А. Г. Шевцов, С. Р. Карпенко, А. А. Габер ; за заг. ред. О. М. Величка. – Одеса : ФОП Бондаренко М. О., 2015. – 286 с.
8. Реалізація методу аналізу ієрархій при прийнятті рішень [Електрон. ресурс] / Ю. О. Щипський, Ю. В. Діденко, О. П. Прозор, А. А. Яровий ; Вінниц. нац. техн. ун-т. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc20/paper/viewFile/10515/8787>, вільний (дата звернення: 10.09.2025). – Назва з екрана.
9. Basak I. Group decision making using the analytic hierarchy process / I. Basak, T. Saaty // Mathematical and Computer Modelling. – 1993. – Vol. 17. – № 4–5. – P. 101–109.

10. The Analytic Hierarchy Process: Structured Decisions. Decision Making for Better Decisions [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://www.expertchoice.com/ahp-software>, free (date of the application: 10.09.2025). – Header from the screen.
11. Li R. Ranking of Risks for Existing and New Building Works [Electronic resource] / R. Li, K. Chau, F. Zeng // Sustainability. – 2019. – Vol. 11 (10): 2863. – Electronic text data. – Regime of access: www.mdpi.com/journal/sustainability, free (date of the application: 10.09.2025). – Header from the screen. – DOI:10.3390/su11102863.
12. Фетісов В. С. Пакет статистичного аналізу даних STATISTICA : навч. посіб. / В. С. Фетісов – Ніжин : НДУ ім. М. Гоголя, 2018. – 114 с.
13. Величко В. А. Теоретико-методологічні засади формування та реалізації стейкхолдерно-орієнтованої стратегії управління будівельних підприємств : дис. ... д-ра екон. наук : 08.00.04 – економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності) / Величко Володимир Анатолійович ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків, 2022. – 644 с.
14. Багін М. Л. Забезпечення інвестиційної привабливості земель регіонів : дис. ... канд. техн. наук : 196 – геодезія та землеустрій / Багін Михайло Леонідович ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків, 2024. – 388 с.
15. Формування сценаріїв забезпечення територіального розвитку використання земель регіонів / К. А. Мамонов, В. С. Ковальчук, В. Р. Ткачук, Д. О. Ковальов // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – Т. 1. – Вип. 189. – С. 325–330. – DOI: 10.33042/2522-1809-2025-1-189-325-330.
16. Математичне моделювання як інструментарій, що застосовується для аналізу ринку нерухомості / К. А. Мамонов, В. В. Гой, Р. С. В'яткін, А. Г. Тіщенко // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – Т. 1. – Вип. 189. – С. 296–300. – (Серія: Геодезія та землеустрій). – DOI: 10.33042/2522-1809-2025-1-189-296-300.
17. Характеристика математичних методів і моделей для аналізу ринку нерухомості / К. А. Мамонов, В. В. Гой, Р. С. В'яткін, В. К. Мамонов // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – Т. 1. – Вип. 189. – С. 291–295. – (Серія: Геодезія та землеустрій). – DOI: 10.33042/2522-1809-2025-1-189-291-295.

18. Мамонов К. А. Математичне моделювання впливу рівня нормативної грошової оцінки земель на індекс змін показника відношення площі до чисельності населення за регіонами / К. А. Мамонов, В. В. Гой, Р. С. В'яткін // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – Т. 1. – Вип. 189. – С. 285–290. – (Серія: Геодезія та землеустрій). – DOI: 10.33042/2522-1809-2025-1-189-285-290.
19. Математичне моделювання чинників, що впливають на функціонування складних систем територіального розвитку використання земель регіонів / К. А. Мамонов, К. О. Метешкін, В. В. Гой, Р. С. В'яткін // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – Т. 6. – Вип. 187. – С. 180–184. – (Серія: Інженерні науки і архітектура). – DOI: 10.33042/2522-1809-2024-6-187-180-184.
20. Математичне моделювання чинників використання земель об'єктів природно-заповідного фонду регіонів / К. А. Мамонов, Р. С. В'яткін, Е. С. Штерндок, А. В. Штерндок // Комунальне господарство міст : наук.-техн. зб. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – Т. 1. – Вип. 182. – С. 132–136. – (Серія: Інженерні науки і архітектура). – DOI: <https://doi.org/10.33042/2522-1809-2024-1-182-132-136>.
21. Математичне моделювання показників геопросторового розвитку територіальних громад / К. А. Мамонов, М. О. Пілічева, В. О. Фролов, Р. С. В'яткін, О. Р. Войтенко // Український журнал прикладної економіки та техніки. – 2024. – Т. 9. – № 3. – С. 287–292. – DOI: <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2024-3-50>.
24. Білоцерківський О. Б. Економіко-математичне моделювання : текст лекцій / О. Б. Білоцерківський, Н. В. Ширяєва, О. О. Замула. – Харків : НТУ «ХП», 2010. – 108 с.
25. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / за ред. О. Т. Івашука. – Тернопіль : ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації
до організації самостійної роботи та виконання
розрахунково-графічних робіт
з навчальної дисципліни

**«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ
В СИСТЕМІ ВИКОРИСТАННЯ ЗЕМЕЛЬ»**

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної та заочної
форм навчання зі спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій,
освітньо-професійна програма «Землеустрій та кадастр»)*

Укладачі: **МАМОНОВ** Костянтин Анатолійович,
ГОЙ Василь Васильович,
В'ЯТКІН Роман Сергійович,
БУРВІКОВ Ігор Юрійович

Відповідальний за випуск *К. А. Мамонов*
Редактор *О. А. Норик*
Комп'ютерне верстання *В. В. Гой*

План 2025, поз. 527М

Підп. до друку 21.11.2025. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 2,1.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.