

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА



МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до виконання розрахунково-графічної роботи
з навчальної дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ. ЧАСТИНИ 1, 2»

за темами

**«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»,
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ»**

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
усіх форм навчання зі спеціальностей*

*141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка,
G3 Електрична інженерія, G4.03 Енерговиробництво
(Відновлювальні джерела енергії та гідроенергетика)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025

Методичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи з навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2» за темами «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги», «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», G3 Електрична інженерія, G4.03 Енерговиробництво (Відновлювальні джерела енергії та гідроенергетика)) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : Я. Б. Форкун, М. Л. Глебова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 97 с.

Укладачі: канд. техн. наук, доц. Я. Б. Форкун,
канд. техн. наук, доц. М. Л. Глебова

Рецензент

О. Б. Єгоров, кандидат технічних наук, доцент кафедри альтернативної електроенергетики та електротехніки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою альтернативної електроенергетики та електротехніки, протокол № 5 від 19 листопада 2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ПЕРША ЧАСТИНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ	
«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ».....	7
1.1 Мета роботи.....	7
1.2 Підготовка до роботи.....	7
1.3 Робоче завдання до першої частини РГР	7
1.4 Приклад розрахунку № 1.....	18
1.5 Приклад розрахунку № 2.....	32
1.6 Приклад розрахунку № 3.....	41
1.7 Приклад розрахунку № 4.....	49
Контрольні запитання.....	59
2 ДРУГА ЧАСТИНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ	
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ».....	60
2.1 Мета роботи.....	60
2.2 Підготовка до роботи.....	60
2.3 Робоче завдання до другої частини РГР	61
2.4 Приклад розрахунку № 1.....	69
2.5 Приклад розрахунку № 2.....	83
Контрольні запитання.....	93
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	94
ДОДАТОК А.....	95

ВСТУП

Підвищення якості підготовки молодих спеціалістів тісно пов'язане з розширенням та удосконаленням самостійної роботи студентів у період навчання.

Студенти усіх освітніх програм спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка протягом двох семестрів вивчають першу та другу частини дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2» (далі – ТОЕ), яка є обов'язковою для спеціальності. Для цієї дисципліни навчальними планами передбачено лекційні, лабораторні, практичні заняття, а також виконання розрахунково-графічної роботи (далі – РГР).

Розрахунково-графічна робота – один з основних видів самостійної роботи студентів при вивченні курсу ТОЕ. При вивченні другої частини дисципліни студенти виконують РГР за темами «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги. Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах». Для кращого засвоєння матеріалу РГР в цих методичних вказівках наведено приклади розрахунку.

Значну частину часу виконання РГР займають обчислення, які повинні бути проведені з високою точністю для забезпечення правильності подальших побудов (хвильових діаграм, графіків тощо). При цьому доцільно залучати нові технічні засоби, обчислювальну техніку, сучасні програми (MathCad Professional, MS Excel тощо), що широко застосовуються для інтенсифікації праці при проведенні технічних розрахунків.

Отримані під час виконання РГР навички стають основою подальшого вивчення інших електротехнічних дисциплін.

Варіант роботи визначається номером студента за списком в автоматизованій системі управління навчальним процесом МКР, номер схеми електричного кола (рисунки 1.1–1.36 – перша частина РГР, рисунки 2.1–2.36 – друга частина РГР) відповідає номеру варіанта. Вихідні дані для розрахунку залежать від номера групи та номера варіанту (див. таблиці 1.1 і 1.2 для першої

частини РГР і таблиці 2.1 та 2.2 для другої частини РГР). Номер групи викладач надає кожній групі потоку напочатку семестру.

Пояснювальна записка до кожної частини РГР має містити:

- титульний аркуш;
- вихідну схему, вихідні дані й робоче завдання для розрахунку відповідної частини РГР;
- розрахунок та графічну частину у відповідній робочому завданню послідовності до кожної частини РГР.

Кожен пункт розрахунку повинен починатися з нового аркуша.

Також можливе виконання звітів в електронному вигляді з обов'язковим дотриманням таких вимог:

- шрифт Times New Roman чорного кольору;
- розмір шрифту 14 пт;
- міжрядковий інтервал 1,5;
- формули розташовують посередині сторінки, після посилення на них у тексті та друкують із використанням редактора формул;
- пояснення до позначень і числових множників, якщо вони не були подані в тексті раніше, мають наводитися під формулою (рівнянням) тим самим шрифтом, накресленням і розміром, що й у формулі;
- пояснення до загальноприйнятих позначень у формулі (наприклад π) можна не подавати, а пояснення кожної позначки, що міститься у формулі, потрібно подавати з нового рядка через крапку з комою в тій послідовності, у якій їх наведено у формулі, перший рядок пояснення має починатися зі слова «де», без абзацного відступу та без двокрапки;
- графіки та діаграми повинні бути побудовані за допомогою графічних редакторів.

За умов дистанційного навчання пояснювальна записка до кожної частини РГР надсилаються викладачеві шляхом «прикріплення» в особистий чат у вигляді фото оформлених аркушів звітів, які за порядком поміщені у файл *doc (docx)*, якщо оформлення було не в електронному вигляді. У разі

оформлення звіту в електронному вигляді за вказаними вище правилами студент надсилає викладачеві файл звіту у форматі *doc* або *docx*.

За вказівкою викладача можливе завантаження пояснювальних записок кожної частини РГР в дистанційний курс дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частина 2» у віртуальному освітньому середовищі на платформі MOODLE ХНУМГ ім. О.М. Бекетова до блоку «Індивідуальне завдання – Розрахунково-графічна робота».

Приклади оформлення титульних аркушів наведено в додатку А.

До захисту розрахунково-графічної роботи допускається студент, який виконав і оформив звіт про роботу в повному обсязі. Під час захисту студент повинен розв'язати задачу за темою роботи і відповісти на контрольні запитання, перелік яких наведено наприкінці кожної частини РГР.

1 ПЕРША ЧАСТИНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ

1.1 Мета роботи

Метою виконання першої частини розрахунково-графічної роботи є:

- вивчити методику дослідження трифазних електричних кіл при живленні навантаження від трифазних симетричних негармонійних джерел напруги;
- оволодіти графоаналітичним методом розкладання в ряд Фур'є несинусоїдної періодичної кривої;
- навчитися визначати струми і напруги трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги і записувати їх миттєві значення у вигляді рядів Фур'є;
- навчитися знаходити потужності й коефіцієнти трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги.

1.2 Підготовка до роботи

Підготовка до роботи полягає в такому:

- накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис. 1.1–1.36);
- вказати додатні напрямки струмів віток кола;
- записати вихідні дані для розрахунку;
- накреслити несинусоїдну криву напруги за своїми вихідними даними (рис. 1.37–1.45) в збільшеному масштабі (бажано розміром аркуша формату А4).

1.3 Робоче завдання до першої частини РГР

Пункти робочого завдання:

- 1) розкласти несинусоїдну криву напруги в тригонометричний ряд Фур'є, обмежившись трьома гармоніками ($e_A(\omega t)$);

- 2) записати в полярній (показовій) формі комплекси амплітудних значень фазних ЕРС і лінійних напруг для кожної гармоніки;
- 3) провести розрахунок струмів усіх віток кола для окремих гармонік;
- 4) записати миттєві значення струмів усіх віток кола (ряди Фур'є);
- 5) знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними у вихідних даних відповідно до варіанта (u_{mn});
- 6) визначити діючі значення струмів усіх віток кола, фазних та лінійних напруг;
- 7) побудувати графік миттєвого значення напруги u_{mn} у функції часу (графіки двох чи трьох гармонійних складових і результуючу негармонійну криву);
- 8) знайти активну, реактивну і повну потужності трифазної системи (для варіантів з несиметричним навантаженням визначити тільки активну потужність);
- 9) визначити потужність викривлення і коефіцієнт викривлення для варіантів з симетричним навантаженням.

Приклади розрахунку (пункти 1.4, 1.5, 1.6 та 1.7) наведені нижче. Студент повинен вибрати той приклад розрахунку, розрахункова схема якого найбільш схожа на його власну розрахункову схему. Взагалі подано чотири приклади розрахунку:

- схема «зірка-зірка/трикутник» при симетричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.4);
- схема «зірка-зірка» при несиметричному навантаженні за відсутності нульового проводу (п. 1.5);
- схема «зірка-зірка» при симетричному навантаженні за наявності нульового проводу (п. 1.6);
- схема «зірка-трикутник» при симетричному навантаженні та втратах в лініях (п. 1.7).

Необхідно зосередити увагу на тому, що ряд Фур'є (його отримання) для кривої живильної напруги ніяк не пов'язаний з розрахунковою схемою.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Навчально-науковий інститут енергетичної інформаційної та транспортної інфраструктури													
	Номери груп													
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
E_{Am} , В	75	100	127	150	200	254	380	140	100	230	110	300	120	127
T , с	0,01	0,02	0,02	0,01	0,04	0,01	0,015	0,015	0,02	0,04	0,01	0,02	0,01	0,04
R , Ом	5	4,2	5	10	5	33	45	24	15	10	7	7	45	12
L , мГ	5	10	30	5	60	5	7,5	7,5	47,7	19,1	9,6	10	5	20
C , мкФ	25	50	50	25	100	25	37,5	37,5	212	710	88,5	50	25	100

6

Таблиця 1.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u_{mn}	U_{ab}	U_{aA}	U_{ae}	U_{bc}	U_{aO1}	U_{ba}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bc}	U_{ca}	U_{O1c}	U_{cb}
форма кривої e_A	1.38	1.43	1.39	1.40	1.41	1.44	1.45	1.43	1.44	1.38	1.41	1.40
Варіант	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
u_{mn}	U_{bB}	U_{Aa}	U_{cO1}	U_{O1b}	U_{bf}	U_{ac}	U_{cb}	U_{O1a}	U_{dC}	U_{ba}	U_{ac}	U_{O1b}
форма кривої e_A	1.45	1.40	1.43	1.44	1.39	1.37	1.45	1.38	1.39	1.38	1.41	1.43
Варіант	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
u_{mn}	U_{ba}	U_{cC}	U_{eC}	U_{aO1}	U_{O1a}	U_{cC}	U_{OO1}	U_{Cc}	U_{bO1}	U_{bB}	U_{dB}	U_{aO1}
форма кривої e_A	1.41	1.37	1.39	1.44	1.37	1.42	1.45	1.42	1.42	1.37	1.40	1.42

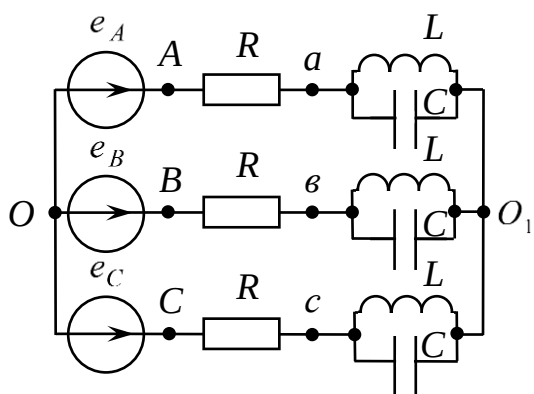


Рисунок 1.1 – Варіант 1

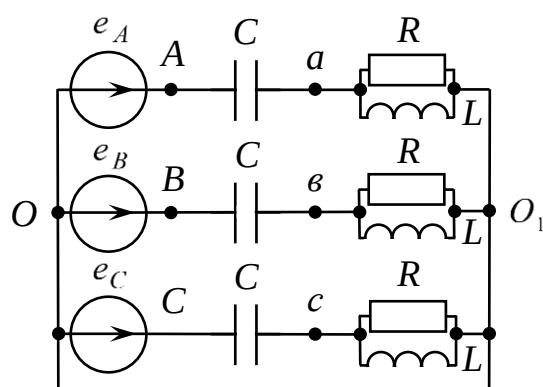


Рисунок 1.2 – Варіант 2

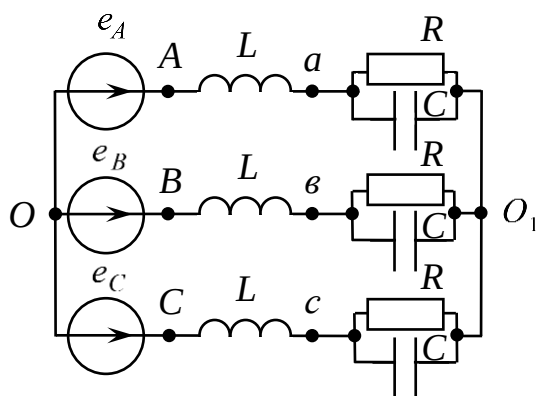


Рисунок 1.3 – Варіант 3

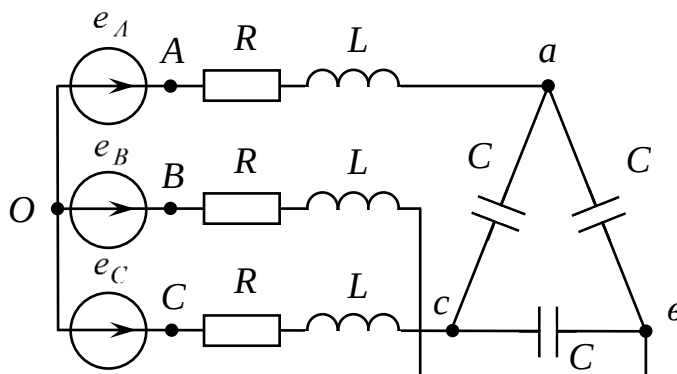


Рисунок 1.4 – Варіант 4

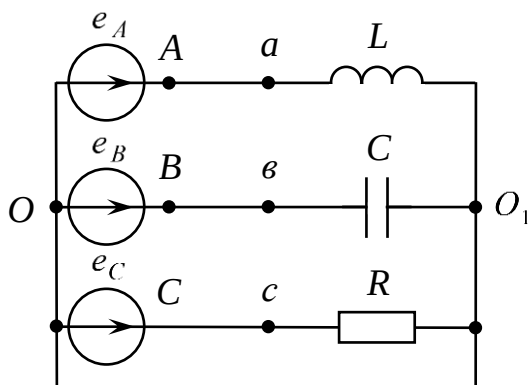


Рисунок 1.5 – Варіант 5

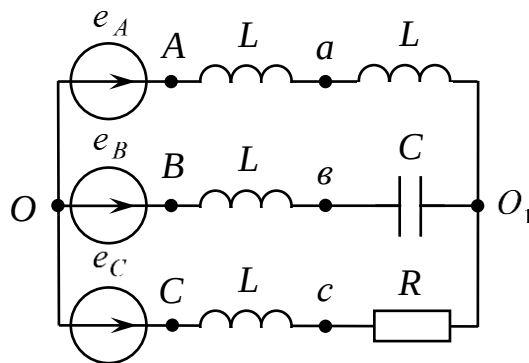


Рисунок 1.6 – Варіант 6

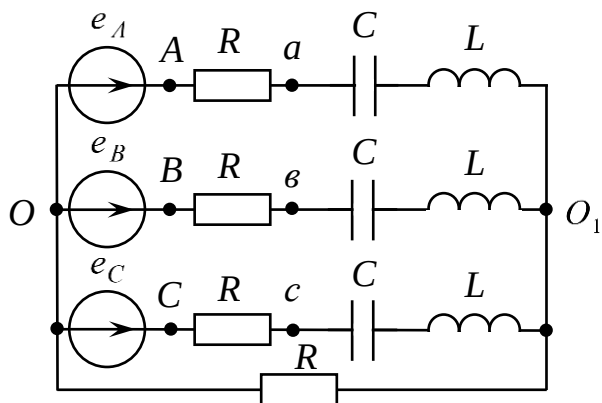


Рисунок 1.7 – Варіант 7

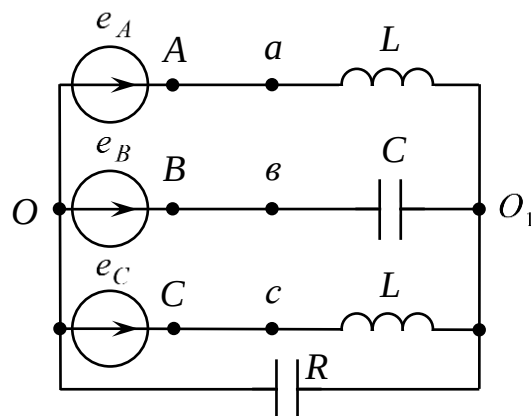


Рисунок 1.8 – Варіант 8

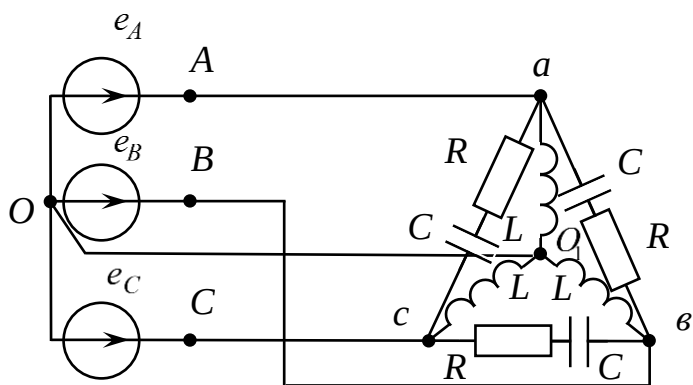


Рисунок 1.9 – Варіант 9

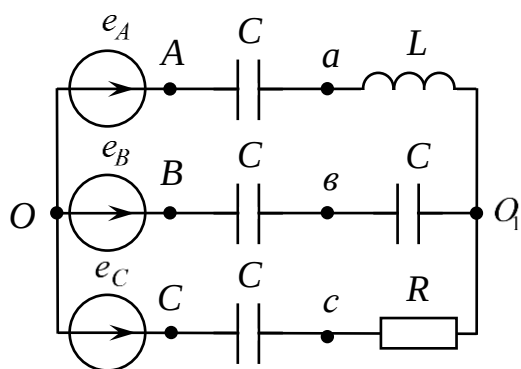


Рисунок 1.10 – Варіант 10

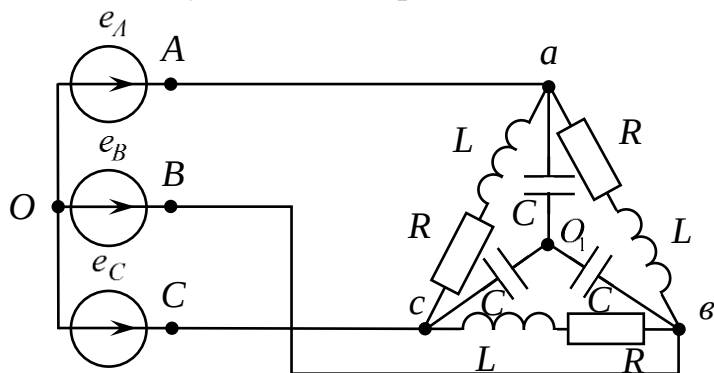


Рисунок 1.11 – Варіант 11

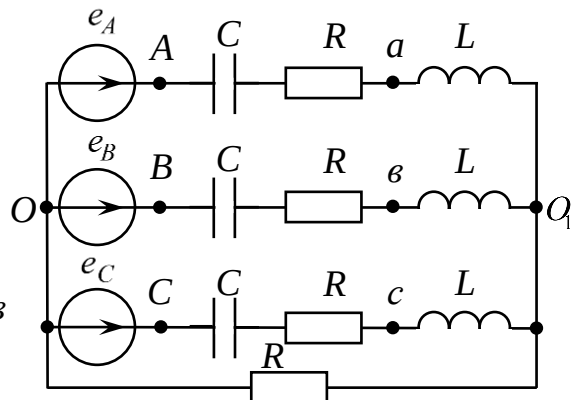


Рисунок 1.12 – Варіант 12

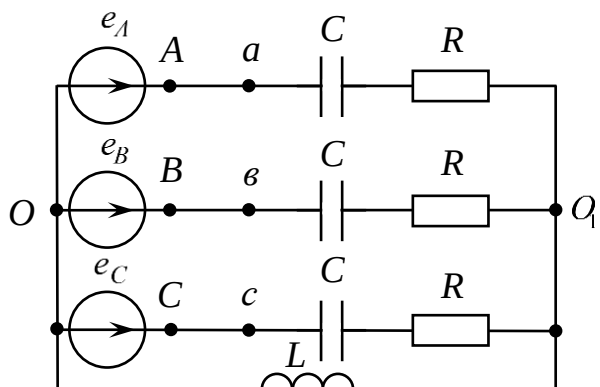


Рисунок 1.13 – Варіант 13

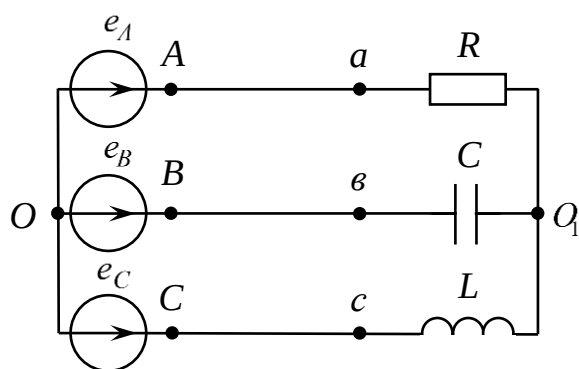


Рисунок 1.14 – Варіант 14

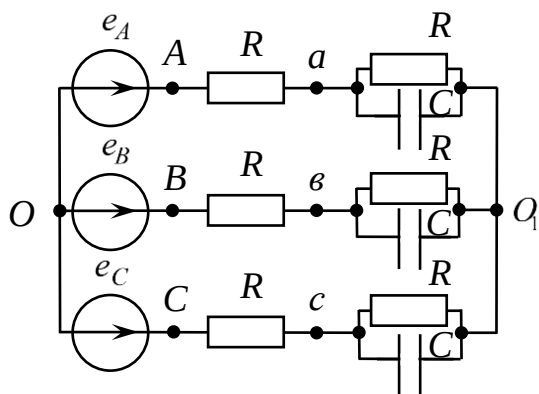


Рисунок 1.15 – Варіант 15

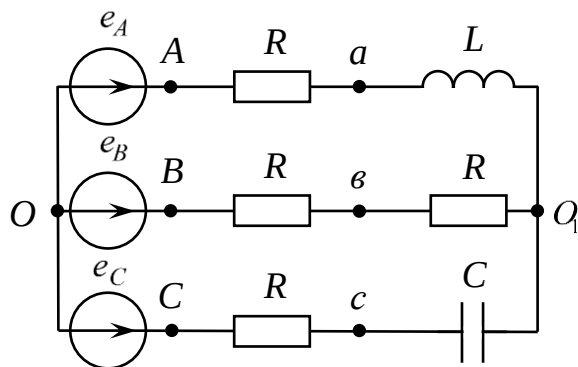


Рисунок 1.16 – Варіант 16

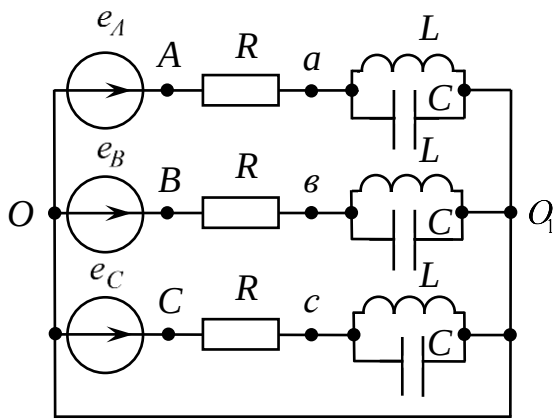


Рисунок 1.17 – Варіант 17

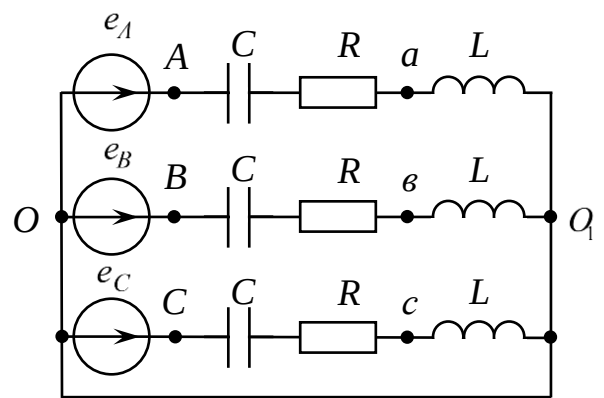


Рисунок 1.18 – Варіант 18

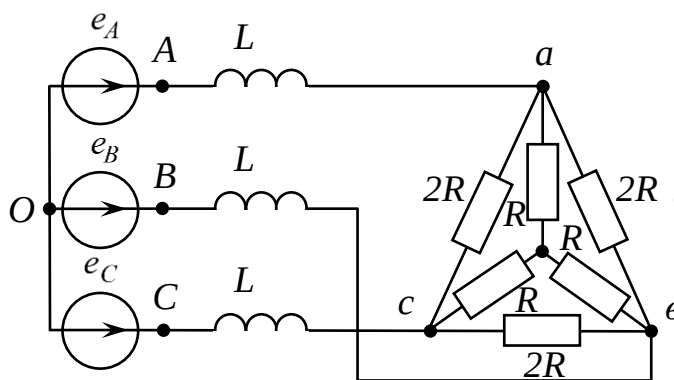


Рисунок 1.19 – Варіант 19

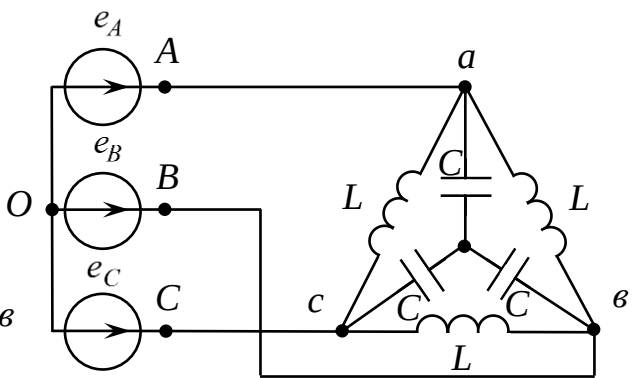


Рисунок 1.20 – Варіант 20

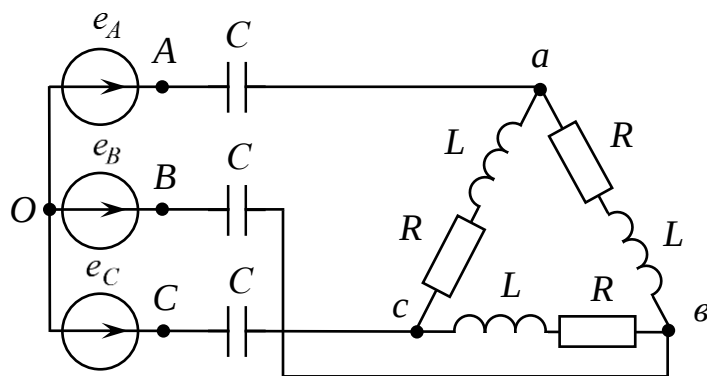


Рисунок 1.21 – Варіант 21

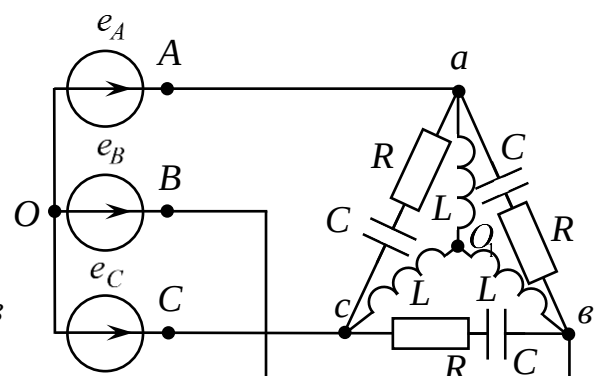


Рисунок 1.22 – Варіант 22

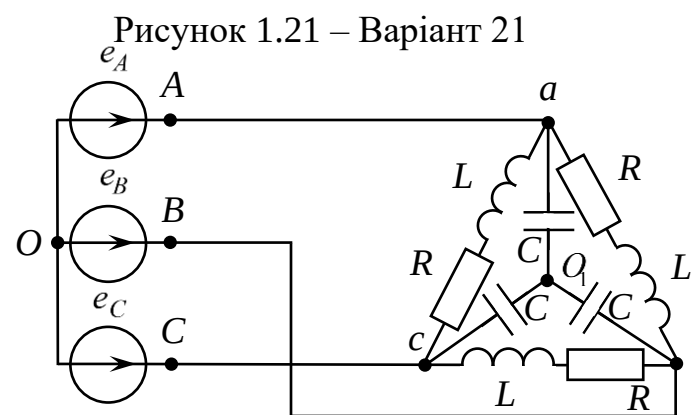


Рисунок 1.23 – Варіант 23

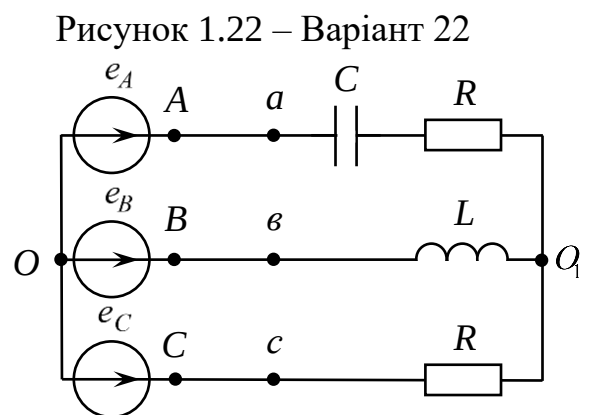


Рисунок 1.24 – Варіант 24

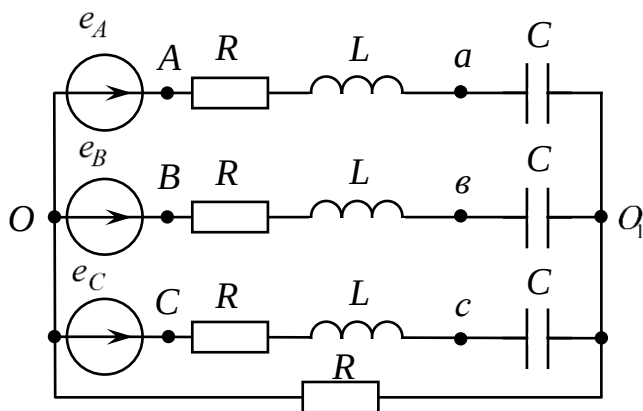


Рисунок 1.25 – Варіант 25

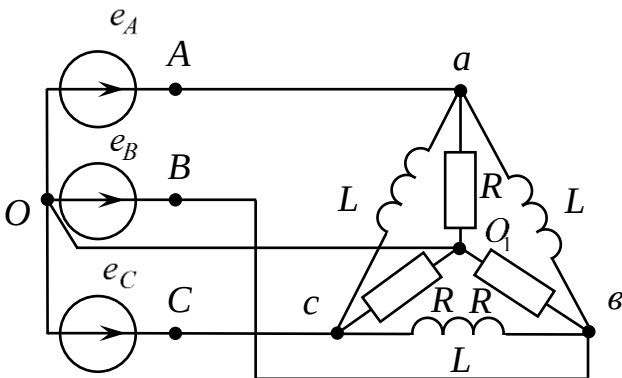


Рисунок 1.26 – Варіант 26

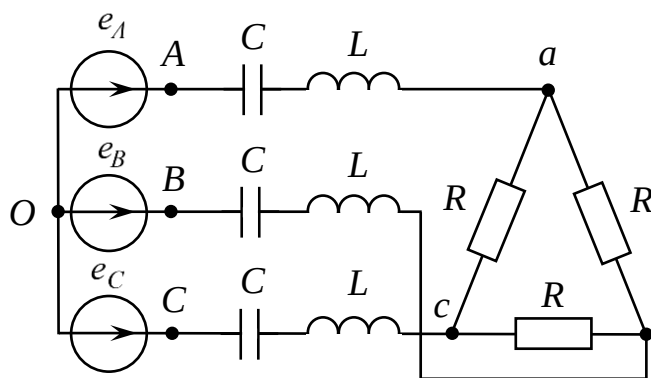


Рисунок 1.27 – Варіант 27

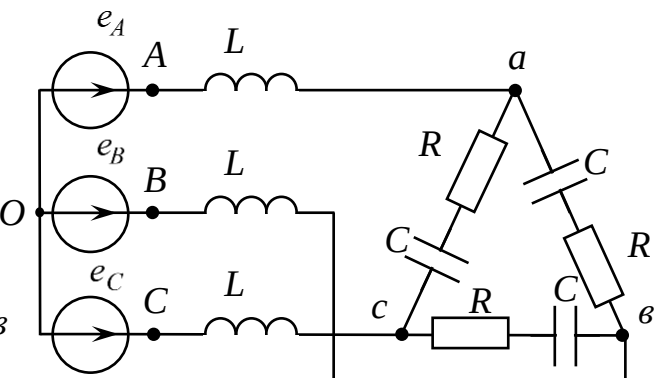


Рисунок 1.28 – Варіант 28

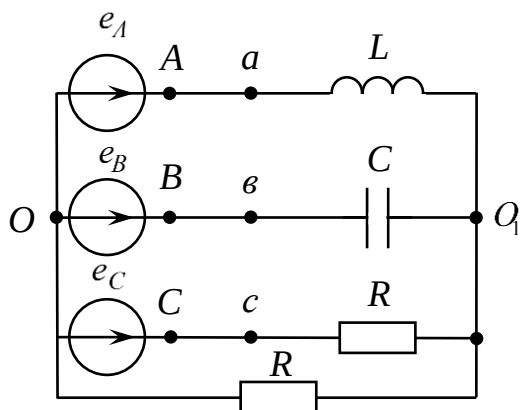


Рисунок 1.29 – Варіант 29

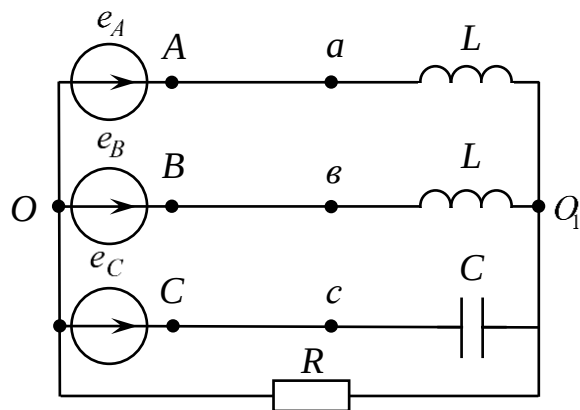


Рисунок 1.30 – Варіант 30

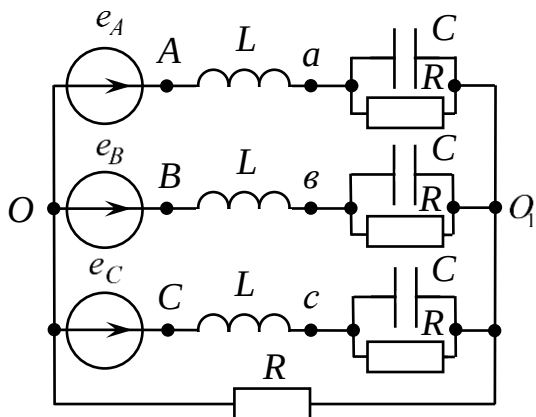


Рисунок 1.31 – Варіант 31

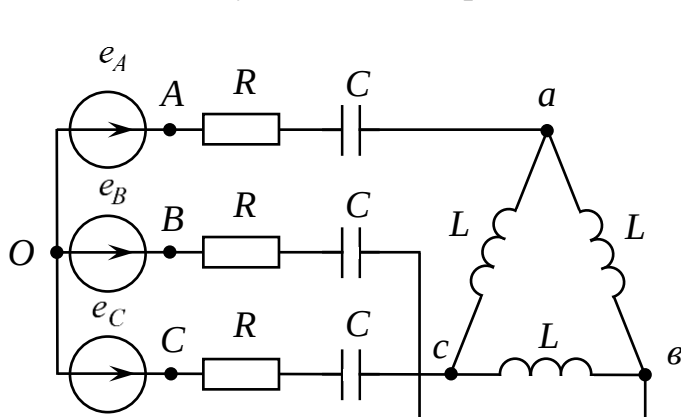


Рисунок 1.32 – Варіант 32

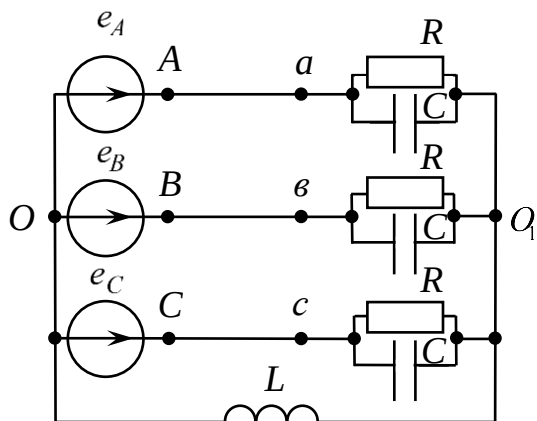


Рисунок 1.33 – Варіант 33

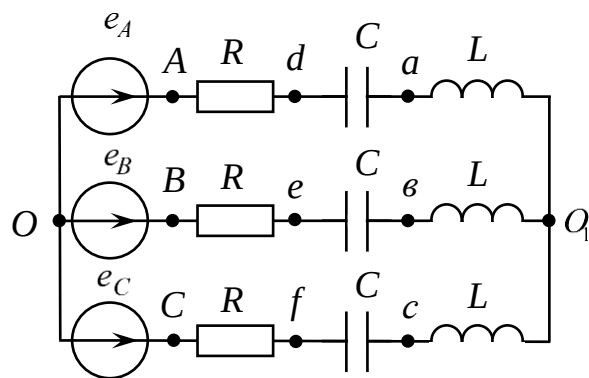


Рисунок 1.34 – Варіант 34

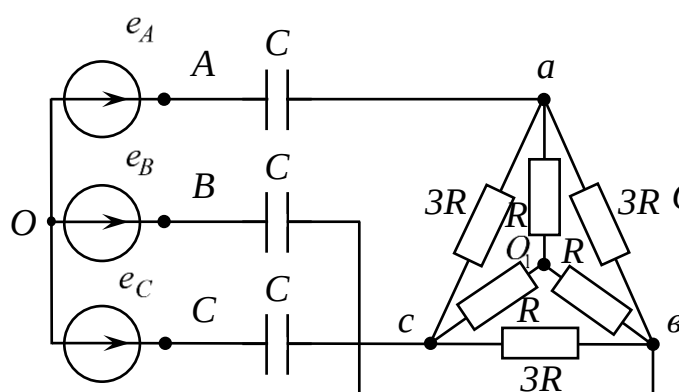


Рисунок 1.35 – Варіант 35

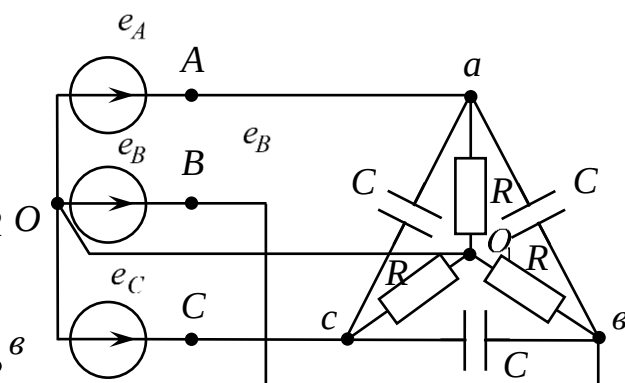


Рисунок 1.36 – Варіант 36

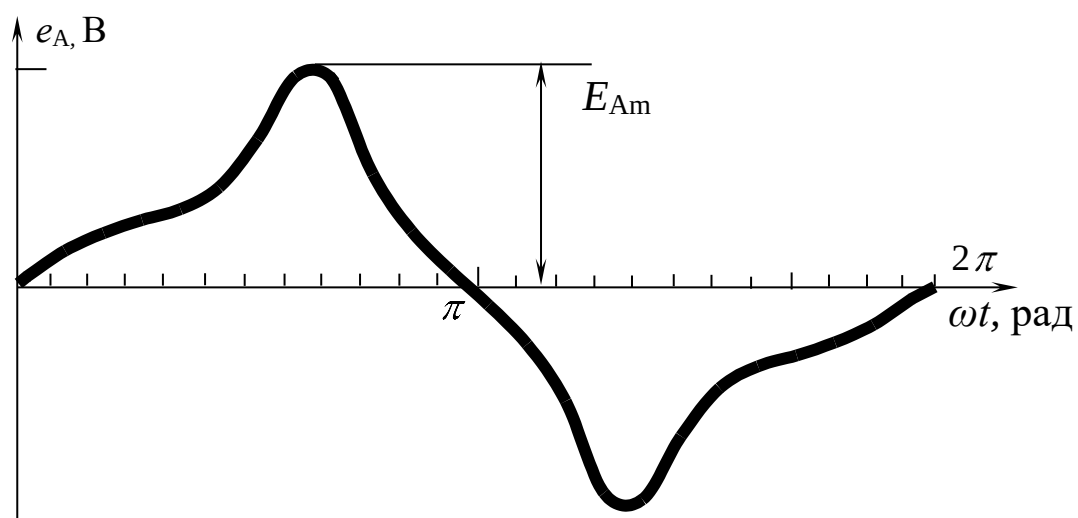


Рисунок 1.37 – Несинусоїдна ЕРС 1

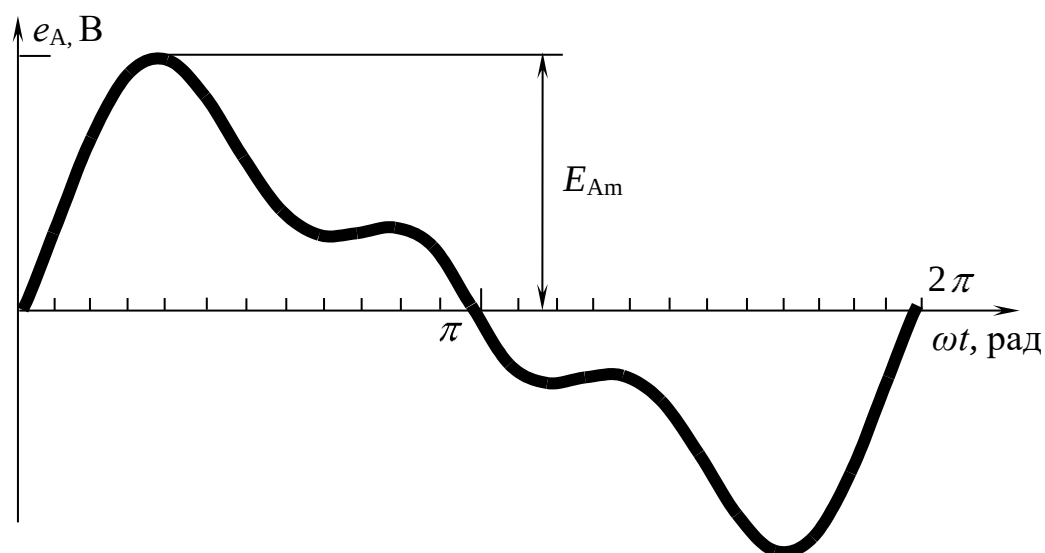


Рисунок 1.38 – Несинусоїдна ЕРС 2

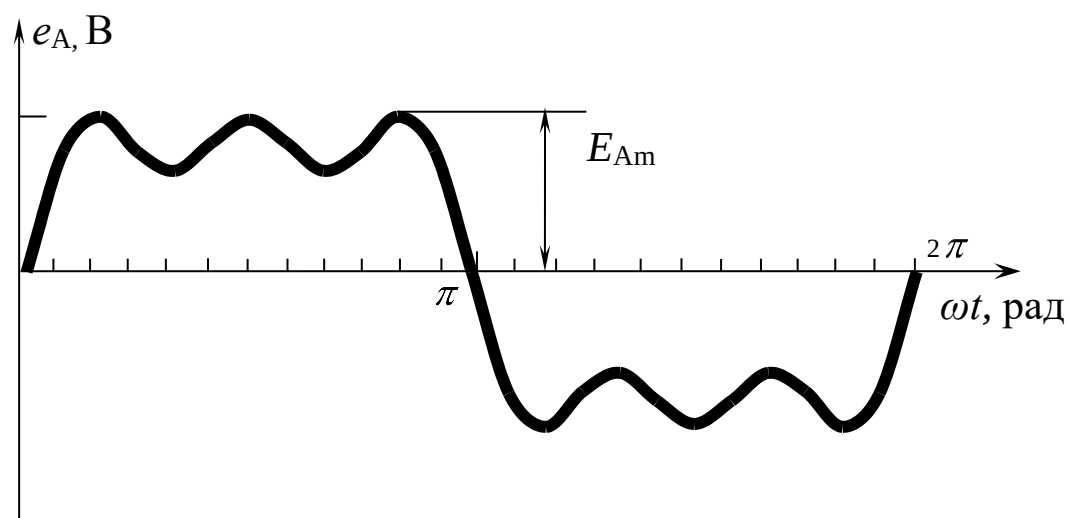


Рисунок 1.39 – Несинусоїдна ЕРС 3

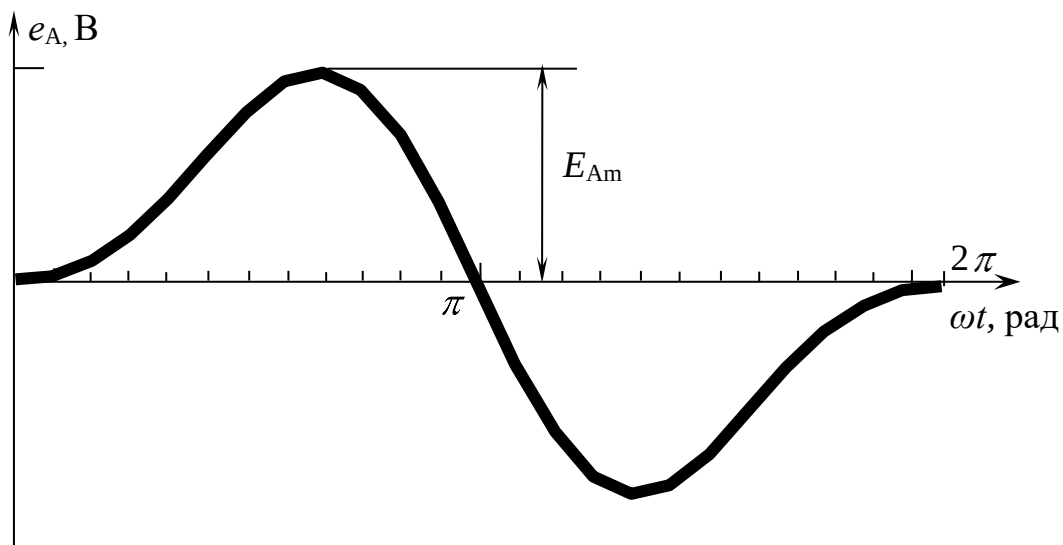


Рисунок 1.40 – Несинусоїдна ЕРС 4

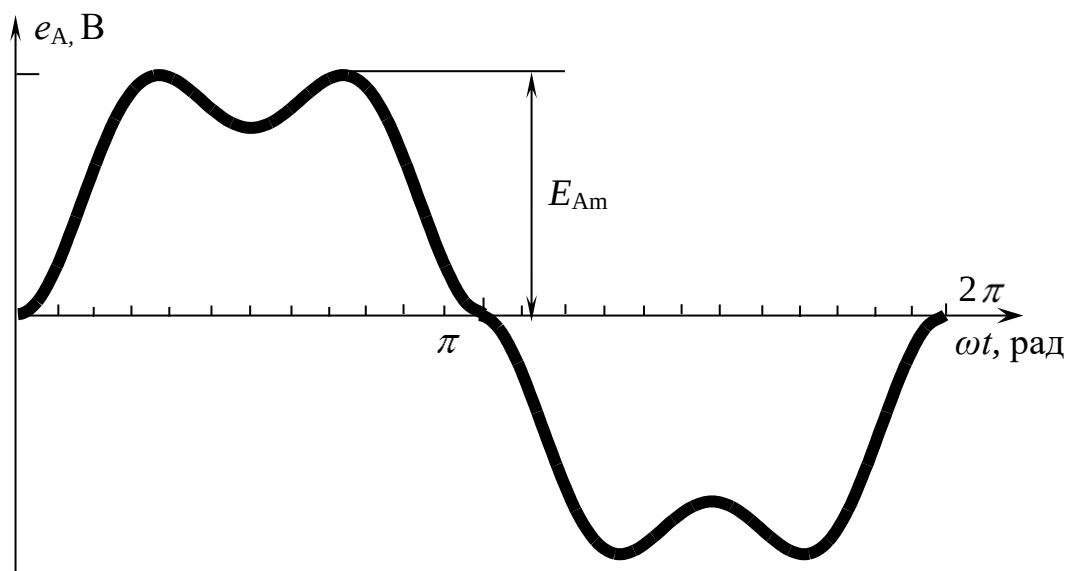


Рисунок 1.41 – Несинусоїдна ЕРС 5

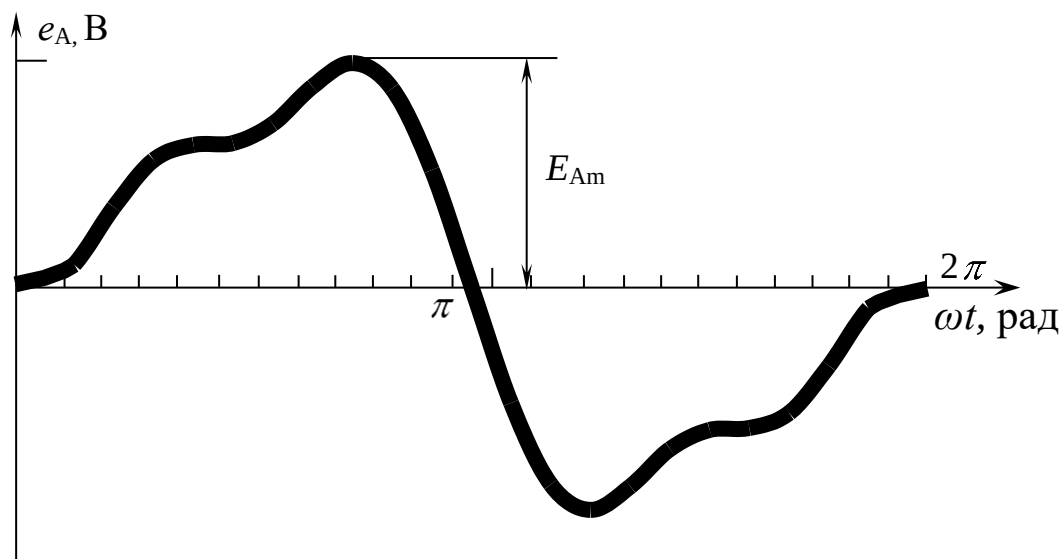


Рисунок 1.42 – Несинусоїдна ЕРС 6

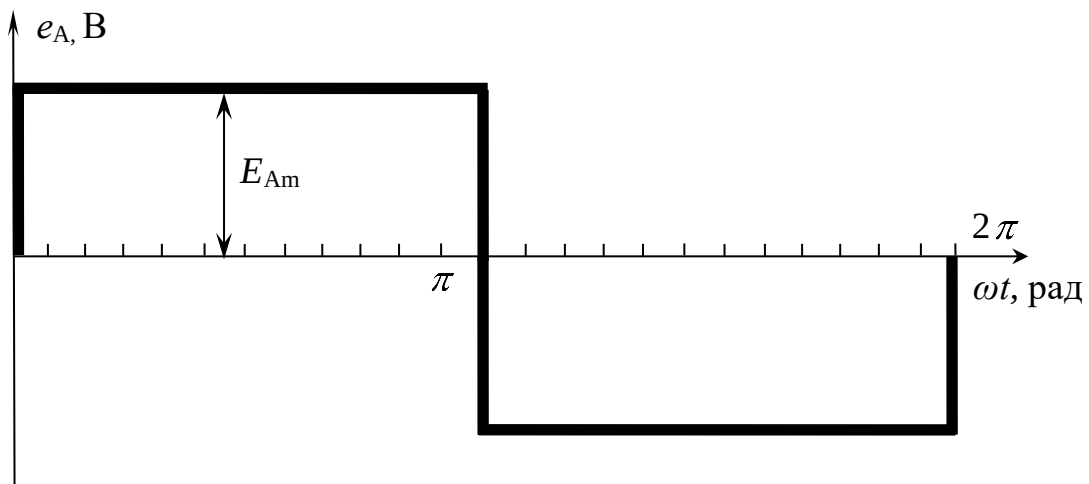


Рисунок 1.43 – Прямокутна форма несинусоїдної ЕРС 7

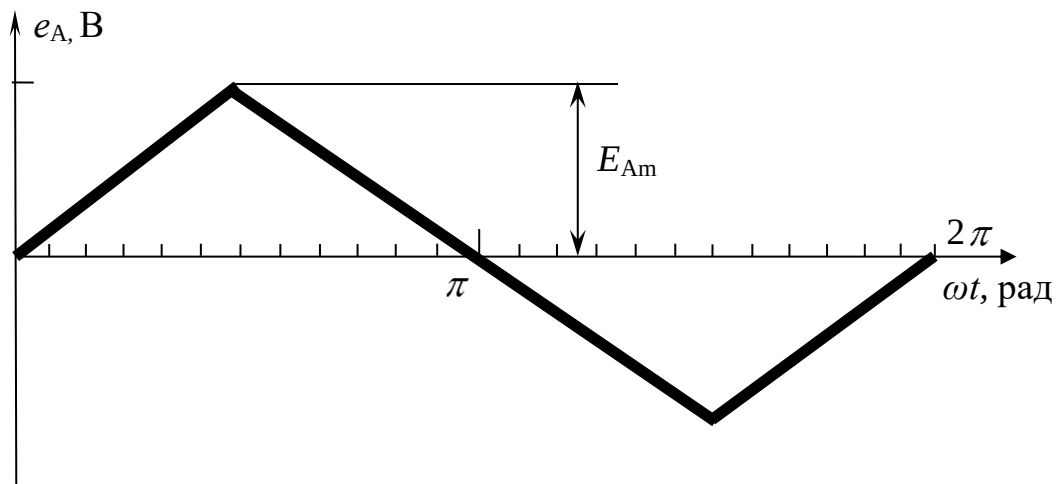


Рисунок 1.44 – Трикутницька форма несинусоїдної ЕРС 8

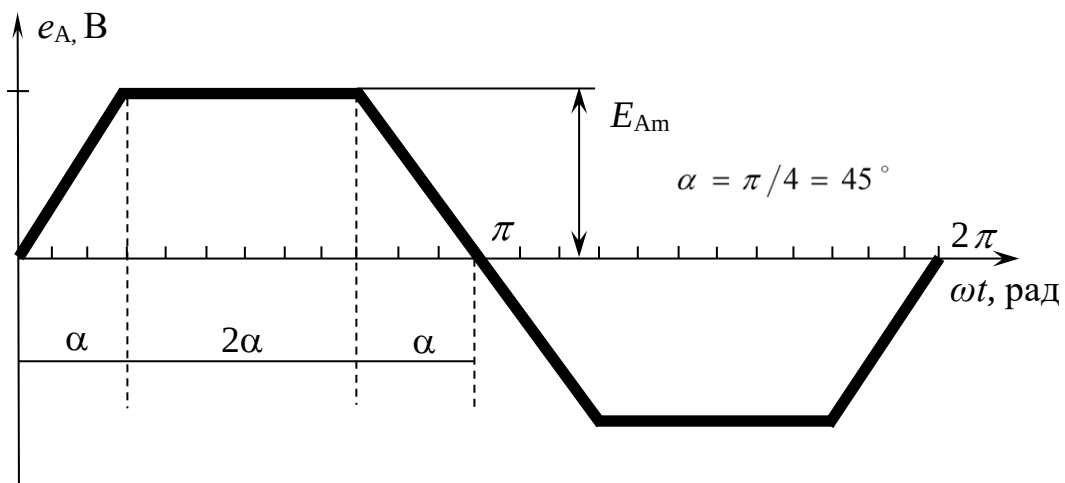


Рисунок 1.45 – Трапецієподібна форма несинусоїдної ЕРС 9

1.4 Приклад розрахунку № 1

Робоче завдання до РГР (частина 1)

1. Розкласти несинусоїдну криву напруги в тригонометричний ряд Фур'є, обмежившись трьома гармоніками ($e_A(\omega t)$).
2. Записати в полярній (показовій) формі комплекси амплітудних значень фазних ЕРС і лінійних напруг для кожної гармоніки.
3. Провести розрахунок струмів усіх віток кола для окремих гармонік.
4. Записати миттєві значення струмів усіх віток кола (ряди Фур'є).
5. Знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми (u_{mn}).
6. Визначити діючі значення струмів кола, фазних та лінійних напруг.
7. Побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$.
8. Знайти активну, реактивну, повну потужності, потужність викривлення і коефіцієнт викривлення.

Робоче завдання до першої частини РГР однакове для усіх прикладів.

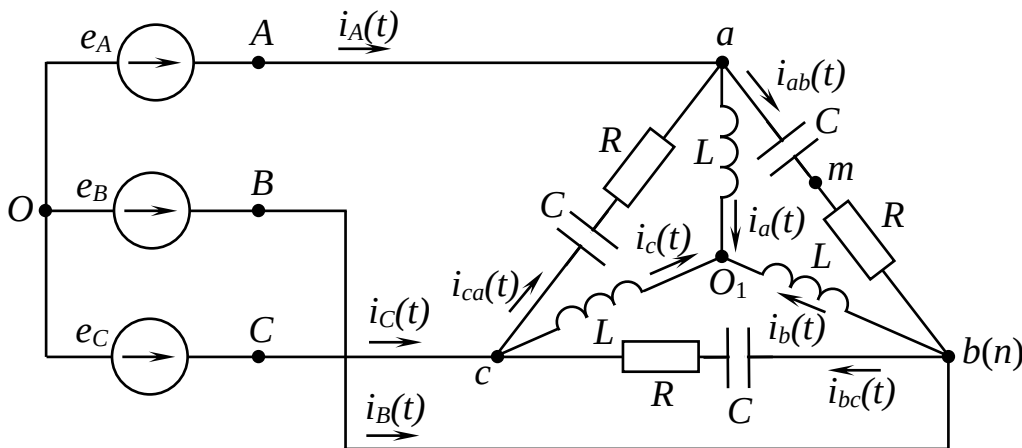


Рисунок 1.46 – Розрахункова схема

Вихідні дані:

Форма кривої

e_A –

рисунок 1.47;

$E_{Am} = 70 \text{ В}$;

$T = 0,01 \text{ с}$;

$R = 12 \text{ Ом}$;

$L = 7,5 \text{ мГ}$;

$C = 17 \text{ мкФ}$;

$u_{mn} = u_{R(ab)}$.

Виконання

Розкладання в ряд Фур'є кривої напруги живлення

Несинусоїдна крива e_A (рис. 1.47) має геометрично неправильну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є необхідно застосовувати графоаналітичний

метод. Крива e_A має один вид симетрії – відносно початку координат, тому можна обмежитися розкладанням півперіоду і такий ряд Фур'є буде містити тільки синусні складові (врахування симетрії дозволяє спростити розрахунок). Розділимо півперіод функції e_A на $n=12$ рівних частин і виміряємо ординати функції e_A (посередині кожної ділянки). Використовуючи формули, визначимо амплітуду складових гармонік, обмежившись трьома першими членами ряду. При розкладанні кривої e_A в ряд Фур'є доцільно використовувати відповідні комп'ютерні програми (MathCad Professional, MS Excel та інші).

За даними таблиці 1.3 знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є:

$$B_m^{(k)} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{p=1}^n e_{Ap}(\omega t) \cdot \sin k\omega t, \text{ В};$$

$$B_m^{(1)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 1 = \frac{2}{12} \cdot 294,9 = 49,2 \text{ В}; \quad B_m^{(2)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 2 = \frac{2}{12} \cdot 95,8 = 16 \text{ В};$$

$$B_m^{(3)} = \frac{2}{12} \cdot \sum_1^{12} 3 = \frac{2}{12} \cdot 68,5 = 11,4 \text{ В}.$$

Знайдемо кругові частоти для окремих гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,01} = 628 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 2\omega = 2 \cdot 628 = 1256 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 3\omega = 3 \cdot 628 = 1884 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Таким чином, ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 49,2 \cdot \sin(628 \cdot t) + 16 \cdot \sin(1256 \cdot t) + 11,4 \cdot \sin(1884 \cdot t), \text{ В}.$$

У цьому варіанті маємо з'єднання «зірка-зірка» і «зірка-трикутник» за відсутністю нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом. У випадку, коли в схемі є нульовий провід, необхідно розраховувати третю гармоніку. Розрахунок третьої (шостої, дев'ятої і т. д. – система нульового чергування фаз) гармоніки має деякі відмінності від розрахунку першої (четвертої, сьомої і т. д. – система прямого чергування фаз) і другої (п'ятої, восьмої і т.д. – система зворотного чергування фаз) гармонік.

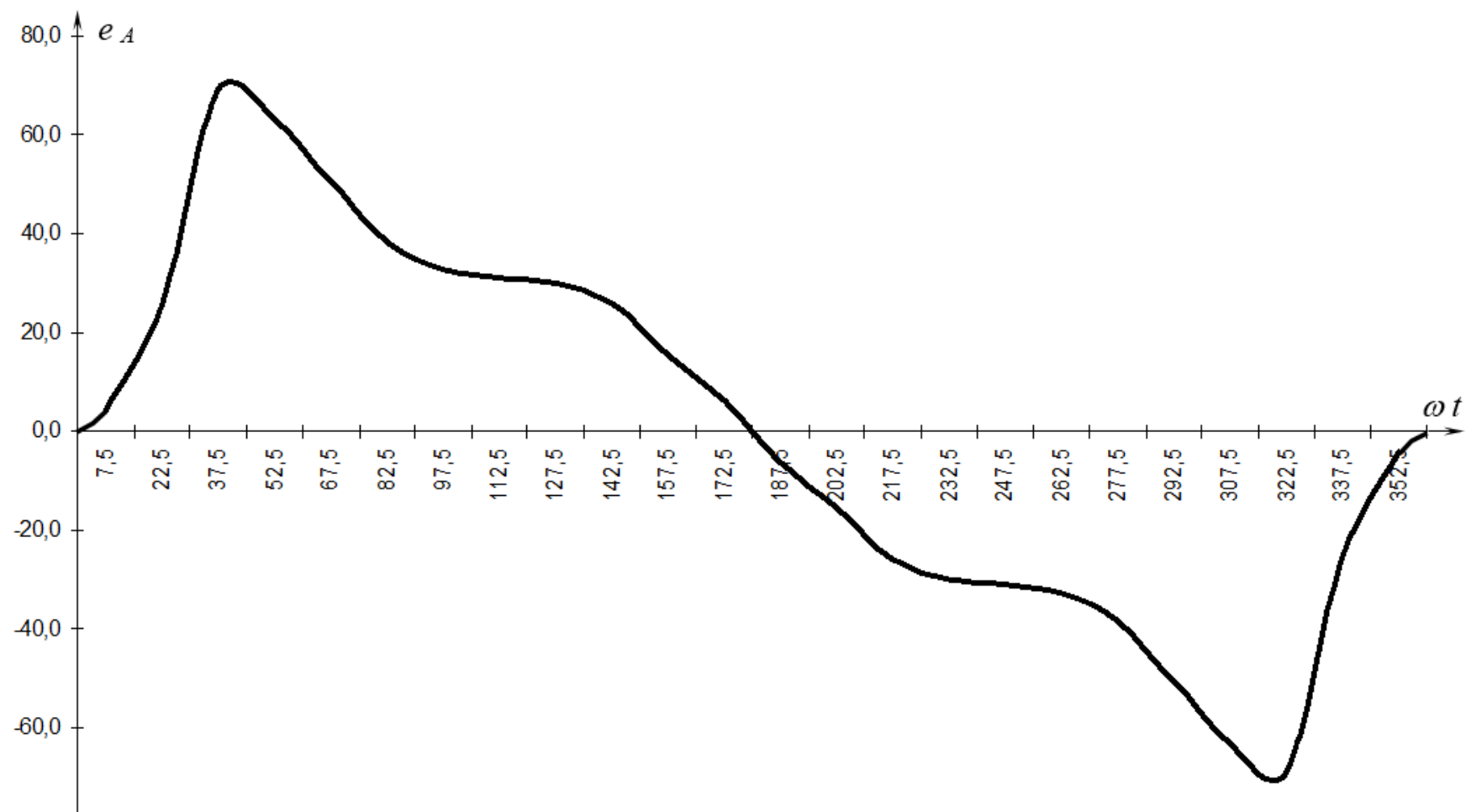


Рисунок 1.47 – Несинусоїдна періодична крива геометрично неправильної форми

Таблиця 1.3 – Розкладання в ряд Фур'є кривої $e_A(\omega t)$

p	$e_A(\omega t)$	$K=1$			$K=2$			$K=3$		
		ωt	$\sin \omega t$	$e_A(\omega t) \cdot \sin \omega t$	$2\omega t$	$\sin 2\omega t$	$e_A(\omega t) \cdot \sin 2\omega t$	$3\omega t$	$\sin 3\omega t$	$e_A(\omega t) \cdot \sin 3\omega t$
1	4,1	7,5	0,131	0,5	15	0,259	1,1	22,5	0,383	1,6
2	25,9	22,5	0,383	9,9	45	0,707	18,3	67,5	0,924	23,9
3	68,9	37,5	0,609	41,9	75	0,966	66,6	112,5	0,924	63,7
4	63,2	52,5	0,793	50,1	105	0,966	61,0	157,5	0,383	24,2
5	50,8	67,5	0,924	46,9	135	0,707	35,9	202,5	-0,383	-19,4
6	38,4	82,5	0,991	38,1	165	0,259	9,9	247,5	-0,924	-35,5
7	32,6	97,5	0,991	32,3	195	-0,259	-8,4	292,5	-0,924	-30,1
8	31,1	112,5	0,924	28,7	225	-0,707	-22,0	337,5	-0,383	-11,9
9	30,0	127,5	0,793	23,8	255	-0,966	-29,0	382,5	0,383	11,5
10	25,9	142,5	0,609	15,8	285	-0,966	-25,0	427,5	0,924	23,9
11	15,5	157,5	0,383	5,9	315	-0,707	-11,0	472,5	0,924	14,3
12	6,2	172,5	0,131	0,8	345	-0,259	-1,6	517,5	0,383	2,4
Σ		$\sum_1^{12} 1 = 294,9 \text{ В}$			$\sum_1^{12} 2 = 95,8 \text{ В}$			$\sum_1^{12} 3 = 68,5 \text{ В}$		

Для зручності аргумент ωt в таблиці 1.3 та на рисунку 1.47 подано в градусах

Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС, В

$$\begin{aligned}\underline{E}_{mA}^{(1)} &= 49,2 \angle 0; & \underline{E}_{mA}^{(2)} &= 16 \angle 0; & \underline{E}_{mA}^{(3)} &= 11,4 \angle 0; \\ \underline{E}_{mB}^{(1)} &= 49,2 \angle -120^\circ; & \underline{E}_{mB}^{(2)} &= 16 \angle 120^\circ; & \underline{E}_{mB}^{(3)} &= 11,4 \angle 0; \\ \underline{E}_{mC}^{(1)} &= 49,2 \angle 120^\circ; & \underline{E}_{mC}^{(2)} &= 16 \angle -120^\circ; & \underline{E}_{mC}^{(3)} &= 11,4 \angle 0;\end{aligned}$$

Комплекси амплітудних значень лінійних напруг, В

$$\begin{aligned}\underline{U}_{mAB}^{(1)} &= \underline{E}_{mA}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 30; \\ \underline{U}_{mBC}^{(1)} &= \underline{E}_{mB}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle -90; \\ \underline{U}_{mCA}^{(1)} &= \underline{E}_{mC}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ = 49,2 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ + 30^\circ) = 85,2 \angle 150; \\ \underline{U}_{mAB}^{(2)} &= \underline{E}_{mA}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (0^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -30; \\ \underline{U}_{mBC}^{(2)} &= \underline{E}_{mB}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle 90; \\ \underline{U}_{mCA}^{(2)} &= \underline{E}_{mC}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ = 16 \cdot \sqrt{3} \angle (-120^\circ - 30^\circ) = 27,7 \angle -150^\circ; \\ \underline{U}_{mAB}^{(3)} &= \underline{U}_{mBC}^{(3)} = \underline{U}_{mCA}^{(3)} = 0.\end{aligned}$$

Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} &= R - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{10^6}{628 \cdot 17} = 12 - j \cdot 93,7 = 94,5 \angle -82,7^\circ; \\ \underline{Z}_a^{(1)} = \underline{Z}_b^{(1)} = \underline{Z}_c^{(1)} &= j \cdot \omega \cdot L = j \cdot 628 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 4,7 = 4,7 \angle 90^\circ.\end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола, А:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{ma}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_a^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 0^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle -90^\circ = -j \cdot 10,5; \\ \underline{I}_{mb}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_b^{(1)}} = \frac{49,2 \angle -120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 150^\circ = -9,09 + j \cdot 5,25;\end{aligned}$$

$$\underline{I}_{mc}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_c^{(1)}} = \frac{49,2 \angle 120^\circ}{4,7 \angle 90^\circ} = 10,5 \angle 30^\circ = 9,09 + j \cdot 5,25;$$

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(1)}}{\underline{Z}_{ab}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 30^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle 112,7^\circ = -0,35 + j \cdot 0,83;$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(1)}}{\underline{Z}_{bc}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle -90^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -7,3^\circ = 0,89 - j \cdot 0,11;$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(1)}}{\underline{Z}_{ca}^{(1)}} = \frac{85,2 \angle 150^\circ}{94,5 \angle -82,7^\circ} = 0,9 \angle -127,3^\circ = -0,55 - j \cdot 0,72 ;$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mA}^{(1)} &= \underline{I}_{ma}^{(1)} + \underline{I}_{mab}^{(1)} - \underline{I}_{mca}^{(1)} = -j \cdot 10,5 - 0,35 + j \cdot 0,83 + 0,55 + j \cdot 0,72 = \\ &= 0,2 - j \cdot 8,95 = 9 \angle -88,7^\circ ; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle -120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ - 120^\circ) = 9 \angle -208,7^\circ = 9 \angle 151,3^\circ ;$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \angle 120^\circ = 9 \angle (-88,7^\circ + 120^\circ) = 9 \angle 31,3^\circ .$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(1)}$, $\underline{I}_{mb}^{(1)}$, $\underline{I}_{mc}^{(1)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні (як у цьому варіанті) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(1)}$, $\underline{I}_{mB}^{(1)}$, $\underline{I}_{mC}^{(1)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні ці струми зсунуті між собою на кут 120° , так само як і фазні ЕРС першої гармоніки.

Миттєві значення струмів ділянок трифазного кола, А:

$$\begin{aligned} i_A^{(1)} &= 9 \cdot \sin \left(628 \cdot t - 88,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); & i_B^{(1)} &= 9 \cdot \sin \left(628 \cdot t + 151,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); \\ i_C^{(1)} &= 9 \cdot \sin \left(628 \cdot t + 31,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); & i_a^{(1)} &= 10,5 \cdot \sin \left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); \\ i_b^{(1)} &= 10,5 \cdot \sin \left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); & i_c^{(1)} &= 10,5 \cdot \sin \left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); \\ i_{ab}^{(1)} &= 0,9 \cdot \sin \left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); & i_{bc}^{(1)} &= 0,9 \cdot \sin \left(628 \cdot t - 7,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right); \end{aligned}$$

$$i_{ca}^{(1)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 127,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(1)} = \underline{I}_{mab}^{(1)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,9 \angle 112,7^\circ \cdot 12 = 10,8 \angle 112,7^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n для першої гармоніки, В:

$$u_{mn}^{(1)} = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Розрахунок другої гармоніки

Опори ділянок трифазного кола, Ом:

$$\underline{Z}_{ab}^{(2)} = \underline{Z}_{bc}^{(2)} = \underline{Z}_{ca}^{(2)} = R - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \omega \cdot C} = 12 - j \cdot \frac{93,7}{2} = 12 - j \cdot 46,8 = 48,3 \angle -75,6^\circ ;$$

$$\underline{Z}_a^{(2)} = \underline{Z}_b^{(2)} = \underline{Z}_c^{(2)} = j \cdot 2\omega \cdot L = j \cdot 2 \cdot 4,7 = j \cdot 9,4 = 9,4 \angle 90^\circ .$$

Комплекси струмів ділянок кола, А:

$$\underline{I}_{ma}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(2)}}{\underline{Z}_a^{(2)}} = \frac{16 \angle 0^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle -90^\circ = -j \cdot 1,7 ;$$

$$\underline{I}_{mb}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(2)}}{\underline{Z}_b^{(2)}} = \frac{16 \angle 120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 30^\circ = (1,47 + j \cdot 0,85) ;$$

$$\underline{I}_{mc}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(2)}}{\underline{Z}_c^{(2)}} = \frac{16 \angle -120^\circ}{9,4 \angle 90^\circ} = 1,7 \angle 150^\circ = (-1,47 + j \cdot 0,85) ;$$

$$\underline{I}_{mab}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mAB}^{(2)}}{\underline{Z}_{ab}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -30^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 45,6^\circ = (0,4 + j \cdot 0,41) ;$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mBC}^{(2)}}{\underline{Z}_{bc}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle 90^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle 165,6^\circ = (-0,55 + j \cdot 0,14) ;$$

$$\underline{I}_{mca}^{(2)} = \frac{\underline{U}_{mCA}^{(2)}}{\underline{Z}_{ca}^{(2)}} = \frac{27,7 \angle -150^\circ}{48,3 \angle -75,6^\circ} = 0,57 \angle -74,4^\circ = (0,15 - j \cdot 0,55) ;$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_{mA}^{(2)} &= \underline{I}_{ma}^{(2)} + \underline{I}_{mab}^{(2)} - \underline{I}_{mca}^{(2)} = -j \cdot 1,7 + 0,4 + j \cdot 0,41 - 0,15 + j \cdot 0,55 = \\ &= 0,25 - j \cdot 0,74 = 0,78 \angle -71,3^\circ ;\end{aligned}$$

$$\underline{I}_{mB}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle 120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ + 120^\circ) = 0,78 \angle 48,7^\circ ;$$

$$\underline{I}_{mC}^{(2)} = \underline{I}_{mA}^{(2)} \angle -120^\circ = 0,78 \angle (-71,3^\circ - 120^\circ) = 0,78 \angle -191,3^\circ = 0,78 \angle 168,7^\circ .$$

При розрахунку струмів $\underline{I}_{ma}^{(2)}$, $\underline{I}_{mb}^{(2)}$, $\underline{I}_{mc}^{(2)}$ враховуємо, що при симетричному навантаженні напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю. Струми $\underline{I}_{mA}^{(2)}$, $\underline{I}_{mB}^{(2)}$, $\underline{I}_{mC}^{(2)}$ в загальному випадку розраховують за першим законом Кірхгофа, але можна враховувати, що при симетричному навантаженні (як у цьому варіанті) ці струми зсунуті між собою на кут 120° так само, як і фазні ЕРС другої гармоніки.

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$i_A^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 71,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_B^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 48,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C^{(2)} = 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 168,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_a^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_b^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_c^{(2)} = 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_{ab}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_{bc}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 165,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_{ca}^{(2)} = 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 74,4^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(2)} = \underline{I}_{mab}^{(2)} \cdot R \angle 0^\circ = 0,57 \angle 45,6^\circ \cdot 12 = 6,84 \angle 45,6^\circ .$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(2)} = 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення струмів і напруг (за принципом суперпозиції)

Миттєві значення струмів, А:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 88,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 71,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 151,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 48,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(2)} = 9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 31,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,78 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 168,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_{bc}(\omega t) = i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 7,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 165,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(2)} = 0,9 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 127,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,57 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 74,4^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_a(\omega t) = i_a^{(1)} + i_a^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_b(\omega t) = i_b^{(1)} + i_b^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$i_c(\omega t) = i_c^{(1)} + i_c^{(2)} = 10,5 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення напруг, В:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)} = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$u_{AB}(\omega t) = u_{AB}^{(1)} + u_{AB}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$u_{BC}(\omega t) = u_{BC}^{(1)} + u_{BC}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t - 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right),$$

$$u_{CA}(\omega t) = u_{CA}^{(1)} + u_{CA}^{(2)} = 85,2 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 27,7 \cdot \sin\left(1256 \cdot t - 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Діючі значення струмів і напруг

Діючі значення струмів, А:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,78}{\sqrt{2}}\right)^2} = 6,39,$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,75,$$

$$I_a = I_b = I_c = \sqrt{\left(\frac{I_{ma}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{ma}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,52.$$

Діючі значення напруг, В:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmn}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{10,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,84}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,04;$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{\left(\frac{E_{mAB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mAB}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{85,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{27,7}{\sqrt{2}}\right)^2} = 63,35;$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{49,2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{16}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{11,4}{\sqrt{2}}\right)^2} = 37,46.$$

Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_{ab}^2 \cdot R = 3 \cdot 0,75^2 \cdot 12 = 20,25 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[-I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega C} - I_{ab}^{(2)2} \cdot \frac{1}{2\omega C} + I_a^{(1)2} \cdot \omega L + I_a^{(2)2} \cdot 2\omega L \right] =$$
$$= 3 \cdot \left[-\left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 93,7 - \left(\frac{0,57}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 46,8 + \left(\frac{10,5}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4,7 + \left(\frac{1,7}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 9,4 \right] = 681,36 \text{ ВАр}.$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 37,46 \cdot 6,39 = 718,11 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{718,11^2 - 20,25^2 - 681,36^2} = 225,88 \text{ ВА}.$$

*Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи
з негармонійними джерелами живлення*

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{225,88}{718,11} = 0,315.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{20,25}{718,11} = 0,028.$$

Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно з завданням треба побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У цьому варіанті отримано вираз для

напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 10,8 \cdot \sin\left(628 \cdot t + 112,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,84 \cdot \sin\left(1256 \cdot t + 45,6^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

У результаті побудови мають бути отримані графіки двох (як у цьому варіанті) або трьох гармонійних складових і результуючої негармонійної кривої. У деяких випадках амплітуди вищих гармонік є на порядок меншими ніж амплітуда першої гармоніки, тоді цими складовими напруги $u_{mn}(\omega t)$ можна знехтувати. При побудові графіка $u_{mn}(\omega t)$ доцільно користуватися табличним розрахунком (табл. 1.4) окремих гармонік і результуючої сумарної кривої із застосуванням відповідних комп'ютерних програм (MathCad Professional, MS Excel тощо). Графік напруги $u_{mn}(\omega t)$ наведений на рисунку 1.48.

Таблиця 1.4 – Побудова графіка миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

ωt	Перша гармоніка $u_{mn}^{(1)}(\omega t)$	Друга гармоніка $u_{mn}^{(2)}(2\omega t)$	Результуюча крива $u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(2)}$
1	2	3	4
$0^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	9,96	4,89	14,85
$30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	6,54	6,59	13,13
$60^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	1,37	1,70	3,07
$90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	-4,17	-4,89	-9,05
$120^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	-8,59	-6,59	-15,18
$150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	-10,71	-1,70	-12,41
$180^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	-9,96	4,89	-5,08
$210^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$	-6,54	6,59	0,04

Продовження таблиці 1.4

1	2	3	4
$240^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$	-1,37	1,70	0,33
$270^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$	4,17	-4,89	-0,72
$300^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$	8,59	-6,59	2,00
$330^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$	10,71	-1,70	9,01
$360^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$	9,96	4,89	14,85

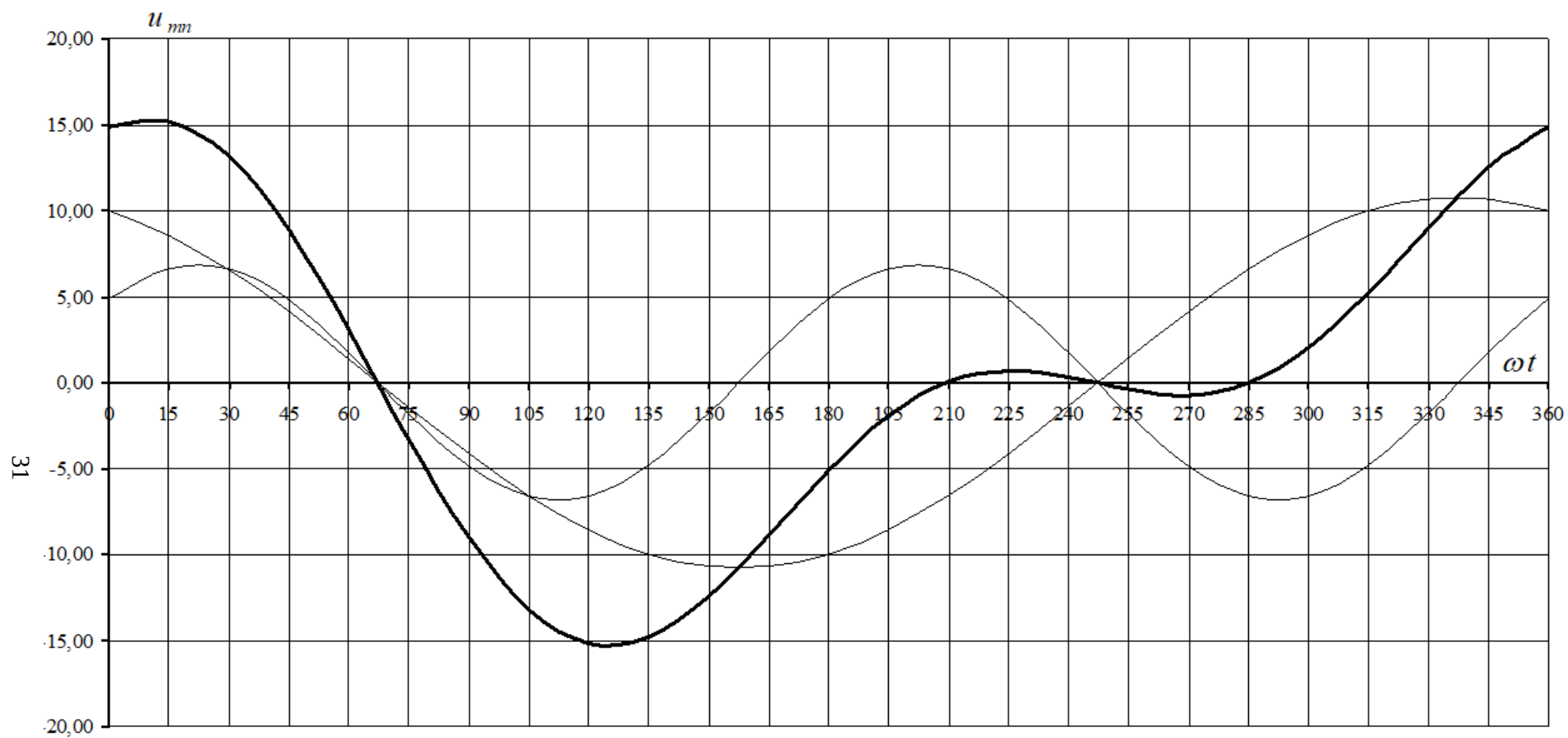


Рисунок 1.48 – Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

1.5 Приклад розрахунку № 2

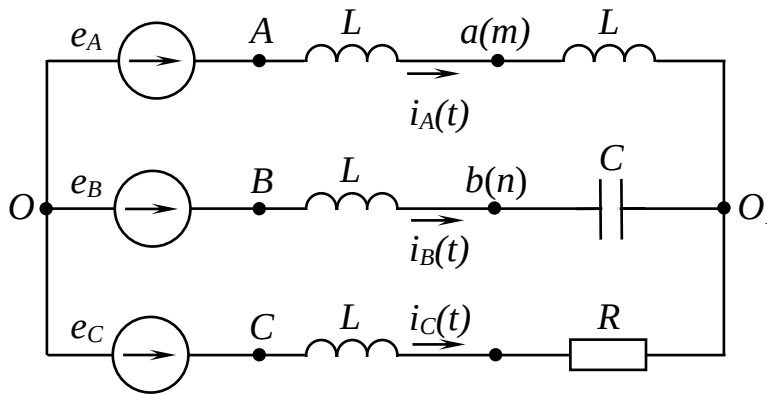


Рисунок 1.49 – Розрахункова схема

Вихідні дані:

Форма кривої

e_A – рис. 1.50;

$E_{Am} = 63,5 \text{ В}$;

$T = 0,015 \text{ с}$;

$R = 45 \text{ Ом}$;

$L = 7,5 \text{ мГн}$;

$C = 37,5 \text{ мкФ}$;

$u_{mn} = u_{ab}$.

Виконання

Розкладання в ряд Фур'є кривої $e_A(\omega t)$ напруги

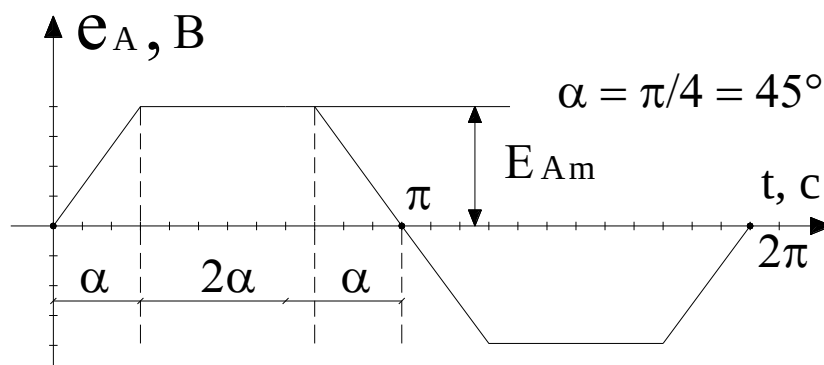


Рисунок 1.50 – Несинусоїдна періодична крива геометрично правильної форми

Несинусоїдна крива $e_A(\omega t)$ (рис. 1.50) має геометрично правильну, трапецієподібну форму, тому при розкладанні її в ряд Фур'є немає потреби застосовувати графоаналітичний метод. Необхідно використати ряд Фур'є з довідкової літератури, а саме:

$$e_A(\omega t) = \frac{4 \cdot E_{Am}}{\alpha \cdot \pi} \cdot \left[\sin \alpha \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right] \text{ В}$$

Знайдемо кругові частоти для всіх гармонік:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,015} = 418,7 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \quad 3\omega = 3 \cdot 418,7 = 1256,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$5\omega = 5 \cdot 418,7 = 2093,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Після перетворень ряд Фур'є для e_A набуває вигляду:

$$e_A(\omega t) = 72,79 \cdot \sin(418,7 \cdot t) + 8,09 \cdot \sin(1256,1 \cdot t) - 2,91 \cdot \sin(2093,5 \cdot t), \text{ В.}$$

У цьому варіанті маємо з'єднання «зірка-зірка» без нульового проводу, тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом.

Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС, В

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 72,79 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = -2,91 \angle 0^\circ = 2,91 \angle 180^\circ;$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 72,79 \angle -120^\circ; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = -2,91 \angle 120^\circ = 2,91 \angle -60^\circ;$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 72,79 \angle 120^\circ; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = -2,91 \angle -120^\circ = 2,91 \angle 60^\circ.$$

Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 418,7 \cdot 2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = j \cdot 6,28 = 6,28 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B^{(1)} = j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = j \cdot \left(418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{418,7 \cdot 37,5} \right) = -j \cdot 60,55 = 60,55 \angle -90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 45 + j \cdot 418,7 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} = 45 + j \cdot 3,14 = 45,11 \angle 4^\circ \text{ Ом}.$$

Напруга зміщення нейтралі, В:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{mO_1O}^{(1)} &= \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(1)}}} = \frac{\frac{72,79 \angle 0^\circ}{6,28 \angle 90^\circ} + \frac{72,79 \angle -120^\circ}{60,55 \angle -90^\circ} + \frac{72,79 \angle 120^\circ}{45,11 \angle 4^\circ}}{0,159 \angle -90^\circ + 0,0165 \angle 90^\circ + 0,0222 \angle -4^\circ} = \\ &= 73,616 \angle -6,9^\circ = (73,083 - j \cdot 8,844).\end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола, А:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{72,79 - 73,083 + j \cdot 8,844}{6,28 \angle 90^\circ} = 1,409 \angle 1,9^\circ = 1,4082 + j \cdot 0,0467;$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_{mB}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{-36,395 - j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{60,55 \angle -90^\circ} = \\ &= 2,017 \angle -63,7^\circ = 0,8937 - j \cdot 1,8082 \text{ А};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_{mC}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{-36,395 + j \cdot 63,038 - 73,083 + j \cdot 8,844}{45,11 \angle 4^\circ} = \\ &= 2,903 \angle 142,7^\circ = -2,3093 + j \cdot 1,7592.\end{aligned}$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0$.

$$1,4082 + j \cdot 0,0467 + 0,8937 - j \cdot 1,8082 - 2,3093 + j \cdot 1,7592 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$\begin{aligned}i_A^{(1)} &= 1,409 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 1,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) & i_B^{(1)} &= 2,017 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 63,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \\ & & & \\ i_C^{(1)} &= 2,903 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 142,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).\end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{mn}^{(1)} &= \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot j \cdot \omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot (\omega \cdot L) \angle 90^\circ - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right) \angle -90^\circ = \\ &= 1,409 \angle 1,9^\circ \cdot 3,14 \angle 90^\circ - 2,017 \angle -63,7^\circ \cdot 63,69 \angle -90^\circ = \\ &= 115,018 + j \cdot 61,34 = 130,352 \angle 28,1^\circ.\end{aligned}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(1)} = 130,352 \cdot \sin \left(418,7 \cdot t + 28,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right) .$$

Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = j \cdot 5\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 5 \cdot 6,28 = j \cdot 31,4 = 31,4 \angle 90^\circ ;$$

$$\underline{Z}_B^{(5)} = j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) = j \cdot \left(5 \cdot 31,4 - \frac{63,69}{5} \right) = j \cdot 2,962 = 2,962 \angle 90^\circ ;$$

$$\underline{Z}_C^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 45 + j \cdot 5 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 15,7 = 47,66 \angle 19,2^\circ .$$

Напруга зміщення нейтралі, В:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mO_1O}^{(5)} &= \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(5)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(5)}}} = \frac{\frac{-2,91 \angle 0^\circ}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle 120^\circ}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{-2,91 \angle -120^\circ}{47,66 \angle 19,2^\circ}}{\frac{1}{31,4 \angle 90^\circ} + \frac{1}{2,962 \angle 90^\circ} + \frac{1}{47,66 \angle 19,2^\circ}} = \\ &= 2,338 \angle -69^\circ = 0,8379 - j \cdot 2,1827 . \end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола, А:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mA}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{-2,91 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{31,4 \angle 90^\circ} = \\ &= 0,138 \angle 59,8^\circ = 0,0694 + j \cdot 0,1193 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mB}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{1,455 - j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{2,962 \angle 90^\circ} = \\ &= 0,237 \angle -118,7^\circ = -0,1138 - j \cdot 0,2079 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mC}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{1,455 + j \cdot 2,5201 - 0,8379 + j \cdot 2,1827}{47,66 \angle 19,2^\circ} = \\ &= 0,0995 \angle 63,3^\circ = 0,0447 + j \cdot 0,0889 . \end{aligned}$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0$.

$$0,0694 + j \cdot 0,1193 - 0,1138 - j \cdot 0,2079 + 0,0447 + j \cdot 0,0889 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола:

$$i_A^{(5)} = 0,138 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_B^{(5)} = 0,237 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C^{(5)} = 0,0995 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot j \cdot 5\omega \cdot L - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C}\right) = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot (5\omega \cdot L) \angle 90^\circ -$$

$$- \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \left(\frac{1}{5\omega \cdot C}\right) \angle -90^\circ = 0,138 \angle 59,8^\circ \cdot 15,7 \angle 90^\circ - 0,237 \angle -118,7^\circ \cdot 12,74 \angle -90^\circ =$$

$$= 0,775 - j \cdot 0,36 = 0,855 \angle -24,9^\circ.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(5)} = 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(3)} = j \cdot 3\omega \cdot 2 \cdot L = j \cdot 3 \cdot 6,28 = j \cdot 18,84 = 18,84 \angle 90^\circ;$$

$$\underline{Z}_B^{(3)} = j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C}\right) = j \cdot \left(3 \cdot 3,14 - \frac{63,69}{3}\right) = -j \cdot 11,81 = 11,81 \angle -90^\circ;$$

$$\underline{Z}_C^{(3)} = R + j \cdot 3\omega \cdot L = 45 + j \cdot 3 \cdot 3,14 = 45 + j \cdot 9,42 = 45,98 \angle 11,8^\circ.$$

Напруга зміщення нейтралі враховуючи, що $\underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ$,
дорівнює, В:

$$\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} = \frac{\frac{\underline{E}_{mA}^{(3)}}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mB}^{(3)}}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{\underline{E}_{mC}^{(3)}}{\underline{Z}_C^{(3)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} \cdot \left(\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}} \right)}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(3)}}} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)} = 8,09 \angle 0^\circ.$$

Струми віток кола дорівнюють нулю:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{U}_{mO_1O}^{(3)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(3)}} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)} - \underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(3)}} = 0.$$

Напруга між точками m і n також дорівнює нулю:

$$\underline{U}_{mn}^{(3)} = \underline{I}_{mA}^{(3)} \cdot \underline{Z}_A^{(3)} - \underline{I}_{mB}^{(3)} \cdot \underline{Z}_B^{(3)} = 0.$$

Миттєві значення струмів і напруг (за принципом суперпозиції)

Миттєві значення струмів, А:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 1,409 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 1,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,138 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 59,8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 2,017 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 63,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,237 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 118,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 2,903 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 142,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,0995 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t + 63,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення напруг, В:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 130,352 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 28,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$\begin{aligned} u_{O_1O}(\omega t) &= u_{O_1O}^{(1)} + u_{O_1O}^{(3)} + u_{O_1O}^{(5)} = 73,616 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t - 6,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + \\ &+ 8,09 \cdot \sin\left(1256,1 \cdot t + 2,338 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 69^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)\right). \end{aligned}$$

Діючі значення струмів, А

$$I_A = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1,409}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,138}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,001;$$

$$I_B = \sqrt{\left(\frac{I_{mB}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mB}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,017}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,237}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,436;$$

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mC}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mC}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,903}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,0995}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2,054.$$

Діючі значення напруг, В

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{72,79}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-2,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 51,828;$$

$$U_{O_1O} = \sqrt{\left(\frac{U_{mO_1O}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mO_1O}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{73,616}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{8,09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,338}{\sqrt{2}}\right)^2} = 52,394;$$

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{126,042}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5,035}{\sqrt{2}}\right)^2} = 89,196.$$

Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = I_C^2 \cdot R = 2,054^2 \cdot 45 = 189,851 \text{ Вт}.$$

У цьому випадку маємо несиметричне навантаження, тому визначається тільки активна потужність.

Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Ряд Фур'є для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 130,352 \cdot \sin\left(418,7 \cdot t + 28,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,855 \cdot \sin\left(2093,5 \cdot t - 24,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В.}$$

Порядок побудови графіка $u_{mn}(\omega t)$ наведено в попередньому прикладі.

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в цьому випадку має певні нюанси: амплітуда п'ятої гармоніки набагато менша від амплітуди першої, а третя гармоніка відсутня, тому графік $u_{mn}(\omega t)$ (пунктирна лінія), по суті, повторює форму першої гармоніки. До речі, такий випадок доволі часто зустрічається у варіантах, де є п'ята гармоніка.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ наданий на рисунку 1.51.

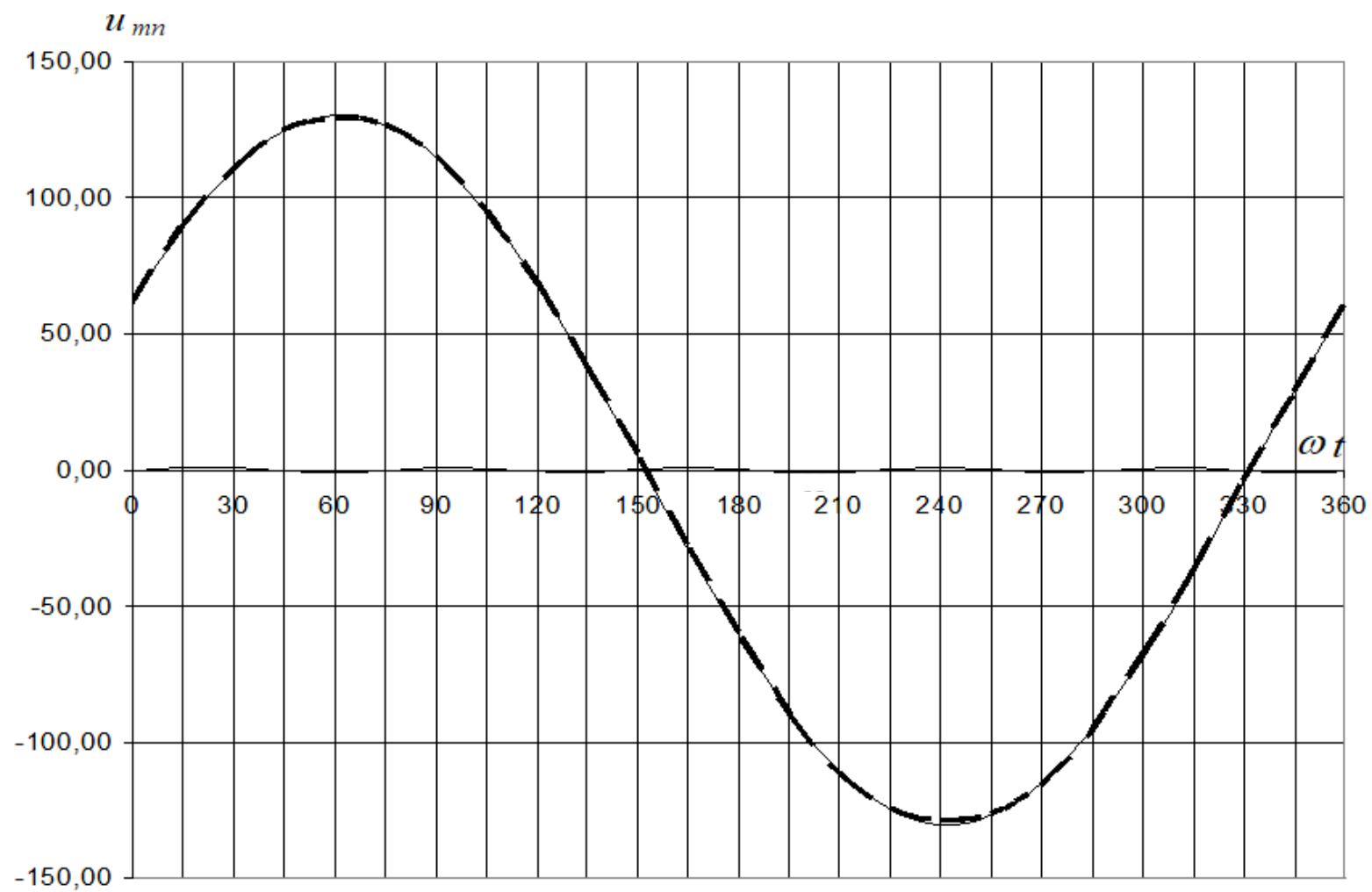
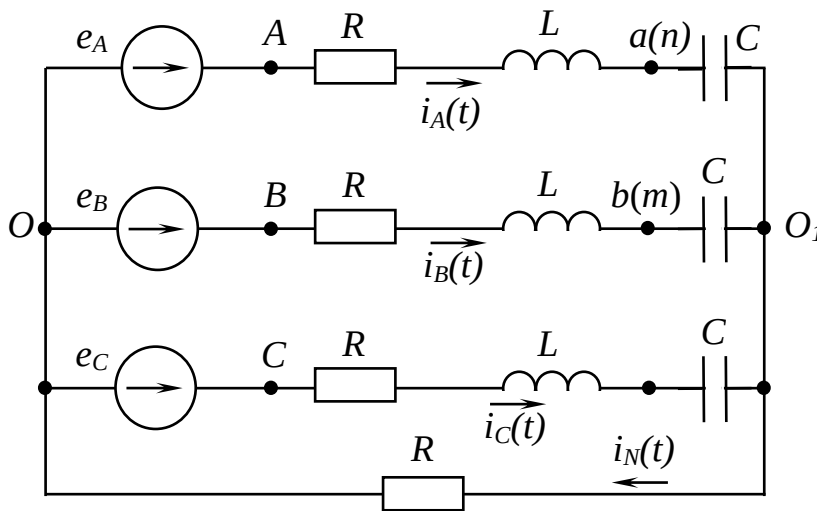


Рисунок 1.51 – Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

1.6 Приклад розрахунку № 3



Вихідні дані:

$$E_{Am} = 200 \text{ В};$$

$$R = 5 \text{ Ом};$$

$$L = 60 \text{ мГ};$$

$$C = 100 \text{ мкФ};$$

$$u_{mn} = u_{ba}.$$

Рисунок 1.52 – Розрахункова схема

Виконання

Нехай попередньо визначений ряд Фур'є $e_A(\omega t)$ має вигляд (містить непарні, тобто 1, 3, 5 і т. ін., синусні складові):

$$e_A(\omega t) = 189,3 \cdot \sin(157 \cdot t) + 92,4 \cdot \sin(471 \cdot t) - 10,3 \cdot \sin(785 \cdot t), \text{ В.}$$

Приклади отримання ряду Фур'є для кривих напруги живлення різної форми наведені в п. 1.4 і 1.5.

У цьому варіанті маємо з'єднання «зірка-зірка» з нульовим проводом, тому в струмах будуть присутні гармоніки, кратні трьом.

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС, В

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 189,3 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = -10,3 \angle 0^\circ = 10,3 \angle 180^\circ;$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 189,3 \angle -120^\circ; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = -10,3 \angle 120^\circ = 10,3 \angle -60^\circ;$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 189,3 \angle 120^\circ; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = 92,4 \angle 0^\circ; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = -10,3 \angle -120^\circ = 10,3 \angle 60^\circ.$$

Розрахунок першої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(157 \cdot 60 \cdot 10^{-3} - \frac{10^6}{157 \cdot 100} \right) = \\ = 5 - j \cdot 54,27 = 54,5 \angle -84,7^\circ \text{ Ом}.$$

Комплекси струмів віток кола, А:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 0^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle 84,7^\circ = 0,321 + j \cdot 3,455;$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = \frac{189,3 \angle -120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -35,3^\circ = 2,832 - j \cdot 2,005;$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{189,3 \angle 120^\circ}{54,5 \angle -84,7^\circ} = 3,47 \angle -155,3^\circ = -3,153 - j \cdot 1,45.$$

Перевірка за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0,321 + j \cdot 3,455 + 2,832 - j \cdot 2,005 - 3,153 - j \cdot 1,45 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$i_A^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t + 84,7^\circ); \quad i_B^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 35,3^\circ);$$

$$i_C^{(1)} = 3,47 \cdot \sin(157 \cdot t - 155,3^\circ).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \left(\underline{I}_{mB}^{(1)} - \underline{I}_{mA}^{(1)} \right) = 63,69 \angle -90^\circ \cdot (2,832 - j \cdot 2,005 - 0,321 - j \cdot 3,455) = \\ = 382,8 \angle -155,3^\circ.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(1)} = 382,8 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Розрахунок п'ятої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} &= R + j \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C}\right) = 5 + j \cdot \left(5 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{5}\right) = \\ &= 5 + j \cdot 34,36 = 34,72 \angle 81,7^\circ.\end{aligned}$$

Комплекси струмів віток кола, А:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{mA}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_A^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 180^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle 98,3^\circ = (-0,043 + j \cdot 0,297); \\ \underline{I}_{mB}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_B^{(5)}} = \frac{10,3 \angle -60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -141,7^\circ = (-0,235 - j \cdot 0,186); \\ \underline{I}_{mC}^{(5)} &= \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{10,3 \angle 60^\circ}{34,72 \angle 81,7^\circ} = 0,3 \angle -21,7^\circ = (0,279 - j \cdot 0,111).\end{aligned}$$

Перевірка за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = -0,043 + j \cdot 0,297 - 0,235 - j \cdot 0,186 + 0,279 - j \cdot 0,111 \approx 0.$$

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$\begin{aligned}i_A^{(5)} &= 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 98,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_B^{(5)} = 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 141,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \\ i_B^{(5)} &= 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 21,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).\end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{mn}^{(5)} &= -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(5)} - \underline{I}_{mA}^{(5)}) = 12,74 \angle -90^\circ \cdot (-0,235 - j \cdot 0,186 + +0,043 - j \cdot 0,297) = \\ &= 12,74 \angle -90^\circ \cdot 0,52 \angle -111,7^\circ = 6,6 \angle 158,3^\circ.\end{aligned}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(5)} = 6,6 \cdot \sin \left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right).$$

Розрахунок третьої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} &= R + j \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) = 5 + j \cdot \left(3 \cdot 9,42 - \frac{63,69}{3} \right) = \\ &= 5 + j \cdot 7,03 = 8,63 \angle 54,6^\circ \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_N^{(3)} = R = 5 = 5 \angle 0^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

При розрахунку струмів третьої гармоніки спочатку знаходять струм у нульовому проводі за формулою (методом двох вузлів, $\underline{U}_{mO_1O}^{(3)} \neq 0$):

$$\underline{I}_{mN}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3)}}{3}},$$

де $\underline{E}_{mA}^{(3)} = \underline{E}_{mB}^{(3)} = \underline{E}_{mC}^{(3)} = \underline{E}_{m\phi}^{(3)}$;

$$\underline{Z}_A^{(3)} = \underline{Z}_B^{(3)} = \underline{Z}_C^{(3)} = \underline{Z}_\phi^{(3)}.$$

Струми фаз знаходять за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{\underline{I}_{mN}^{(3)}}{3}.$$

Таким чином, для цього варіанта маємо комплекси струмів віток кола, А:

$$\underline{I}_{mN}^{(3)} = \frac{\underline{E}_{m\phi}^{(3)}}{\underline{Z}_N^{(3)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3)}}{3}} = \frac{92,4 \angle 0^\circ}{5 + \frac{5 + j \cdot 7,03}{3}} = 13,07 \angle -19,3^\circ = 12,335 - j \cdot 4,32.$$

$$\underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)} = \underline{I}_{mC}^{(3)} = \frac{13,07 \angle -19,3^\circ}{3} = 4,36 \angle -19,3^\circ = 4,115 - j \cdot 1,441.$$

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$i_A^{(3)} = i_B^{(3)} = i_C^{(3)} = 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_N^{(3)} = 13,07 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Напруга між точками m і n дорівнює нулю:

$$\underline{U}_{mn}^{(3)} = -j \cdot \frac{1}{3\omega \cdot C} \cdot (\underline{I}_{mB}^{(3)} - \underline{I}_{mA}^{(3)}) = 0, \text{ тому що } \underline{I}_{mA}^{(3)} = \underline{I}_{mB}^{(3)}.$$

Миттєві значення струмів і напруг (за принципом суперпозиції)

Миттєві значення струмів, А:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(3)} + i_A^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t + 84,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) +$$

$$+ 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 98,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(3)} + i_B^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 35,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) +$$

$$+ 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 141,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(3)} + i_C^{(5)} = 3,47 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) +$$

$$+ 4,36 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,3 \cdot \sin\left(785 \cdot t - 21,7^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_N(\omega t) = i_N^{(3)} = 13,07 \cdot \sin\left(471 \cdot t - 19,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 382,8 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 6,6 \cdot \sin\left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Діючі значення струмів, А:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,9;$$

$$I_N = \sqrt{\left(\frac{I_{mN}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{13,07}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,2.$$

Діючі значення напруг, В:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{382,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{\sqrt{2}}\right)^2} = 270,7;$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{189,3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{92,4}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-10,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 149,1.$$

Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R + I_N^2 \cdot R = 3 \cdot 3,9^2 \cdot 5 + 9,2^2 \cdot 5 = 651,4 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) + I_A^{(3)2} \cdot \left(3\omega \cdot L - \frac{1}{3\omega \cdot C} \right) + I_A^{(5)2} \cdot \left(5\omega \cdot L - \frac{1}{5\omega \cdot C} \right) \right] =$$

$$= 3 \cdot \left[\left(\frac{3,47}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot (-54,27) + \left(\frac{4,36}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 7,03 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 34,36 \right] = -775,1 \text{ ВАр}.$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 149,1 \cdot 3,9 = 1744,5 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{1744,5^2 - 651,4^2 - (-775,1)^2} = 1420,6 \text{ ВА}.$$

Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{1420,6}{1744,5} = 0,814 - \text{коефіцієнт викривлення};$$

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{651,4}{1744,5} = 0,373 - \text{еквівалентний коефіцієнт потужності системи}.$$

Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Ряд Фур'є для напруги між точками m і n, В:

$$u_{mn}(\omega t) = 382,8 \cdot \sin \left(157 \cdot t - 155,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right) + 6,6 \cdot \sin \left(785 \cdot t + 158,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right).$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в цьому випадку має ті ж самі нюанси, що і в попередньому прикладі (п. 1.5). Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ подано на рисунку 1.53.

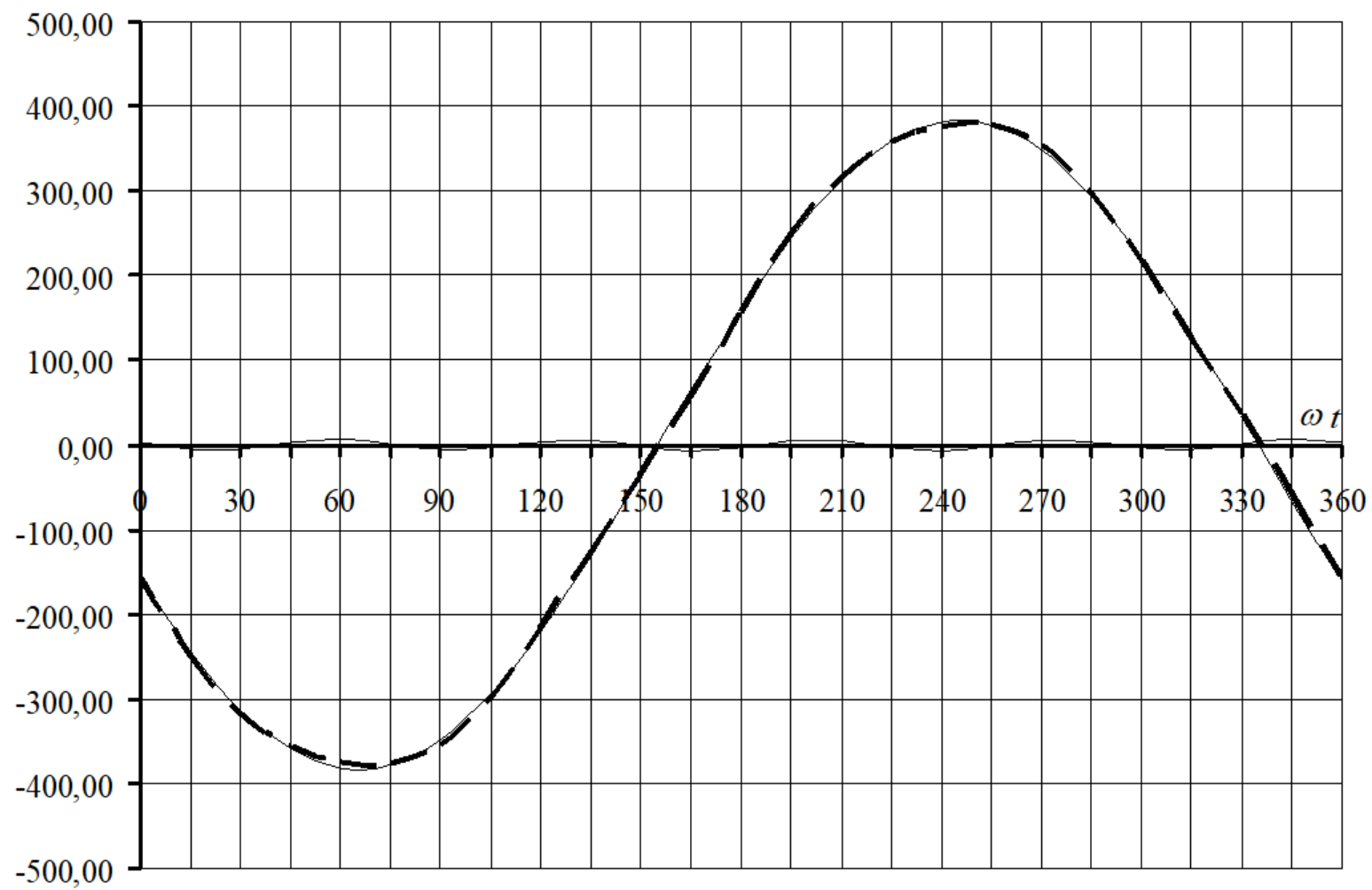


Рисунок 1.53 – Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

1.7 Приклад розрахунку № 4

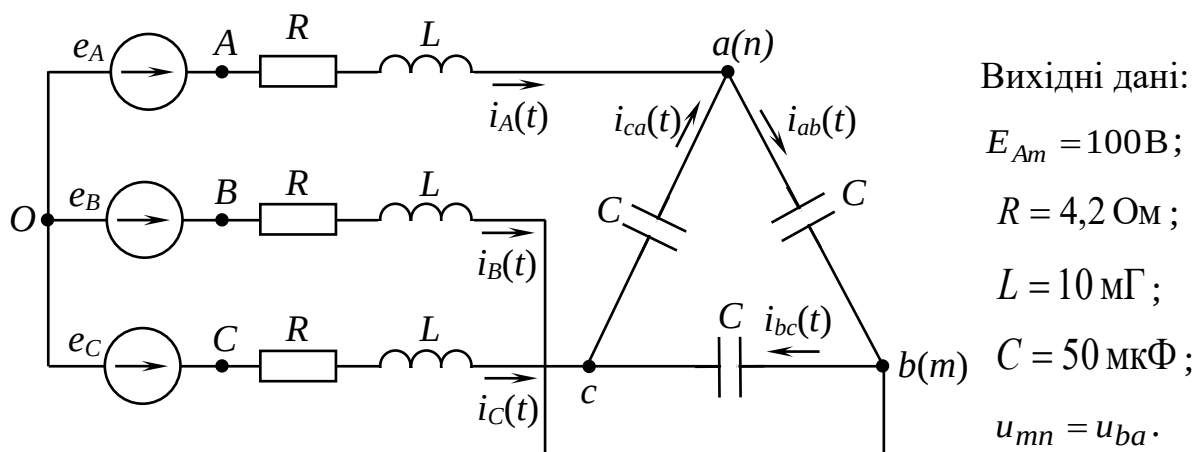


Рисунок 1.54 – Розрахункова схема

Виконання

Нехай попередньо знайдений ряд Фур'є $e_A(\omega t)$ містить непарні, тобто 1, 3, 5 і т. ін., синусні складові і має вигляд:

$$e_A(\omega t) = 81,1 \cdot \sin(314 \cdot t) - 9 \cdot \sin(942 \cdot t) + 3,2 \cdot \sin(1570 \cdot t), \text{ В.}$$

Приклади отримання ряду Фур'є для кривих живильної напруги різної форми наведені в п. 1.4 і 1.5.

У цьому варіанті маємо з'єднання «зірка-трикутник», тому в струмах будуть відсутні гармоніки, кратні трьом (вони є тільки в схемах, де присутнє з'єднання навантаження зіркою та нульовий провід).

У вихідній схемі на рисунку 1.54 маємо втрати в лініях, тому $u_{AB}(\omega t) \neq u_{ab}(\omega t)$ і т. ін.

Для розрахунку подібних схем спочатку необхідно:

- перетворити «трикутник» навантаження на еквівалентну «зірку» (рис. 1.55);
- визначити лінійні струми $i_A(\omega t)$, $i_B(\omega t)$, $i_C(\omega t)$;

– за другим законом Кірхгофа визначити напруги на фазах навантаження $u_{ab}(\omega t)$, $u_{bc}(\omega t)$, $u_{ca}(\omega t)$ (див. рис. 1.55);

– визначити фазні струми $i_{ab}(\omega t)$, $i_{bc}(\omega t)$, $i_{ca}(\omega t)$ за законом Ома.

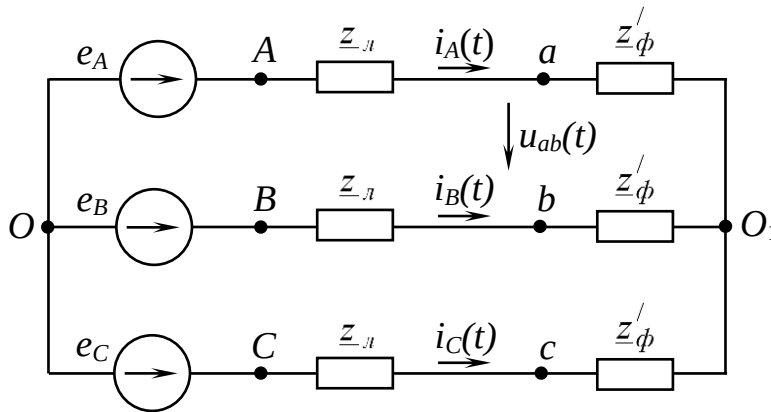


Рисунок 1.55 – Перетворення «трикутника» опорів на еквівалентну «зірку»

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС, В

$$\underline{E}_{mA}^{(1)} = 81,1 \angle 0^\circ ; \quad \underline{E}_{mA}^{(3)} = -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ ; \quad \underline{E}_{mA}^{(5)} = 3,2 \angle 0^\circ ;$$

$$\underline{E}_{mB}^{(1)} = 81,1 \angle -120^\circ ; \quad \underline{E}_{mB}^{(3)} = -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ ; \quad \underline{E}_{mB}^{(5)} = 3,2 \angle 120^\circ ;$$

$$\underline{E}_{mC}^{(1)} = 81,1 \angle 120^\circ ; \quad \underline{E}_{mC}^{(3)} = -9 \angle 0^\circ = 9 \angle 180^\circ ; \quad \underline{E}_{mC}^{(5)} = 3,2 \angle -120^\circ .$$

Розрахунок першої гармоніки

Опір віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = \underline{Z}_l^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 5,24 \angle 36,8^\circ ;$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(1)} = \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = \underline{Z}_\phi^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{10^6}{314 \cdot 50} = -j \cdot 63,69 = 63,69 \angle -90^\circ ;$$

$$\underline{Z}_\phi'^{(1)} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_\phi^{(1)}}{3} = \frac{63,69 \angle -90^\circ}{3} = 21,23 \angle -90^\circ = -j \cdot 21,23 .$$

Комплекси лінійних струмів кола, А:

$$\underline{I}_{mA}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 3,14 - j \cdot 21,23} = 4,37 \angle 76,9^\circ = 0,99 + j \cdot 4,256 ;$$

$$\underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle -120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -43,1^\circ = (3,191 - j \cdot 2,986) ;$$

$$\underline{I}_{mC}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_l^{(1)} + \underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{81,1 \angle 120^\circ}{18,57 \angle -76,9^\circ} = 4,37 \angle -163,1^\circ = (-4,181 - j \cdot 1,27) .$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0,99 + j \cdot 4,256 + 3,191 - j \cdot 2,986 - 4,181 - j \cdot 1,27 \approx 0 .$

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа), В:

$$\underline{U}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \underline{Z}_\phi^{(1)} = \underline{Z}_\phi^{(1)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)}) = 21,23 \angle -90^\circ \cdot (0,99 + j \cdot 4,256 - 3,191 + j \cdot 2,986) = 160,71 \angle 16,9^\circ \text{ В} .$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(1)} = 160,71 \angle -103,1^\circ \text{ В} ; \quad \underline{U}_{mca}^{(1)} = 160,71 \angle 136,9^\circ \text{ В} .$$

Комплекси фазних струмів кола, А:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 16,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle 106,9^\circ = -0,733 + j \cdot 2,411 ;$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle -103,1^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -13,1^\circ = 2,454 - j \cdot 0,571 ;$$

$$\underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(1)}}{\underline{Z}_\phi^{(1)}} = \frac{160,71 \angle 136,9^\circ}{63,69 \angle -90^\circ} = 2,52 \angle -133,1^\circ = -1,722 - j \cdot 1,84 .$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mca}^{(1)}$ і т. ін.

У цьому випадку, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і застосувати формулу (для прямого

чергування фаз) $\underline{I}_{m\ell}^{(1)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(1)} \angle -30^\circ \text{ А}$. Таким чином, $\underline{I}_{m\phi}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{m\ell}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ А}$.

Застосуємо цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = \frac{4,37 \angle 76,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = 2,52 \angle 106,9^\circ.$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(1)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(1)}$.

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$i_A^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_B^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 43,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C^{(1)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_{ab}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 106,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_{bc}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(157 \cdot t - 13,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_{ca}^{(1)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 133,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(1)} = \underline{U}_{mba}^{(1)} = -\underline{U}_{mab}^{(1)} = -160,71 \angle 16,9^\circ = 160,71 \angle -163,1^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(1)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Розрахунок n 'ятої гармоніки

Опори віток кола, Ом:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = \underline{Z}_n^{(5)} &= R + j \cdot 5\omega \cdot L = 4,2 + j \cdot 5 \cdot 3,14 = \\ &= 4,2 + j \cdot 15,7 = 16,25 \angle 75^\circ; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(5)} = \underline{Z}_{bc}^{(5)} = \underline{Z}_{ca}^{(5)} = \underline{Z}_{\phi}^{(5)} = -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{63,69}{5} = -j \cdot 12,74 = 12,74 \angle -90^\circ ;$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)} &= \frac{\underline{Z}_{\phi}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)} + \underline{Z}_{\phi}^{(5)} + \underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_{\phi}^{(5)2}}{3 \cdot \underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}}{3} = \frac{12,74 \angle -90^\circ}{3} = \\ &= 4,25 \angle -90^\circ = -j \cdot 4,25 . \end{aligned}$$

Комплекси лінійних струмів кола, А:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_{\pi}^{(5)} + \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)}} = \frac{3,2 \angle 0^\circ}{4,2 + j \cdot 15,7 - j \cdot 4,25} = 0,26 \angle -69,9^\circ = (0,089 - j \cdot 0,244) ;$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_{\pi}^{(5)} + \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)}} = \frac{3,2 \angle 120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 50,1^\circ = (0,167 + j \cdot 0,199) \text{ A} ;$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_{\pi}^{(5)} + \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)}} = \frac{3,2 \angle -120^\circ}{12,2 \angle 69,9^\circ} = 0,26 \angle 170,1^\circ = (-0,256 + j \cdot 0,045) .$$

Перевірка:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0,089 - j \cdot 0,244 + 0,167 + j \cdot 0,199 - 0,256 + j \cdot 0,045 \approx 0 .$$

Комплекси напруг на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа), В:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mab}^{(5)} &= \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)} = \underline{Z}_{\phi}^{\prime(5)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)}) = 4,25 \angle -90^\circ \cdot (0,089 - \\ &- j \cdot 0,244 - 0,167 - j \cdot 0,199) = 1,91 \angle 170^\circ . \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(5)} = 1,91 \angle -70^\circ ; \underline{U}_{mca}^{(5)} = 1,91 \angle 50^\circ .$$

Комплекси фазних струмів кола, А:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 170^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle -100^\circ = -0,026 - j \cdot 0,148 ;$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle -70^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 20^\circ = 0,141 + j \cdot 0,051;$$

$$\underline{I}_{mca}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(5)}}{\underline{Z}_{\phi}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 50^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 140^\circ = -0,115 + j \cdot 0,096.$$

Перевірка – $\underline{I}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mca}^{(5)}$ і т. ін.

Як і для першої гармоніки, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і використовувати формулу для зворотного чергування фаз: $\underline{I}_{m\ell}^{(5)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\phi}^{(5)} \angle 30^\circ \text{ А}$. Таким чином,

$$\underline{I}_{m\phi}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{m\ell}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ А}.$$

Використаємо цю формулу для перевірки одного зі струмів:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{0,26 \angle -69,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \approx 0,15 \angle -100^\circ \text{ А}.$$

Аналогічно для $\underline{I}_{mbc}^{(5)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(5)}$.

Миттєві значення струмів віток кола, А:

$$i_A^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 69,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_B^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C^{(5)} = 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_{ab}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 100^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_{bc}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right); \quad i_{ca}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 140^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Комплекс напруги між точками m і n , В:

$$\underline{U}_{mn}^{(5)} = \underline{U}_{mba}^{(5)} = -\underline{U}_{mab}^{(5)} = -1,91 \angle 170^\circ = 1,91 \angle -10^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n , В:

$$u_{mn}^{(5)} = 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення струмів і напруг (за принципом суперпозиції)

Миттєві значення струмів, А:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 69,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 43,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 4,37 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 76,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,26 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 106,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 100^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

П;

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 133,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 0,15 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 140^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Миттєві значення напруг, В:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$u_{ab}(\omega t) = u_{ab}^{(1)} + u_{ab}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 16,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 170^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$u_{bc}(\omega t) = u_{bc}^{(1)} + u_{bc}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 103,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 70^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right);$$

$$u_{ca}(\omega t) = u_{ca}^{(1)} + u_{ca}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t + 136,9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t + 50^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right).$$

Діючі значення струмів, А:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,1;$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,52}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,79.$$

Діючі значення напруг, В:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mmn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mmn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65;$$

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = \sqrt{\left(\frac{U_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{160,71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1,91}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65;$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{81,1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3,2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 57,74.$$

Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 3,1^2 \cdot 4,2 = 121,09 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність:

$$\begin{aligned} Q &= 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \omega \cdot L + I_A^{(5)2} \cdot 5\omega \cdot L - I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} - I_{ab}^{(5)2} \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \right] = \\ &= 3 \cdot \left[\left(\frac{4,37}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 3,14 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 15,7 - \left(\frac{2,52}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 63,69 - \left(\frac{0,15}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 12,74 \right] = \\ &= 3 \cdot (-171,86) = -515,58 \text{ ВАр.} \end{aligned}$$

Повна потужність:

$$S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 3 \cdot 57,74 \cdot 3,1 = 536,98 \text{ ВА}.$$

Потужність викривлення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{536,98^2 - 121,09^2 - (-515,58)^2} = 88,67 \text{ ВА}.$$

Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення

Коефіцієнт викривлення:

$$k_c = \frac{T}{S} = \frac{88,67}{536,98} = 0,165.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{121,09}{536,98} = 0,226.$$

Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n

Згідно з завданням потрібно побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за певним аналітичним виразом. У цьому варіанті отримано вираз для напруги між точками m і n :

$$u_{mn}(\omega t) = 160,71 \cdot \sin\left(314 \cdot t - 163,1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) + 1,91 \cdot \sin\left(1570 \cdot t - 10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \text{ В}.$$

Побудова графіка $u_{mn}(\omega t)$ в цьому разі має ті ж самі нюанси, що і в попередніх прикладах (п. 1.5 та п. 1.6). П'яту гармоніку в цьому масштабі побудувати практично немає можливості.

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ наведений на рисунку 1.56.

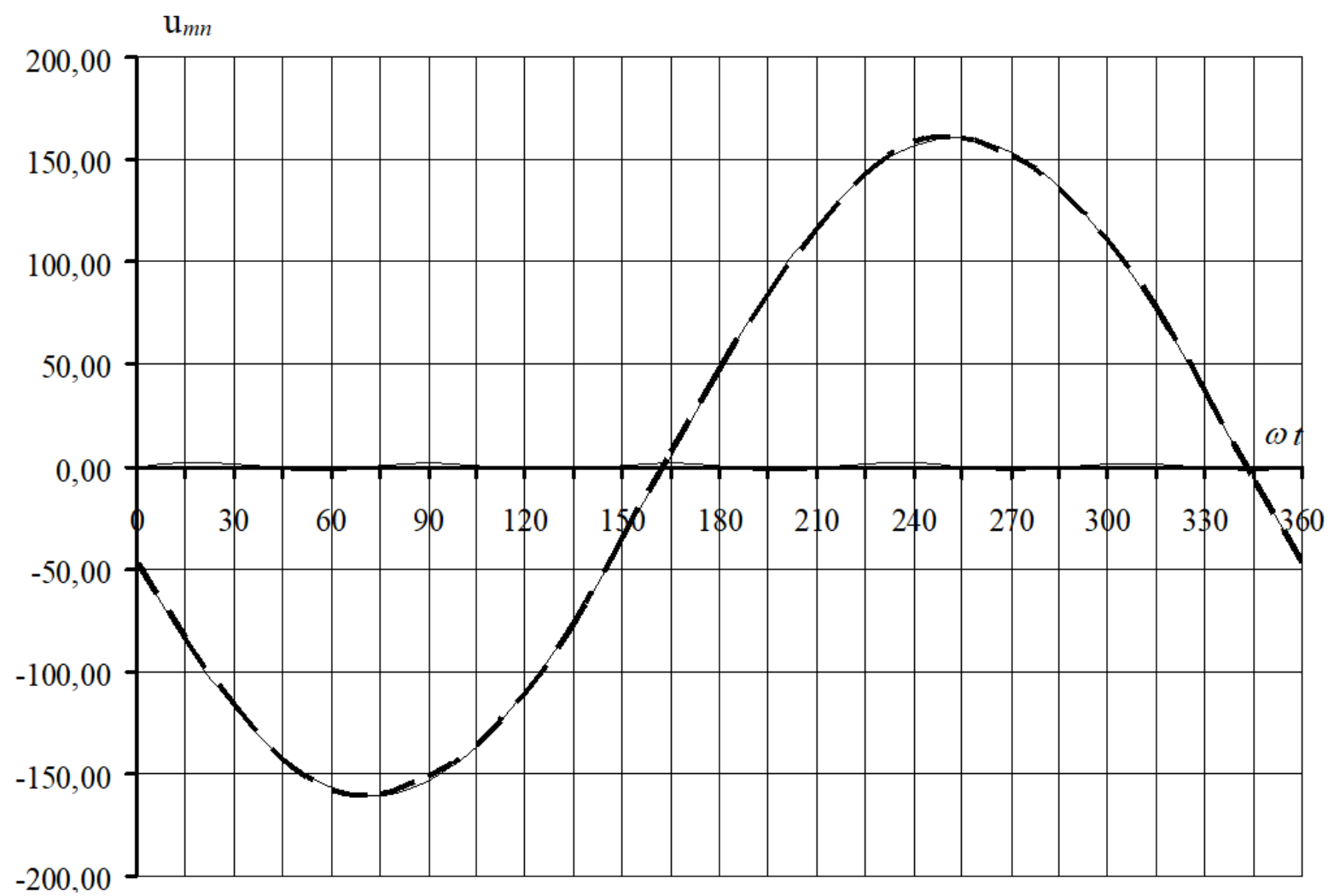


Рисунок 1.56 – Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$

Контрольні запитання

1. Дайте визначення періодичних несинусоїдних струмів і напруг та вкажіть режими роботи електричних кіл, що призводять до виникнення несинусоїдних струмів і напруг.
2. Поясніть, як проводять розклад в ряд Фур'є кривих геометрично неправильної форми.
3. Вкажіть особливості періодичних несинусоїдних кривих, що мають деякі види симетрії.
4. Дайте визначення середніх й діючих значень несинусоїдного струму і напруги. Поясніть особливості вимірювання несинусоїдних струмів і напруг амперметрами й вольтметрами різних систем.
5. Дайте визначення активної, реактивної, повної потужностей і потужності викривлення несинусоїдного струму.
6. Поясніть, як здійснюється розрахунок струмів й напруг у колах, де діють несинусоїдні джерела напруги або струму та зазначте особливості цього розрахунку.
7. Вкажіть, як проводиться заміна несинусоїдних струмів і напруг еквівалентними синусоїдними.
8. Вкажіть особливості резонансних явищ в колах несинусоїдного струму.
9. Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми «зірка-зірка» без нульового проводу (симетричне й несиметричне навантаження).
10. Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками, кратними трьом: розрахунок схеми «зірка-зірка» з нульовим проводом (симетричне й несиметричне навантаження).

2 ДРУГА ЧАСТИНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ»

2.1 Мета роботи

Метою виконання другої частини розрахунково-графічної роботи є:

- вивчити методику дослідження лінійних електричних кіл у перехідному режимі за допомогою класичного та операторного методів;
- навчитися визначати струми всіх віток кола при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу (кожен ключ замикається в той момент, коли перехідний процес від замикання попереднього ключа ще не закінчився і пройшов час, що дорівнює сталій часу τ попереднього перехідного процесу);
- навчитися визначати струм однієї з віток розгалуженого кола постійного струму в перехідному режимі за допомогою операторного методу;
- навчитися будувати графік залежності одного із струмів кола у функції часу $i(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів.

2.2 Підготовка до роботи

Підготовка до роботи полягає в такому:

- накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис. 2.1 ÷ 2.36);
- записати вихідні дані для розрахунку (табл. 2.1 та 2.2);
- накреслити три (або дві, якщо маємо варіанти з двома ключами) схеми електричних кіл при послідовному замиканні ключів;
- вказати додатні напрямки струмів у всіх трьох схемах, а також додатний напрямок напруги на окремих елементах кола;
- для кожної з трьох схем скласти характеристичне рівняння і визначити сталі часу τ_1 , τ_2 , τ_3 ;
- якщо корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, то

необхідно у якості сталої часу взяти $\tau = \frac{T}{8}$ (T – період коливального перехідного процесу; якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то сталу часу визначають як $\tau = \frac{1}{|p_{\min}|}$ ($|p_{\min}|$ – мінімальне за модулем значення кореня характеристичного рівняння).

2.3 Робоче завдання до другої частини РГР

Пункти робочого завдання:

1) визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та миттєві значення напруг на реактивних елементах при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу;

2) визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа операторним методом та порівняти його зі струмом $i_2(t)$, який знайдено за допомогою класичного методу;

3) побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів (для побудови графіка треба обчислити значення струму $i_1(t)$ за отриманими рівняннями з класичного методу для моментів часу в діапазонах $0-\tau_1$; $\tau_1-\tau_2$; $\tau_2-\tau_3$).

Приклади розрахунку наведені нижче. Студент повинен вибрати той приклад розрахунку, розрахункова схема якого найбільш схожа на його власну розрахункову схему.

Необхідно відмітити, що при визначенні миттєвих значень струмів та напруг фазовий зсув треба записувати в радіанах, тому що при побудові графіків залежностей (п. 3 робочого завдання) у відповідні аналітичні вирази вводять час у секундах. В такому випадку фазовий зсув може бути тільки в радіанах. До речі, якщо проводити побудову будь-якої тригонометричної часової залежності $f(t)$ за допомогою, наприклад, програм MS Excel або MathCad, то за замовчуванням програма «розуміє» аргумент функції в радіанах.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані, що залежать від номера групи

Параметри кола	Навчально-науковий інститут енергетичної інформаційної та транспортної інфраструктури													
	Номери груп													
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
$E, В$	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700
$L, мГ$	100	200	300	400	500	600	700	100	200	300	400	500	600	700

Таблиця 2.2 – Вихідні дані, що залежать від номера варіанта

Варіант	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$C, мкФ$													
				Навчально-науковий інститут енергетичної інформаційної та транспортної інфраструктури													
				Номери груп													
				1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	25	25	25	40	50	60	70	80	85	95	90	100	110	120	130	140	150
2	25	25	25	50	60	70	80	90	95	105	100	110	120	130	140	150	160
3	25	25	25	60	70	80	90	100	105	115	110	120	130	140	150	160	170
4	25	25	25	70	80	90	100	110	115	125	120	130	140	150	160	170	180
5	25	25	25	80	90	100	110	120	125	135	130	140	150	160	170	180	190
6	25	25	25	90	100	110	120	130	135	145	140	150	160	170	180	190	200
7	50	50	50	100	110	120	130	140	145	155	150	160	170	180	190	200	210
8	0	50	50	110	120	130	140	150	155	165	160	170	180	190	200	210	220
9	50	50	0	120	130	140	150	160	165	175	170	180	190	200	210	220	230
10	25	0	25	130	140	150	160	170	175	185	180	190	200	210	220	230	240

Продовження таблиці 2.2

1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11	25	0	25	140	150	160	170	180	185	195	190	200	210	220	230	240	250
12	50	50	0	150	160	170	180	190	195	205	200	210	220	230	240	250	260
13	0	50	50	160	170	180	190	200	205	215	210	220	230	240	250	260	270
14	50	50	0	170	180	190	200	210	215	225	220	230	240	250	260	270	280
15	25	0	25	180	190	200	210	220	225	235	230	240	250	260	270	280	290
16	25	0	25	190	200	210	220	230	235	245	240	250	260	270	280	290	300
17	45	45	45	200	210	220	230	240	245	255	250	260	270	280	290	300	310
18	50	50	50	210	220	230	240	250	255	265	260	270	280	290	300	310	320
19	50	0	0	220	230	240	250	260	265	275	270	280	290	300	310	320	330
20	0	0	50	230	240	250	260	270	275	285	280	290	300	310	320	330	340
21	50	0	0	240	250	260	270	280	285	295	290	300	310	320	330	340	350
22	0	0	50	250	260	270	280	290	295	305	300	310	320	330	340	350	360
23	50	50	0	260	270	280	290	300	305	315	310	320	330	340	350	360	370
24	0	50	50	270	280	290	300	310	315	325	320	330	340	350	360	370	380
25	20	6	30	280	290	300	310	320	325	335	330	340	350	360	370	380	390
26	20	6	30	290	300	310	320	330	335	345	340	350	360	370	380	390	400
27	20	20	10	300	310	320	330	340	345	355	350	360	370	380	390	400	410
28	40	40	40	400	410	420	430	440	445	455	450	460	470	480	490	500	510
29	40	40	40	410	420	430	440	450	455	465	460	470	480	490	500	510	520
30	40	40	40	420	430	440	450	460	465	475	470	480	490	500	510	520	530
31	10	10	10	550	560	570	580	590	595	605	600	610	620	630	640	650	660
32	20	0	20	310	320	330	340	350	355	365	360	370	380	390	400	410	420
33	0	20	20	320	330	340	350	360	365	375	370	380	390	400	410	420	430
34	20	20	20	330	340	350	360	370	375	385	380	390	400	410	420	430	440
35	30	30	30	350	360	370	380	390	395	405	400	410	420	430	440	450	460
36	30	30	0	360	370	380	390	400	405	415	410	420	430	440	450	460	470

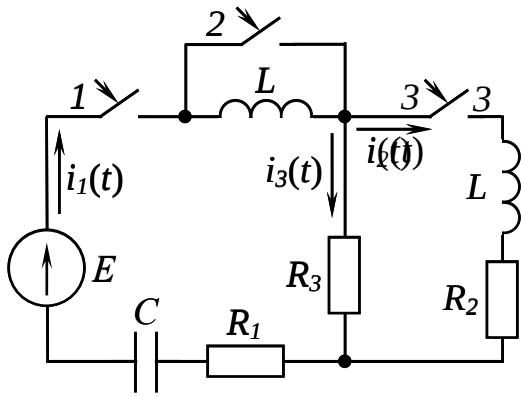


Рисунок 2.1 – Варіант 1

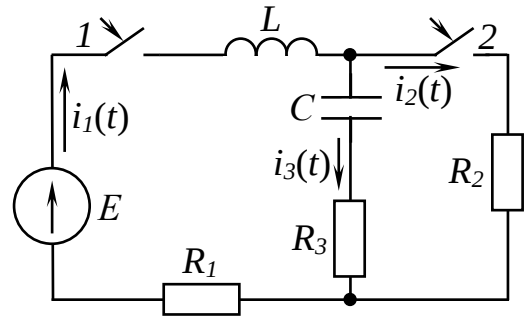


Рисунок 2.2 – Варіант 2

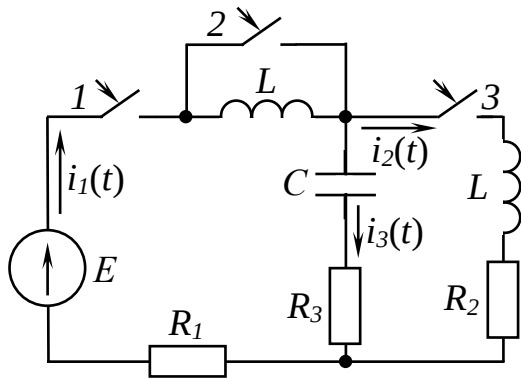


Рисунок 2.3 – Варіант 3

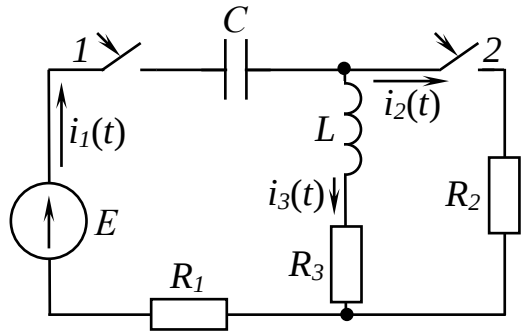


Рисунок 2.4 – Варіант 4

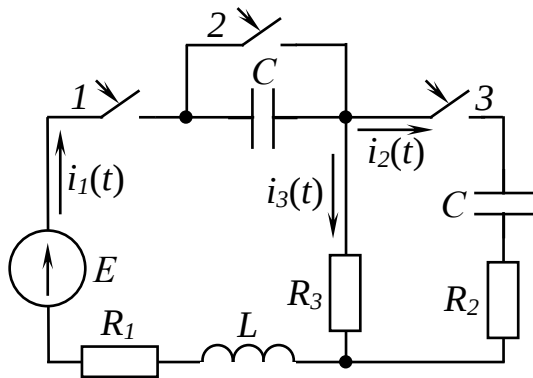


Рисунок 2.5 – Варіант 5

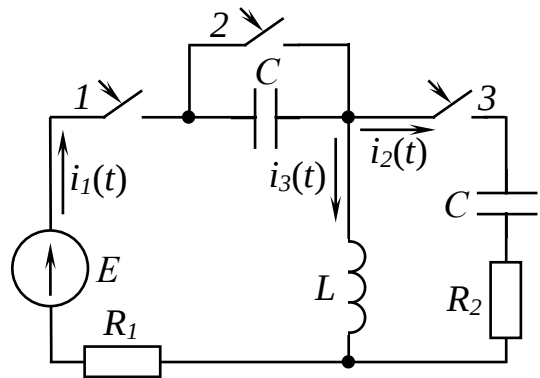


Рисунок 2.6 – Варіант 6

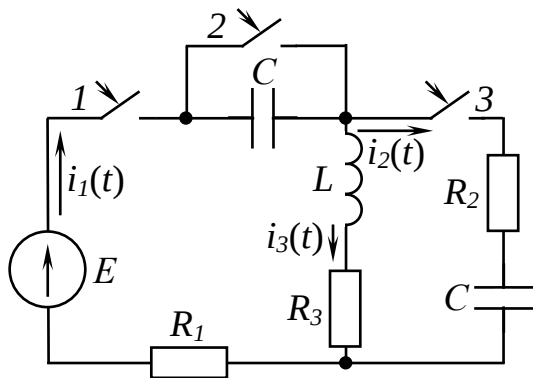


Рисунок 2.7 – Варіант 7

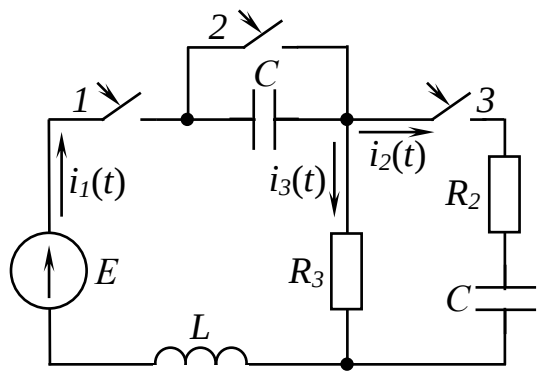


Рисунок 2.8 – Варіант 8

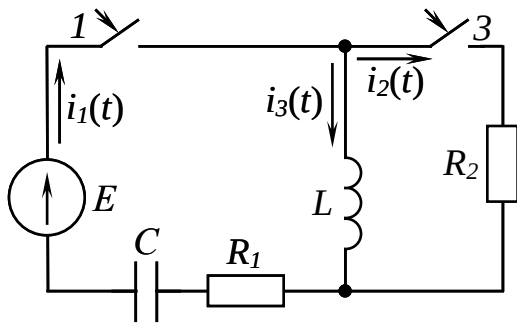


Рисунок 2.9 – Варіант 9

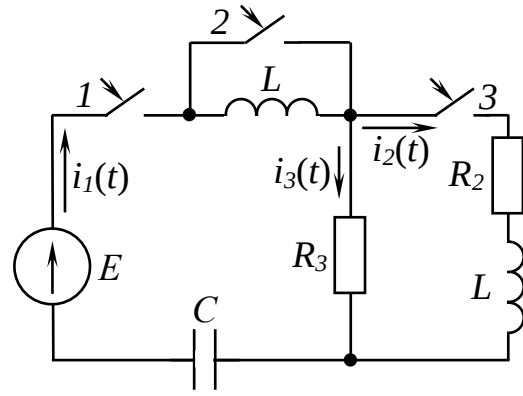


Рисунок 2.10 – Варіант 10

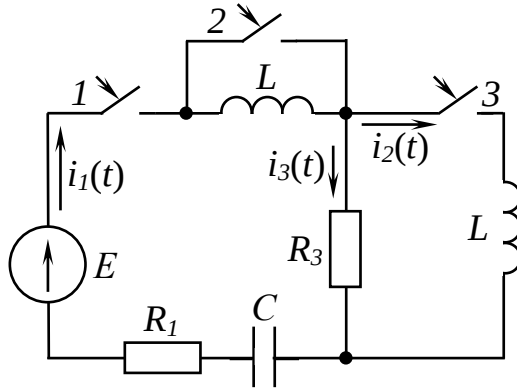


Рисунок 2.11 – Варіант 11

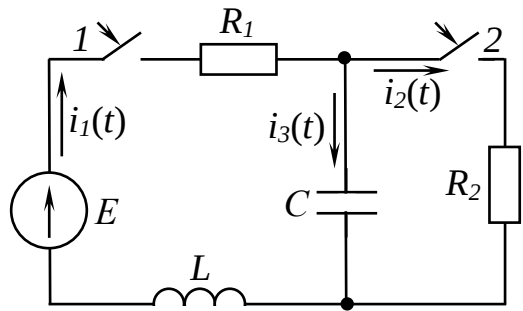


Рисунок 2.12 – Варіант 12

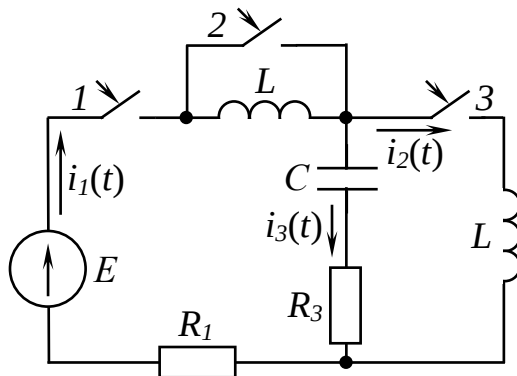


Рисунок 2.13 – Варіант 13

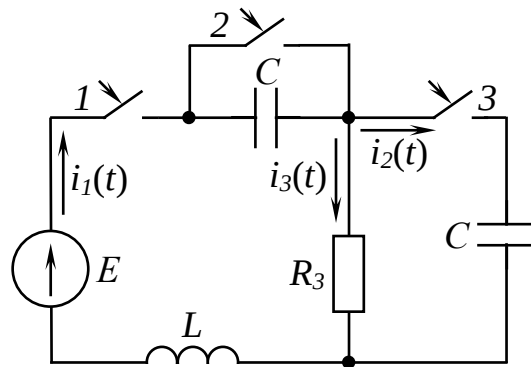


Рисунок 2.14 – Варіант 14

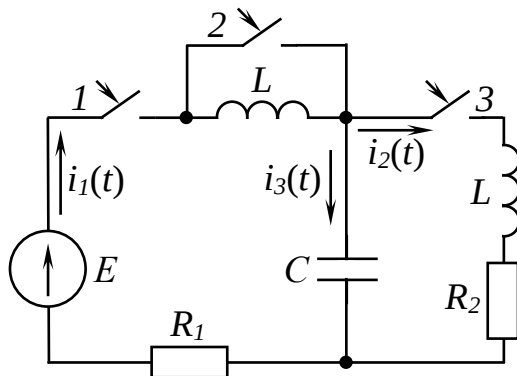


Рисунок 2.15 – Варіант 15

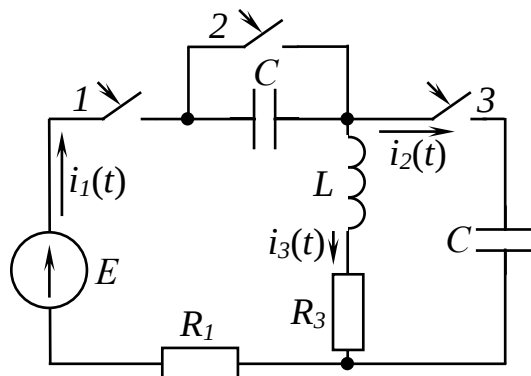


Рисунок 2.16 – Варіант 16

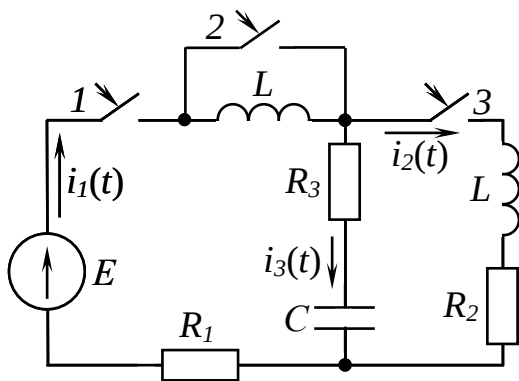


Рисунок 2.17 – Варіант 17

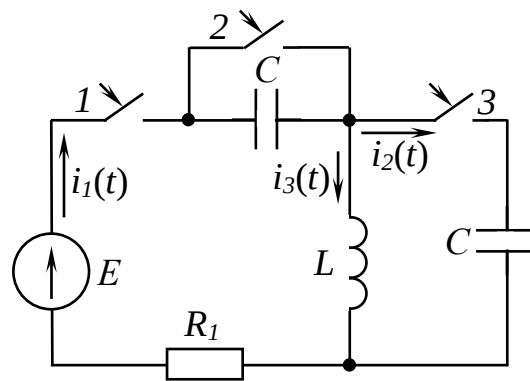


Рисунок 2.18 – Варіант 18

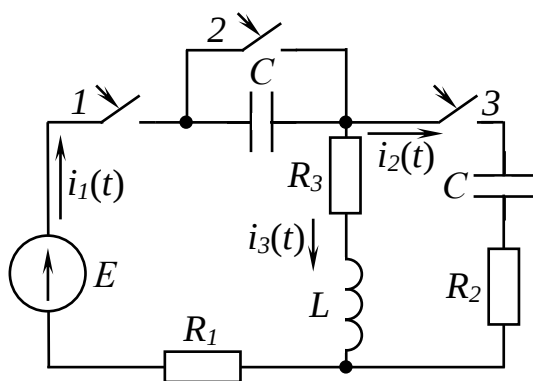


Рисунок 2.19 – Варіант 19

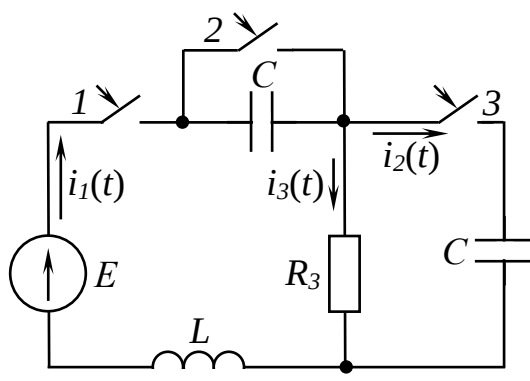


Рисунок 2.20 – Варіант 20

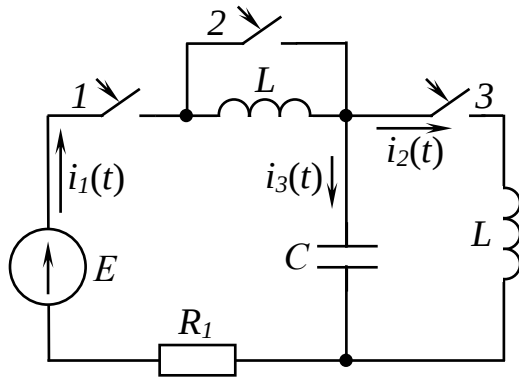


Рисунок 2.21 – Варіант 21

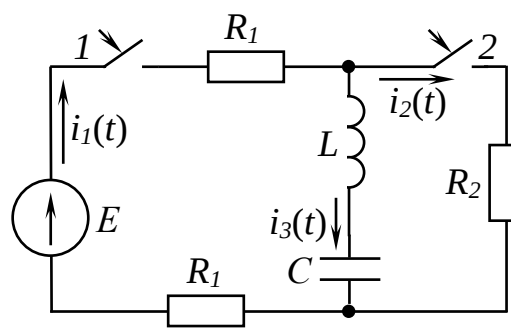


Рисунок 2.22 – Варіант 22

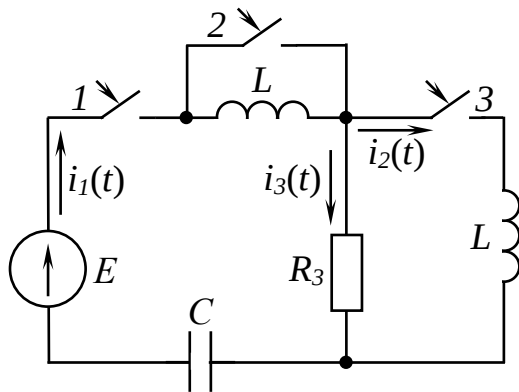


Рисунок 2.23 – Варіант 23

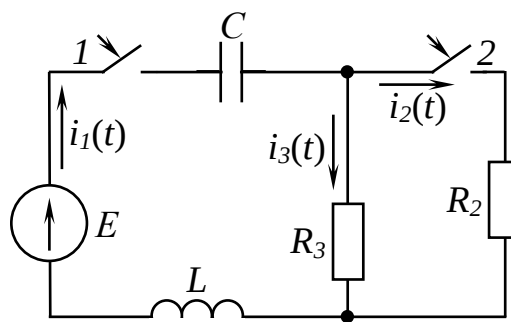


Рисунок 2.24 – Варіант 24

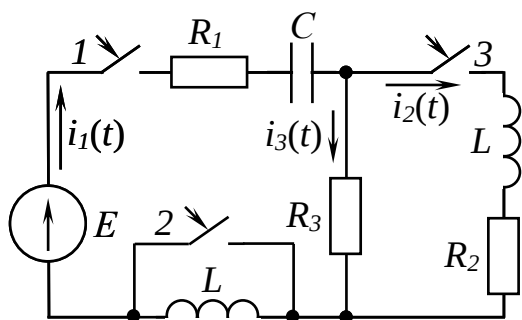


Рисунок 2.25 – Варіант 25

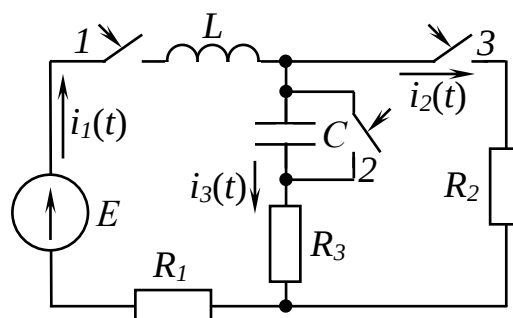


Рисунок 2.26 – Варіант 26

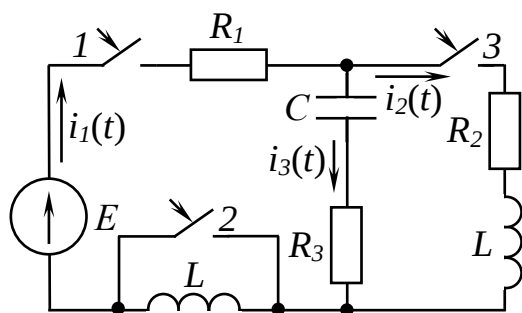


Рисунок 2.27 – Варіант 27

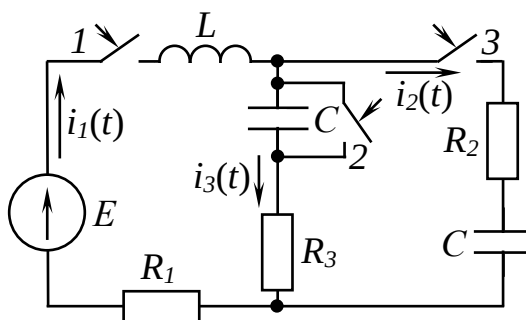


Рисунок 2.28 – Варіант 28

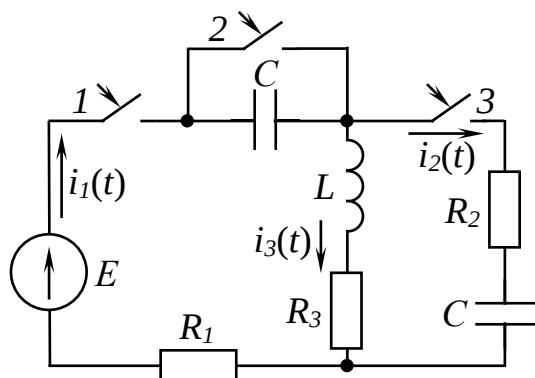


Рисунок 2.29 – Варіант 29

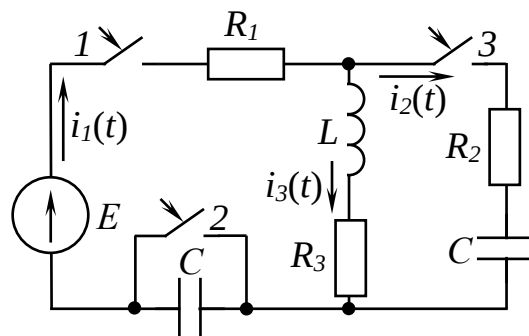


Рисунок 2.30 – Варіант 30

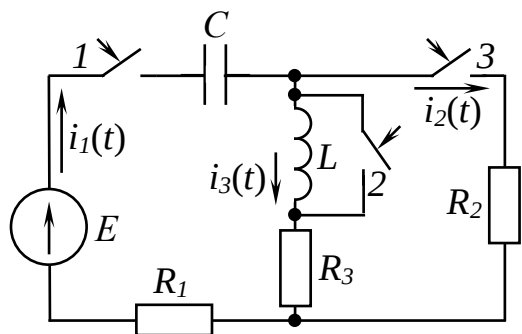


Рисунок 2.31 – Варіант 31

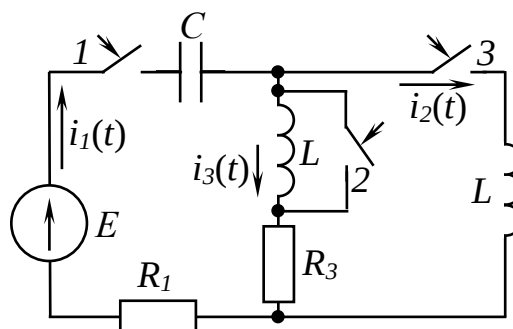


Рисунок 2.32 – Варіант 32

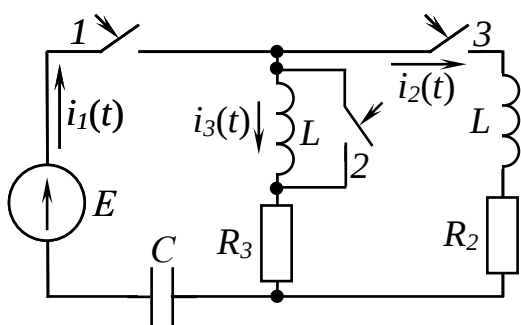


Рисунок 2.33 – Варіант 33

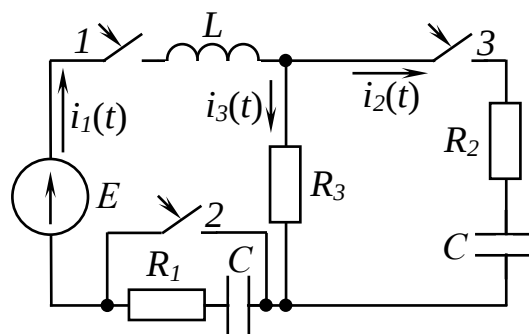


Рисунок 2.34 – Варіант 34

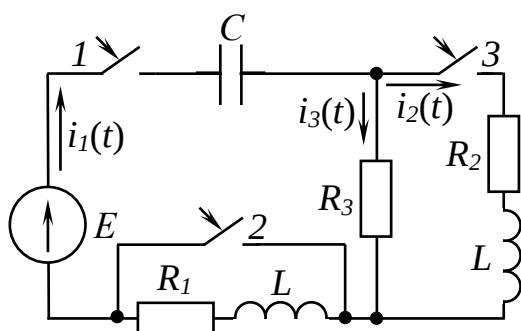


Рисунок 2.35 – Варіант 35

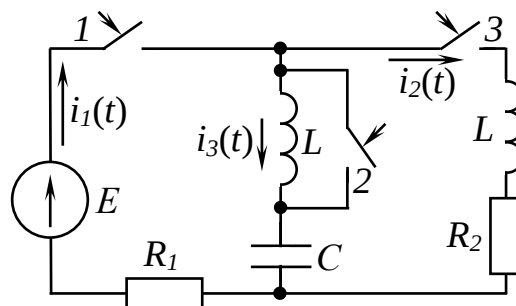


Рисунок 2.36 – Варіант 36

2.4 Приклад розрахунку № 1

Робоче завдання до РГР (частина 2)

1. Визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та миттєві значення напруг на реактивних елементах при послідовному замиканні трьох ключів за допомогою класичного методу.

2. Визначити миттєве значення струму другої вітки кола $i_2(t)$ при замиканні третього ключа операторним методом.

3. Побудувати графік миттєвого значення струму $i_1(t)$ в перехідному режимі при послідовному замиканні трьох ключів для моментів часу:

– $0, 0,25 \cdot \tau_1, 0,5 \cdot \tau_1, 0,75 \cdot \tau_1, \tau_1$;

– $0, 0,25 \cdot \tau_2, 0,5 \cdot \tau_2, 0,75 \cdot \tau_2, \tau_2$;

– $0, 0,25 \cdot \tau_3, 0,5 \cdot \tau_3, 0,75 \cdot \tau_3, \tau_3$.

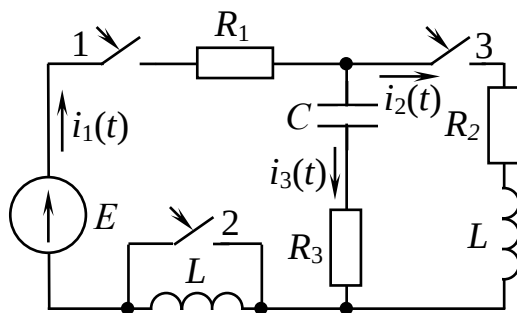


Рисунок 2.37 – Розрахункова схема

Вихідні дані:

$E = 600 \text{ В}$;

$L = 600 \text{ мГ}$;

$C = 340 \text{ мкФ}$;

$R_1 = 20 \text{ Ом}$;

$R_2 = 6 \text{ Ом}$;

$R_3 = 30 \text{ Ом}$.

Виконання

Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа

При замиканні першого ключа схема набуває вигляду – рисунок 2.38. Струми та напруги на окремих ділянках кола згідно з класичним методом при перехідному процесі необхідно знаходити у вигляді:

$$f(t) = f_{\text{вст}} + f_{\text{с}}(t), \quad (2.1)$$

де $f_{\epsilon}(t)$ – вільна складова функції струму або напруги, що залежить від ступеня і коренів характеристичного рівняння (параметрів кола) і, власне, характеризує перехідний процес;

$f_{вим}$ – вимушена складова функції струму або напруги, що характеризує електричне коло після закінчення перехідного процесу.

В цьому випадку досліджуване коло є колом постійного струму, в якому індуктивність є нескінченно малим опором, а ємність, навпаки, є нескінченно

великим опором, тобто розривом у відповідній вітці.

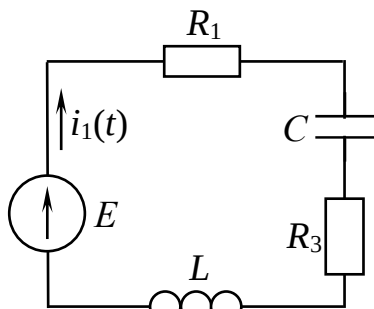


Рисунок 2.38 – Схема

при замиканні
ключа 1

Незалежні початкові умови за законами комутації – $u_C(0) = 0$ В, $i_1(0) = 0$ А.

Для визначення залежної початкової умови ($u_L(0)$) складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для моменту часу $t = 0$:

$$i_1(0) \cdot (R_1 + R_3) + u_C(0) + u_L(0) = E \Rightarrow u_L(0) = E \text{ В.}$$

Вимушені складові функцій $u_C(t)$, $i(t)$, $u_L(t)$ при $t \rightarrow \infty$ – $u_{Cвим} = E = 600$ В, $i_{Lвим} = 0$ А (маємо розрив кола на ємності); $u_{Lвим} = 0$ В (маємо «закорочування» на ділянці).

Для визначення вигляду вільних складових функцій $u_C(t)$, $i(t)$, $u_L(t)$ складемо і розв'яжемо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0; \quad (2.2)$$

$$L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0;$$

$$p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0;$$

$$p^2 + 83,3 \cdot p + 4902 = 0. \quad (2.3)$$

Дискримінант квадратного рівняння має від'ємне значення, тому корені комплексно-спряжені – $p_{1,2} = (-41,7 \pm j \cdot 56,3) \text{ с}^{-1}$.

Напруга на ємності $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$u_C(t) = u_{свим} + u_{C6}(t) = E + A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) = 600 + A \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha),$$

де A і α – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов, а їх кількість дорівнює ступеню характеристичного рівняння.

Для знаходження A і α використовуємо незалежні початкові умови. Маємо при $t = 0$:

$$u_C(0) = A \cdot \sin \alpha + 600 = 0 \quad (2.4)$$

З іншого боку:

$$i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-41,7t} \cdot [-41,7 \cdot \sin(56,3 \cdot t + \alpha) + 56,3 \cdot \cos(56,3 \cdot t + \alpha)]. \quad (2.5)$$

Якщо $t = 0$, то

$$i_1(0) = C \cdot A \cdot [-41,7 \cdot \sin \alpha + 56,3 \cdot \cos \alpha] = 0. \quad (2.6)$$

Маємо систему двох рівнянь (2.4) та (2.6), з якої знаходимо A і α :

$$\begin{cases} A \cdot \sin \alpha + 600 = 0 \\ A \cdot [-41,7 \cdot \sin \alpha + 56,3 \cdot \cos \alpha] = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cdot \sin \alpha = -600 \\ -600 \cdot (-41,7) + A \cdot 56,3 \cdot \cos \alpha = 0, \end{cases} \begin{cases} A \cdot \sin \alpha = -600 \\ A \cdot \cos \alpha = \frac{-25020}{56,3} = -444,41, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{-600}{-444,41} = 1,3501 \\ A = \frac{-600}{\sin \alpha}, \end{cases} \begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg} 1,3501 = 53,47^\circ = 0,93 \text{ рад.} \\ A = \frac{-600}{\sin \alpha} = -746,7 \text{ В.} \end{cases}$$

Таким чином:

$$u_C(t) = 600 - 746,7 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin(56,3 \cdot t + 0,93) \text{ В.} \quad (2.7)$$

Спростимо вираз (2) для $i_1(t)$ з урахуванням визначених A і використовуючи тригонометричну формулу:

$$D \cdot \sin \lambda \pm F \cdot \cos \lambda = \sqrt{D^2 + F^2} \cdot \sin(\lambda \pm \arctg F/D).$$

У цьому випадку:

$$i_1(t) = C \cdot A \cdot (-1) \cdot \sqrt{41,7^2 + 56,3^2} \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin\left(56,3 \cdot t + 0,93 - \arctg \frac{56,3}{41,7}\right).$$

Остаточно маємо:

$$i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3 \cdot t, \text{ А.} \quad (2.8)$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = \frac{6,28}{8 \cdot 56,3} = 0,0139 \text{ с} = 13,9 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.3:

Таблиця 2.3 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	0	3	5,1	6,4	7

Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа

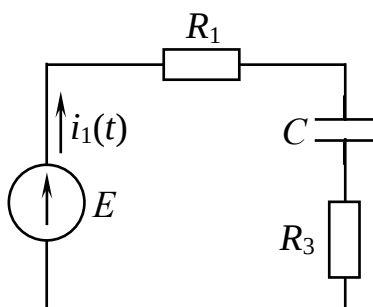


Рисунок 2.39 –
Схема при
замиканні ключа 2

При замиканні другого ключа схема набуває вигляду – рисунок 2.39.

Визначимо незалежні початкові умови:
 $u_C(0) = u_C(\tau_1) = 186 \text{ В.}$

Складемо і розв'яжемо характеристичне рівняння кола: $Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0, \quad (2.9)$

$$\text{Звідки} - p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -58,8 \text{ } 1/\text{с}.$$

Запишемо вираз для напруги $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів

характеристичного рівняння у загальному вигляді:

$$u_C(t) = u_{C\delta}(t) + u_{C\text{вим}} = A \cdot e^{-58,8 \cdot t} + u_{C\text{вим}}.$$

Розглянемо вимушений режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{C\text{вим}} = E = 600 \text{ В}; \quad i_{1\text{вим}} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

За допомогою незалежних початкових умов визначимо постійну інтегрування A . При $t = 0$ маємо:

$$u_C(0) = A + 600 = 186 \Rightarrow A = 186 - 600 = -414 \text{ В}.$$

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot A \cdot (-58,8) \cdot e^{-58,8 \cdot t}. \quad (2.10)$$

Остаточно маємо:

$$u_C(t) = 600 - 414 \cdot e^{-58,8 \cdot t}, \text{ В}; \quad (2.11)$$

$$i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8 \cdot t}, \text{ А}. \quad (2.12)$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{58,8} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.4.

Таблиця 2.4 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_2$	$0,5 \cdot \tau_2$	$0,75 \cdot \tau_2$	τ_2
$i_1(t), \text{ А}$	8,3	6,5	5	3,9	3,1

Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа

При замиканні третього ключа схема набуває вигляду – рисунок 2.40.

Незалежні початкові умови – $u_C(0) = u_C(\tau_2) = 447,7 \text{ В}; i_2(0) = 0 \text{ А}.$

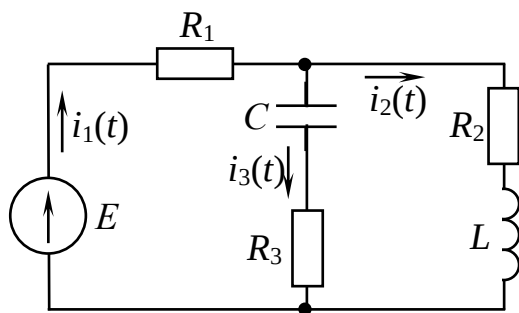


Рисунок 2.40 – Схема при
замиканні ключа 3

Складемо й розв'яжемо характе-
ристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3\right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень
маємо:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 88,8 \cdot p + 2549 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння (2.12) має від'ємне значення, тому
корені комплексно-спряжені:

$$p_{1,2} = -44,4 \pm j \cdot 24,1 \frac{1}{\text{с}}.$$

Знайдемо залежні початкові умови (за законами Кірхгофа для моменту
часу $t = 0$):

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_C(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) + i_2(0) \cdot R_2 = E \end{cases} \Rightarrow i_1(0) = i_3(0) = 3,05 \text{ A}; u_L(0) = 539 \text{ В}.$$

Спочатку (за аналогією з розрахунком перехідного процесу при замиканні
першого ключа) знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_C(t)$.

Розглянемо вимушений режим – рисунок 2.41 ($t \rightarrow \infty$). Струми і напруга
на ємності в цьому режимі:

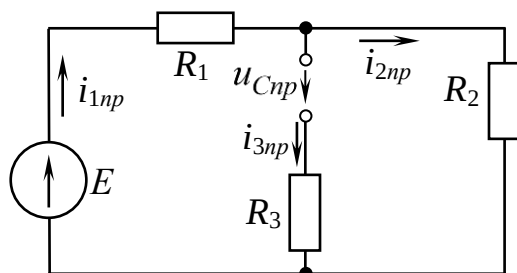


Рисунок 2.41 – Схема в
вимушеному режимі

$$i_{2\text{вим}} = i_{1\text{вим}} = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = 23,08 \text{ A};$$

$$u_{C\text{вим}} = i_{2\text{вим}} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{600}{20 + 6} \cdot 6 = 138,5 \text{ В};$$

$$i_{3\text{вим}} = 0 \text{ A}; u_{L\text{вим}} = 0 \text{ В}.$$

Маємо в загальному вигляді (диференціальна форма):

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C_{вим}} + u_{C_6}(t) = 138,5 + A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \alpha) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \alpha)] \end{cases}$$

В момент часу $t = 0$:

$$\begin{cases} u_C(0) = 138,5 + A \cdot \sin \alpha = 447,7 \\ i_3(0) = C \cdot A \cdot [-44,4 \cdot \sin \alpha + 24,1 \cdot \cos \alpha] = 3,05 \end{cases}$$

Звідки: $A = 992,9$ В, $\alpha = 0,32$ рад.

Спростивши вираз для $i_3(t)$, остаточно маємо:

$$u_C(t) = 138,5 + 992,9 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 0,32), \text{ В};$$

$$i_3(t) = 17,1 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96), \text{ А}.$$

Для визначення струму $i_2(t)$, як і в попередньому випадку, скористуємося

диференціальною формою для $u_L(t)$, а саме – $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$. Тоді маємо:

$$\begin{cases} i_2(t) = i_{2_{вим}} + i_{2_6}(t) = 23,1 + B \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) \\ u_L(t) = L \cdot B \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot [-44,4 \cdot \sin(24,1 \cdot t + \beta) + 24,1 \cdot \cos(24,1 \cdot t + \beta)] \end{cases}$$

З урахуванням початкових умов:

$$\begin{cases} i_2(0) = 0 = 23,1 + B \cdot \sin \beta \\ u_L(0) = 539 = L \cdot B \cdot [-44,4 \cdot \sin \beta + 24,1 \cdot \cos \beta] \end{cases} \Rightarrow \beta = 1,35 \text{ рад}, B = -23,7 \text{ А}.$$

Остаточно:

$$i_2(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35), \text{ А}.$$

Струм $i_1(t)$ знайдемо за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 23,1 - 23,7 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 1,35) +$$

$$+ 17,1 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t + 2,96) = 23,1 + e^{-44,4 \cdot t} \cdot [S],$$

де $[S] = -23,7 \cdot \sin(24,1t + 1,35) + 17,1 \cdot \sin(24,1t + 2,96) = 17,1 \angle 2,96 - 23,7 \angle 1,35 =$
 $= -16,819 + j \cdot 3,088 - 5,19 - j \cdot 23,125 = 29,8 \angle -2,4.$

Остаточно маємо:

$$i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1 \cdot t - 2,4), \text{ А.}$$

Постійна часу перехідного процесу:

$$\tau_3 = \frac{T_0}{8} = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega} = 0,0326 \text{ с} = 32,6 \text{ мс.}$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.5

Таблиця 2.5 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_3$	$0,5 \cdot \tau_3$	$0,75 \cdot \tau_3$	τ_3
$i_1(t), \text{ А}$	3,05	6,4	10	13,3	16,1

Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Маємо операторну схему заміщення – рисунок 2.42.

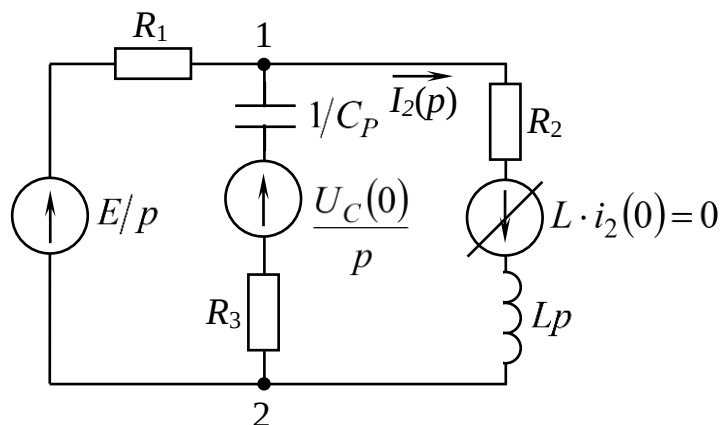


Рисунок 2.42 – Операторна схема заміщення

Початкові умови (див. класичний метод): $u_C(0) = u_C(\tau_2) = 447,7 \text{ В}$;
 $i_2(0) = 0 \text{ А}$ (тому і $L \cdot i_2(0) = 0$).

Операторний струм $I_2(p)$ можна визначити за допомогою будь-якого методу розрахунку складних електричних кіл, але тут найбільш доцільно використовувати метод двох вузлів. Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$U_{12}(p) = \frac{\frac{u_C(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} =$$

$$= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]}.$$

Струм $I_2(p)$ за законом Ома:

$$I_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} =$$

$$= \frac{C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} =$$

$$= \frac{p \cdot \frac{u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)}.$$

$$\text{Остаточно} - I_2(p) = \frac{p \cdot 898,5 + 58823,5}{p \cdot (p^2 + p \cdot 88,8 + 2549)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)}.$$

$$\text{Корені рівняння } F_2(p) = 0 \quad - \quad p_{1,2} = -44,4 \pm j \cdot 24,1 \text{ с}^{-1}.$$

Корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, тому оригінал струму шукаємо за теоремою розкладання у вигляді:

$$I_2(p) \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t}.$$

$$F_1(0) = 58823,5; F_2(0) = 2549;$$

$$\begin{aligned} F_1(p_1) &= 898,5 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 58823,5 = \\ &= 18930,1 + j \cdot 21653,9 = 28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}. \end{aligned}$$

Знайдемо похідну виразу $F_2(p)$ та підставимо в отриманий вираз корінь

$$p_1 = -44,4 + j \cdot 24,1 \text{ с}^{-1}.$$

$$F_2'(p) = 2 \cdot p + 88,8; F_2'(p_1) = 2 \cdot (-44,4 + j \cdot 24,1) + 88,8 = j \cdot 48,2 = 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}.$$

Перейдемо до оригіналу струму:

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{58823,5}{2549} + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85}}{(-44,4 + j \cdot 24,1) \cdot 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}} \cdot e^{(-44,4 + j \cdot 24,1)t} = \\ &= 23,1 + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85} \cdot e^{j \cdot 24,1t}}{50,519 \cdot e^{j \cdot 2,644} \cdot 48,2 \cdot e^{j \cdot 1,57}} \cdot e^{-44,4t} = 23,1 + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot 0,85} \cdot e^{j \cdot 24,1t}}{2435 \cdot e^{j \cdot 4,214}} \cdot e^{-44,4t} = \\ &= 23,1 + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{28761,8 \cdot e^{j \cdot (24,1t + 0,85)}}{2435 \cdot e^{-j \cdot 2,07}} \cdot e^{-44,4t} = 23,1 + 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \operatorname{Re} e^{(24,1t + 2,92)} = \\ &= 23,1 + 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \cos(24,1t + 2,92) = \underline{23,1 - 23,62 \cdot e^{-44,4t} \cdot \sin(24,1t + 1,35)}, \text{ А.} \end{aligned}$$

Тут застосовано формули $\cos \alpha = \sin(\alpha - 90)$, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$.

Таким чином, розрахунок проведено правильно (похибка не перевищує 5 %).

Якщо струм $i_2(t)$ не матиме вимушеної складової, то теорема розкладання матиме вигляд:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t}.$$

Якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні, то теорема розкладання матиме вигляд (у першому випадку є вимушена складова, а в другому – вимушеної складової немає):

$$1) I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1) \cdot p_1} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2) \cdot p_2} \cdot e^{p_2 \cdot t};$$

$$2) I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \div i_2(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

Варто зазначити, що при переході до оригіналу струму (особливо у випадку, коли струм $i_2(t)$ не має вимушеної складової) крім теореми розкладання можна також використовувати формули переходу. Також вираз для зображення струму можна за допомогою математичних перетворень, тобто розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами (розділ вищої математики «Операційне числення»), привести до стандартного вигляду (табл. 2.6).

Таблиця 2.6 – Оригінали і зображення функцій, які найбільш поширені в електротехніці ($k \neq 0$)

Ч. ч.	Оригінал	Зображення	№ з/п	Оригінал	Зображення
1	$k \cdot t^0 = k$	$\frac{k}{p}$	5	$k \cdot t \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{2 \cdot p \cdot a}{(p^2 + a^2)^2}$
2	$k \cdot e^{\alpha \cdot t}$	$\frac{k}{p - \alpha}$	6	$k \cdot t \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{(p^2 - a^2)}{(p^2 + a^2)^2}$
3	$k \cdot \sin at$	$k \cdot \frac{a}{p^2 + a^2}$	7	$k \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin \beta t$	$k \cdot \frac{\beta}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$
4	$k \cdot \cos at$	$k \cdot \frac{p}{p^2 + a^2}$	8	$k \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \cos \beta t$	$k \cdot \frac{p - \alpha}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$

Загальний вигляд розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами для різних випадків наведено в таблиці 2.7 (будь-який з коефіцієнтів може дорівнювати нулю).

Таблиця 2.7 – Розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами

Вимушеної складової немає	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1 \cdot p + k_2}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно- спряжені
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{k_1}{p - p_1} + \frac{k_2}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні
Є вимушена складова	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2 \cdot p + k_3}{(p - \alpha)^2 + \beta^2}$	корені характеристичного рівняння комплексно- спряжені
	$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}$	корені характеристичного рівняння дійсні й різні

Побудова графіка струму $i_1(t)$ у функції часу

Згідно з завданням необхідно побудувати графік струму $i_1(t)$ при послідовному замиканні трьох ключів. Таким чином, графік має три ділянки, на кожній з яких струм $i_1(t)$ має власний аналітичний вираз:

– ділянка 1, $i_1(t) = 17,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t} \cdot \sin 56,3t$;

– ділянка 2, $i_1(t) = 8,3 \cdot e^{-58,8 \cdot t}$;

– ділянка 3, $i_1(t) = 23,1 + 29,8 \cdot e^{-44,4 \cdot t} \cdot \sin(24,1t - 2,4)$.

Розрахункові точки для побудови графіка струму $i_1(t)$ – таблиця 2.8.

Таблиця 2.8 – Для побудови графіка струму $i_1(t)$

Час	Струм $i_1(t)$, А		
	Ділянка 1, $\tau_1 = 13,9$ мс	Ділянка 2, $\tau_2 = 17$ мс	Ділянка 3, $\tau_3 = 32,6$ мс
0	0	8,3	3,05
$0,25 \cdot \tau_i$	3	6,5	6,4
$0,5 \cdot \tau_i$	5,1	5	10
$0,75 \cdot \tau_i$	6,4	3,9	13,3
τ_i	7	3,1	16,1

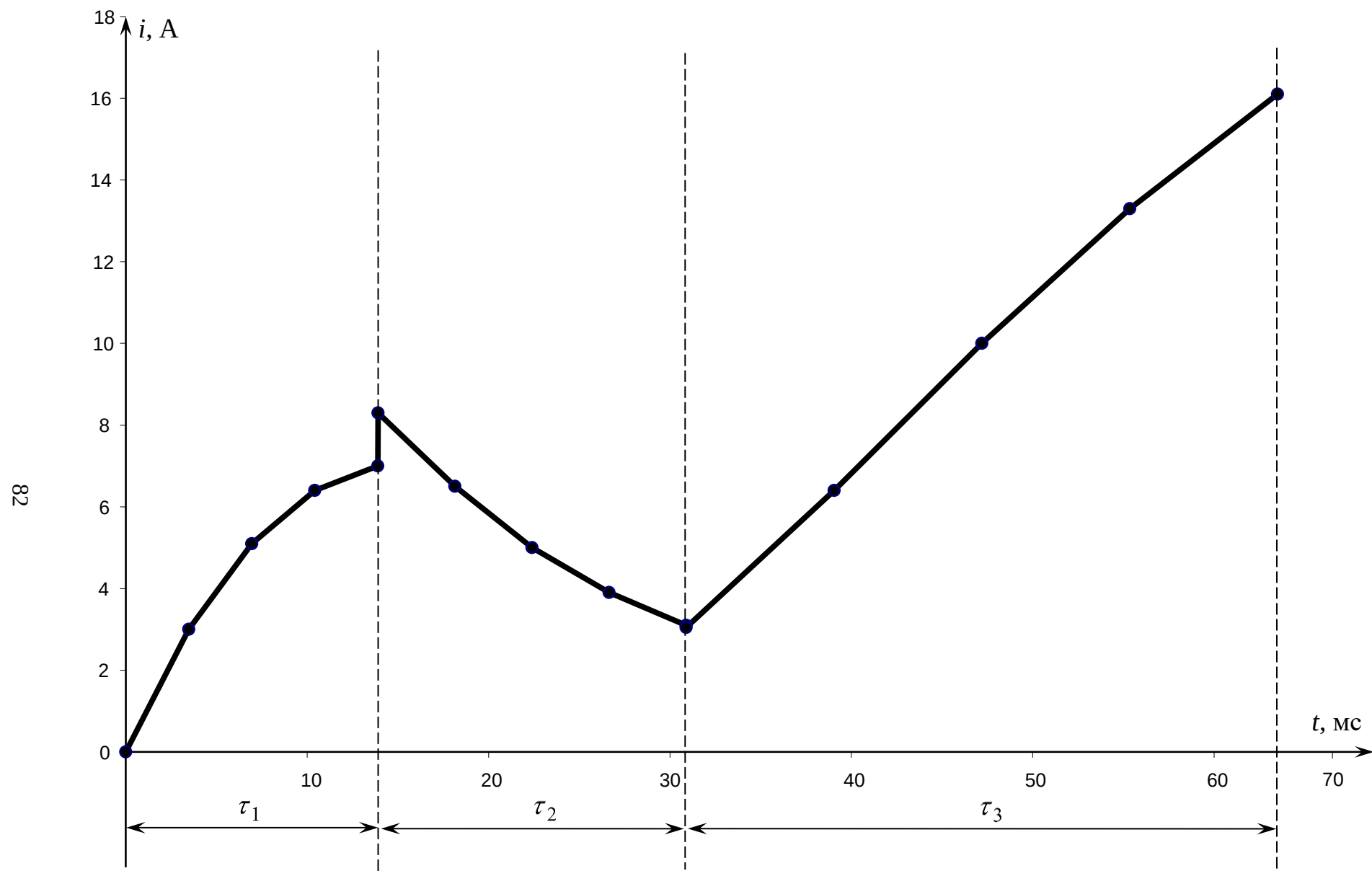


Рисунок 2.43 – Графік струму $i_1(t)$ для послідовного замикання трьох ключів

2.5 Приклад розрахунку № 2

Робоче завдання таке ж саме, як і для попереднього прикладу.

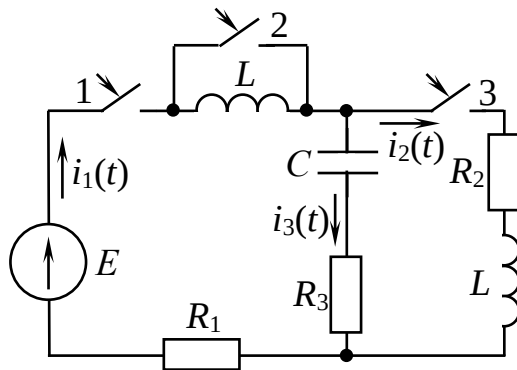


Рисунок 2.44 – Розрахункова схема

Вихідні дані:

$$E = 500 \text{ В};$$

$$L = 500 \text{ мГ};$$

$$C = 240 \text{ мкФ};$$

$$R_1 = 50 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 50 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 50 \text{ Ом}.$$

Виконання

Розрахунок перехідного процесу при замиканні першого ключа

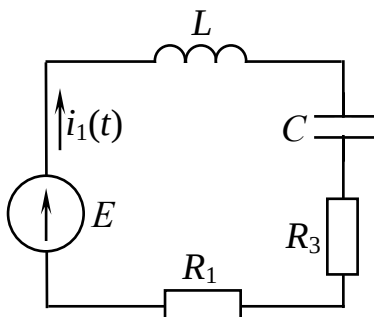


Рисунок 2.45 – Схема

при замиканні
ключа 1

Струми та напруги на окремих ділянках кола при перехідному процесі відповідно до класичного методу необхідно знаходити у вигляді:

$$f(t) = f_{\epsilon}(t) + f_{\text{вим}},$$

де $f_{\epsilon}(t)$ – вільна складова функції струму або напруги;

$f_{\text{вим}}$ – вимушена складова функції струму або напруги.

І в цьому прикладі досліджуване коло є колом постійного струму, в якому індуктивність є провідником з нескінченно малим опором, а ємність – нескінченно великим опором, тобто є розривом у відповідній вітці.

Визначимо незалежні початкові умови за законами комутації:

$$u_C(0) = 0 \text{ В}; \quad i_1(0) = 0 \text{ А}.$$

Складаємо й розв'язуємо характеристичне рівняння кола:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} + L \cdot p = 0;$$

$$L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 + R_3) \cdot C \cdot p + 1 = 0;$$

$$p^2 + \frac{(R_1 + R_3)}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} = 0;$$

$$p^2 + 200 \cdot p + 8333 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня: $p_1 = -140,8 \text{ c}^{-1}$; $p_2 = -59,2 \text{ c}^{-1}$.

Вирази для струму $i_1(t)$ і напруги $u_C(t)$ з урахуванням вигляду коренів характеристичного рівняння в загальному вигляді:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C\text{вим}} + u_{C\delta}(t) = u_{C\text{вим}} + A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \\ i_1(t) = i_{1\text{вим}} + i_{1\delta}(t) + i_{1np} = i_{1\text{вим}} + B_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + B_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \end{cases}$$

де A_1 і A_2 , B_1 і B_2 – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов.

У вимушеному режимі ($t \rightarrow \infty$) – $u_{C\text{вим}} = E = 500 \text{ В}$, $i_{1\text{вим}} = 0 \text{ А}$.

Для знаходження A і α використовуємо незалежні початкові умови.

У цьому випадку зручно скористатися диференціальною формою для струму – $i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$. Тоді маємо систему двох рівнянь з двома невідомими (A_1 і A_2):

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C\text{вим}} + u_{C\delta}(t) = 500 + A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \\ i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = (-140,8) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-140,8 \cdot t} - 59,2 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-59,2 \cdot t} \end{cases}$$

При $t = 0$ маємо:

$$\begin{cases} u_C(0) = A_1 + A_2 + 500 = 0 \\ i_1(0) = C \cdot (-140,8 \cdot A_1 - 59,2 \cdot A_2) = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = -500 \\ 140,8 \cdot A_1 + 59,2 \cdot A_2 = 0 \end{cases}$$

Після розв'язку останньої системи отримуємо, $B_1 = A_1 = 362,7$; $A_2 = -862,7$.

Остаточно вирази для $i_1(t)$ і $u_C(t)$:

$$u_C(t) = 500 + 362,7 \cdot e^{-140,8 \cdot t} - 862,7 \cdot e^{-59,2 \cdot t}, \text{ В}; i_1(t) = 12,3 \cdot e^{-59,2 \cdot t} - 12,3 \cdot e^{-140,8 \cdot t}, \text{ А}.$$

Обчислення постійну часу перехідного процесу, що залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-59,2|} = 0,017 \text{ с} = 17 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку – таблиця 2.9.

Таблиця 2.9 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	0	2,8	3,72	3,74	3,37

Розрахунок перехідного процесу при замиканні другого ключа

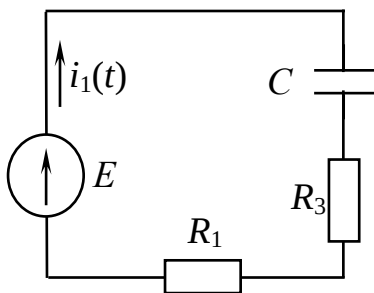


Рисунок 2.46 –
Схема при
замиканні ключа 2

Незалежна початкова умова –

$$u_C(0) = u_C(\tau_1) = 215,7 \text{ В}.$$

Характеристичне рівняння та його корінь:

$$Z(p) = R_1 + R_3 + \frac{1}{C \cdot p} = 0;$$

$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_3) \cdot C} = -41,7 \text{ с}^{-1}.$$

Вираз для напруги $u_C(t)$ з урахуванням того, що характеристичного рівняння має перший ступеня:

$$u_C(t) = u_{C_{\text{вим}}} + u_{C_{\text{св}}}(t) = u_{C_{\text{вим}}} + A \cdot e^{-41,7 \cdot t}.$$

Розглянемо вимушений режим ($t \rightarrow \infty$):

$$u_{C_{\text{вим}}} = E = 500 \text{ В}; \quad i_{1_{\text{вим}}} = 0 \text{ А (розрив кола на конденсаторі)}.$$

За допомогою незалежних початкових умов визначимо постійну інтегрування A .

Маємо при $t = 0$: $u_C(0) = A + 500 = 215,7 \Rightarrow A = 215,7 - 500 = -284,3 \text{ В}$.

Для знаходження $i_1(t)$ використовуємо диференціальну форму:

$$i_C(t) = i_1(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}.$$

У цьому випадку: $i_1(t) = C \cdot A \cdot (-41,7) \cdot e^{-41,7 \cdot t}$.

Остаточно маємо:

$$u_C(t) = 500 - 284,3 \cdot e^{-41,7 \cdot t}, \text{ В}; \quad i_1(t) = 2,8 \cdot e^{-41,7 \cdot t}, \text{ А}.$$

Знайдемо постійну часу перехідного процесу:

$$\tau_2 = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{41,7} = 0,024 \text{ с} = 24 \text{ мс}.$$

Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку зведемо у таблицю 2.10:

Таблиця 2.10 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_2$	$0,5 \cdot \tau_2$	$0,75 \cdot \tau_2$	τ_2
$i_1(t), \text{ А}$	2,8	2,18	1,7	1,32	1,03

Розрахунок перехідного процесу при замиканні третього ключа

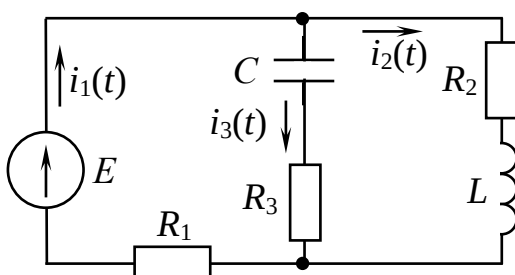


Рисунок 2.47 – Схема при замиканні ключа 3

Незалежні початкові умови:

$$u_C(0) = u_C(\tau_2) = 395,4 \text{ В}; \quad i_2(0) = 0 \text{ А}.$$

Характеристичне рівняння:

$$Z(p) = R_1 + \frac{\left(\frac{1}{C \cdot p} + R_3 \right) \cdot (R_2 + L \cdot p)}{\frac{1}{C \cdot p} + R_3 + R_2 + L \cdot p} = 0.$$

Після математичних перетворень маємо:

$$p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{(R_1 + R_2)}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} = 0;$$

$$p^2 + 191,7 \cdot p + 8333 = 0.$$

Дискримінант квадратного рівняння більше нуля, тому маємо два дійсних кореня – $p_1 = -125,1 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -66,6 \text{ с}^{-1}$.

Застосуємо метод розрахунку за миттєвими значеннями. Цей метод найбільш зручний, якщо корені характеристичного рівняння дійсні та різні. Першочергово необхідно знайти вирази для миттєвих значень напруги на конденсаторі та струму через цей конденсатор. Далі записуємо другий закон Кірхгофа для миттєвих значень для контуру, в якому маємо вітку з згаданим вище конденсатором та вітку, яка містить тільки активний опір. З цього закону отримуємо вираз для миттєвого значення струму вітки, яка містить тільки активний опір. Останнім кроком знаходимо третій струм за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень, маючи закони двох раніше знайдених струмів. Необхідно відмітити, що цей метод можна застосовувати і при комплексно-спряжених коренях характеристичного рівняння, але тоді розрахунок складніший, бо маємо функцію, що містить добуток експоненти та синусоїди. Як діяти в такому випадку знаходження струму $i_2(t)$ – дивись попередній приклад.

Розглянемо вимушений режим ($t \rightarrow \infty$, схема на рис. 2.41):

$$u_{C\text{вим}} = E - i_{1\text{вим}} \cdot R_1 = i_{2\text{вим}} \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 250 \text{ В}; \quad i_{3\text{вим}} = 0 \text{ А};$$

$$i_{1\text{вим}} = i_{2\text{вим}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{500}{50 + 50} = 5 \text{ А}.$$

Залежні початкові умови знаходимо за законами Кірхгофа для моменту часу $t = 0$ з системи рівнянь:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_C(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E \\ i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) + i_2(0) \cdot R_2 = E \end{cases} \Rightarrow i_1(0) = i_3(0) = 1,05 \text{ А}; i_2(0) = 0; u_L(0) = 447,5 \text{ В}.$$

Знайдемо струм $i_3(t)$ і напругу $u_C(t)$, використовуючи диференціальну форму:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C_{\text{вим}}} + u_{C_6}(t) = 250 + A_1 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} \\ i_3(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = (-125,1) \cdot C \cdot A_1 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 66,6 \cdot C \cdot A_2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} \end{cases}$$

При $t = 0$ маємо:

$$\begin{cases} u_C(0) = A_1 + A_2 + 250 = 395,4 \\ i_1(0) = C \cdot A_1 \cdot (-125,1) + C \cdot A_2 \cdot (-66,6) = 1,05 \end{cases}; \begin{cases} A_1 + A_2 = 145,4 \\ 125,1 \cdot A_1 + 66,6 \cdot A_2 = -4375 \end{cases}$$

Після вирішення цієї системи: $A_1 = -240,3 \text{ В}$; $A_2 = 385,7 \text{ В}$.

Остаточно отримуємо вирази для $u_C(t)$ та $i_3(t)$:

$$u_C(t) = 250 + 385,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 240,3 \cdot e^{-125,1 \cdot t}, \text{ В};$$

$$i_3(t) = 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А}.$$

За другим законом Кірхгофа для миттєвих значень знаходимо струм $i_1(t)$:

$$i_1(t) \cdot R_1 + i_3(t) \cdot R_3 + u_C(t) = E;$$

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{E - i_3(t) \cdot R_3 - u_C(t)}{R_1} = 10 - 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 7,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t} + \\ &+ 4,8 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 5 \Rightarrow i_1(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 1,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А}. \end{aligned}$$

Знаходимо струм $i_2(t)$, використовуючи перший закон Кірхгофа для миттєвих значень:

$$i_2(t) = i_1(t) - i_3(t) = 5 - 2,4 \cdot e^{-125,1 \cdot t} - 1,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t} - 7,2 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 6,2 \cdot e^{-66,6 \cdot t};$$

$$i_2(t) = 5 - 9,6 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 4,7 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А}.$$

Постійну часу перехідного процесу – $\tau_1 = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-66,6|} = 0,015 \text{ с} = 15 \text{ мс}$.

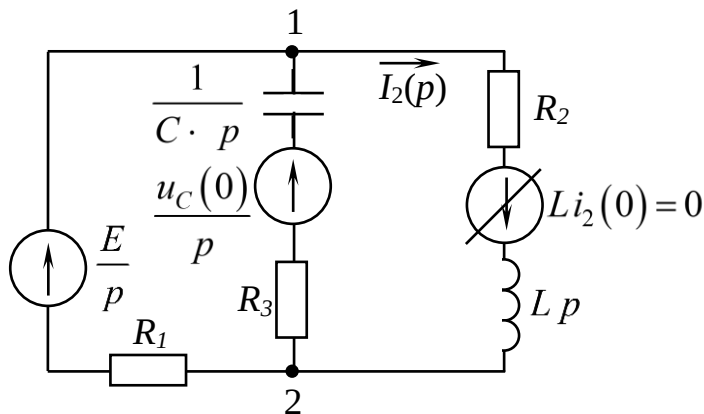
Прорахуємо точки для побудови графіка струму $i_1(t)$, результати розрахунку – таблиця 2.11.

Таблиця 2.11 – Результати розрахунку струму $i_1(t)$.

$t, \text{ с}$	0	$0,25 \cdot \tau_1$	$0,5 \cdot \tau_1$	$0,75 \cdot \tau_1$	τ_1
$i_1(t), \text{ А}$	1,1	2,46	3,32	3,87	4,23

Розрахунок струму $i_2(t)$ операторним методом

Операторна схема заміщення – рисунок 2.48.



Незалежні початкові умови:

$$u_C(0) = u_C(\tau_2) = 395,4 \text{ В};$$

$$i_2(0) = 0 \text{ А}.$$

Операторний струм $I_2(p)$ найбільш доцільно визначати за методом двох вузлів.

Рисунок 2.48 – Операторна схема заміщення

Операторна напруга між вузлами 1 і 2:

$$U_{12}(p) = \frac{\frac{u_C(0)/p}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{E}{p \cdot R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{C \cdot p}} + \frac{1}{L \cdot p + R_2}} =$$

$$= \frac{(L \cdot p + R_2) \cdot (C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E)}{p \cdot [(C \cdot p \cdot R_3 + 1) \cdot (L \cdot p + R_2) + C \cdot p \cdot R_1 \cdot (L \cdot p + R_2) + R_1 \cdot (C \cdot p \cdot R_3 + 1)]}.$$

$$\begin{aligned}
\text{За законом Ома: } I_2(p) &= \frac{U_{12}(p)}{L \cdot p + R_2} = \\
&= \frac{C \cdot p \cdot (u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3) + E}{p \cdot (L \cdot C \cdot (R_1 + R_3) \cdot p^2 + p \cdot [C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L] + (R_1 + R_2))} = \\
&= \frac{p \cdot \frac{u_C(0) \cdot R_1 + E \cdot R_3}{L \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{E}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)}}{p \cdot \left(p^2 + p \cdot \frac{C \cdot (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2) + L}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} + \frac{R_1 + R_2}{L \cdot C \cdot (R_1 + R_3)} \right)}. \\
I_2(p) &= \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p^2 + p \cdot 191,7 + 8333)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)}.
\end{aligned}$$

$F_2(p)$ має повторювати характеристичне рівняння. Якщо це не так, потрібно шукати помилку в математичних перетвореннях для $U_{12}(p)$ і $I_2(p)$ або при складанні операторної схеми заміщення.

Визначаємо оригінал струму за допомогою формул переходу (табл. 2.6). Струм $i_2(t)$ має вимушену складову, а корені $F_2(p)$ та характеристичного рівняння є дійсними та різними – $p_1 = -125,1 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -66,6 \text{ с}^{-1}$.

За таблицею 2.7 вибираємо четвертий рядок:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p - p_1} + \frac{k_3}{p - p_2}.$$

Проведемо розкладання на множники з невідомими коефіцієнтами:

$$\frac{p \cdot 891,7 + 41667}{p \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6)} = \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p + 125,1} + \frac{k_3}{p + 66,6};$$

$$p \cdot 891,7 + 41667 = k_1 \cdot (p + 125,1) \cdot (p + 66,6) + k_2 \cdot p \cdot (p + 66,6) + k_3 \cdot p \cdot (p + 125,1);$$

$$p_1 = 0, \quad 41667 = 8331,66 \cdot k_1, \quad k_1 = \frac{41667}{8331,66} = 5;$$

$$p_2 = -66,6, \quad -17720,22 = -3896,1 \cdot k_3, \quad k_3 = \frac{-17720,22}{-3896,1} = 4,5;$$

$$p_3 = -125,1, \quad -69884,67 = 7318,35 \cdot k_2, \quad k_2 = \frac{-69884,67}{7318,35} = -9,5.$$

Таким чином, маємо вираз для струму:

$$I_2(p) = \frac{5}{p} + \frac{-9,5}{p+125,1} + \frac{4,5}{p+66,6}.$$

Здійснюємо перехід до оригіналу струму за таблицею 2.6:

$$I_2(p) \div i_2(t) = 5 - 9,5 \cdot e^{-125,1 \cdot t} + 4,5 \cdot e^{-66,6 \cdot t}, \text{ А.}$$

Таким чином, розрахунок проведено правильно, похибка не перевищує 5 %.

Графік струму $i_1(t)$ наведений на рисунку 2.49.

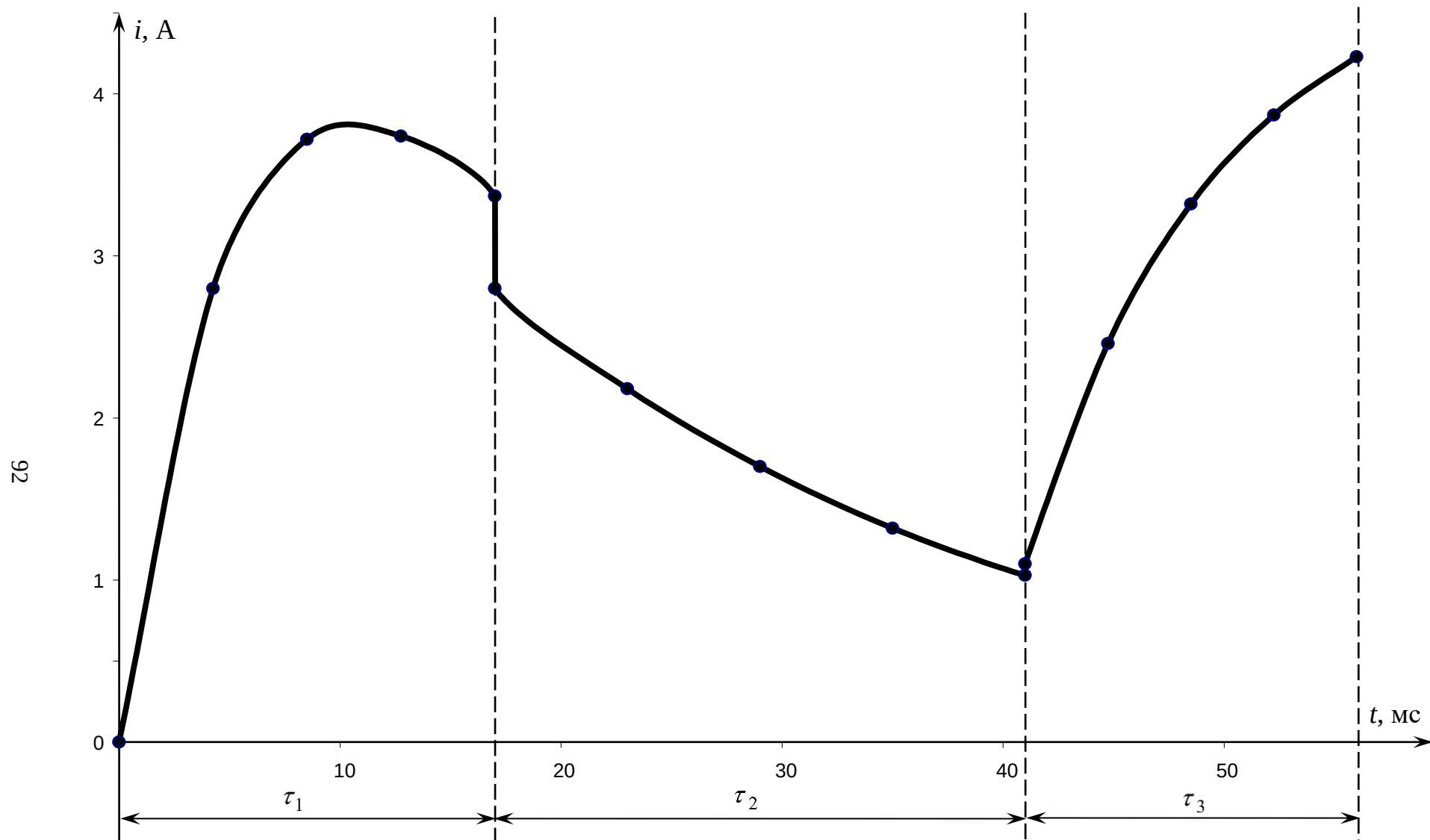


Рисунок 2.49 – Графік струму $i_1(t)$ для послідовного замикання трьох ключів

Контрольні запитання

1. Дайте визначення перехідних процесів. Сформулюйте закони комутації.
2. Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів класичним методом.
3. Дайте визначення незалежних та залежних, нульових та ненульових початкових умов.
4. Поясніть порядок складання характеристичного рівняння за методом головного визначника і за методом вхідного опору.
5. Поясніть, як визначається ступінь характеристичного рівняння? Вкажіть властивості коренів характеристичного рівняння.
6. Поясніть, який характер має вільний процес при одному корені характеристичного рівняння, при двох комплексно-спряжених коренях, при двох дійсних рівних та двох дійсних нерівних коренях характеристичного рівняння?
7. Поясніть, як визначають постійні інтегрування у класичному методі розрахунку перехідних процесів.
8. Сформулюйте сутність операторного методу. Наведіть формулу перетворення Лапласа.
9. Проаналізуйте, як знаходять зображення постійної величини й показової функції?
10. Проаналізуйте, як знаходять зображення першої похідної і напруги на індуктивності.
11. Проаналізуйте, як знаходять зображення інтегралу та напруги на ємності?
12. Сформулюйте деякі теореми й граничні співвідношення операторного методу.
13. Сформулюйте закони Ома і Кірхгофа в операторній формі.
14. Поясніть, як застосовується формула розкладання для визначення оригіналу струму (напруги) при перехідному процесі операторним методом й наведіть особливості її використання.
15. Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів операторним методом.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Теоретичні основи електротехніки : підручник : у 3 т. / В. С. Бойко, В. В. Бойко, Ю. Ф. Видолоб та ін. ; за заг. ред. І. М. Чиженка, В. С. Бойка. – Київ : ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. – Т. 1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. – 272 с.
2. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки : навчальний посібник для студентів електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів / А. Ю. Воробкевич, В. С. Маляр, Р. Я. Совин, М. О. Соколовський, П. Г. Стахів, О. І. Шегедин ; за ред. А. Ю. Воробкевича, О. І. Шегедина. – Львів : Новий Світ-2000, 2020. – 224 с.
3. Маляр В. С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола : навч. посіб. / В. С. Маляр. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 312 с.
4. Форкун Я. Б. Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2. Теоретичні основи електротехніки. Частина 3 [Електрон. ресурс] : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти усіх форм навчання зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / Я. Б. Форкун, М. Л. Глебова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2022. – 111 с. – Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/61748/>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.
5. Форкун Я. Б. Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2. [Електрон. ресурс] : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти усіх форм навчання зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / Я. Б. Форкун, М. Л. Глебова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – 91 с. – Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/66325/>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

ДОДАТОК А

Зразки оформлення титульних аркушів з розрахунково-графічної роботи

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

КАФЕДРА АЛЬТЕРНАТИВНОЇ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ
ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА (частина 1)

з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2»

за темою

«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»

Варіант № ____

Виконав:

студент гр. ЕСЕ 2024-1у

Толмачов Т. О.

Перевірив:

доц кафедри АЕЕ

Форкун Я.Б.

Харків – 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

КАФЕДРА АЛЬТЕРНАТИВНОЇ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ
ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА (частина 2)
з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частини 1, 2»
за темою
«РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ»

Варіант № ____

Виконав:

студент гр. ЕСЕ 2024-1у

Толмачов Т. О.

Перевірив:

доц кафедри АЕЕ

Форкун Я.Б.

Харків – 2025

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації
до виконання розрахунково-графічної роботи
з навчальної дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ. ЧАСТИНИ 1, 2»

за темами

«Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними
джерелами напруги»,
«Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
всіх форм навчання зі спеціальностей 141 – Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка, G3 Електрична інженерія,
G4.03 Енерговиробництво (Відновлювальні джерела енергії та
гідроенергетика))*

Укладачі: **ФОРКУН** Яна Борисівна,
ГЛЄБОВА Марина Леонідівна

Відповідальний за випуск *Я. Б. Форкун*
Редактор *О. В. Михаленко*
Комп'ютерне верстання *Я. Б. Форкун, І. В. Волосожарова*

План 2025, поз. 294М

Підп. до друку 22.10.2025. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 5,7.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.