

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
до практичних занять та самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»
*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм
навчання спеціальності F3 – Комп'ютерні науки)*

**Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025**

Методичні рекомендації до практичних занять та о самостійної роботи з навчальної дисципліни «Методи та засоби прийняття рішень» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання спеціальності F3 – Комп'ютерні науки) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. М. В. Новожилова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 51 с.

Укладач д-р фіз.-мат. наук, проф. М. В. Новожилова

Рецензент

Н. Д. Сізова, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою комп'ютерних наук та інформаційних технологій, протокол № 17 від 02.05.2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ПРАКТИЧНА РОБОТА 1 ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ.....	6
1.1 Завдання на практичну роботу.....	6
1.2 Хід роботи.....	7
1.3 Приклад розв’язання завдання практичної роботи.....	8
ПРАКТИЧНА РОБОТА 2 МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗВ’ЯЗАННЯ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	14
2.1 Завдання на практичну роботу.....	14
2.2 Хід роботи.....	14
ПРАКТИЧНА РОБОТА 3 ВИЗНАЧЕННЯ НАБЛИЖЕНОЇ ОБЛАСТІ КОМПРОМІСІВ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	16
3.1 Завдання на практичну роботу.....	16
3.2 Теоретичні нотатки.....	16
ПРАКТИЧНА РОБОТА 4 МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ.....	18
4.1 Завдання на практичну роботу.....	18
4.2 Приклад реалізації методу аналізу ієрархій.....	19
ПРАКТИЧНА РОБОТА 5 РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ДЕЛЬФІ.....	24
5.1 Завдання на практичну роботу.....	24
5.2 Приклад. Реалізація методу експертних оцінок Дельфі.....	25
ПРАКТИЧНА РОБОТА 6 ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ (ІГРИ З ПРИРОДОЮ).....	30
6.1 Завдання на практичну роботу.....	30
6.2 Хід роботи.....	30
ПРАКТИЧНА РОБОТА 7 ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ.....	32
7 ЗАВДАННЯ НА САМОСТІЙНУ РОБОТУ. ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ.....	34
8 ЗАВДАННЯ НА САМОСТІЙНУ РОБОТУ. МІРИ РИЗИКУ.....	36
КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ.....	47
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ КУРСІВ / ПРОГРАМ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ ЗА ТЕМАТИКОЮ ДИСЦИПЛІНИ.....	48
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	49

ВСТУП

Метою викладання дисципліни «Методи та засоби прийняття рішень» є формування комплексних систематизованих знань з сучасної прикладної математики, комп'ютерних наук, інформатики та психології, що лежать в основі процесу прийняття рішення, тобто вирішення проблем вибору найкращої з декількох можливих альтернатив, в умовах визначеності, ризику та невизначеності наявних даних на прикладах реальних ситуацій предметної області з використанням сучасних інформаційних середовищ проектування.

Вивчення дисципліни «Методи та засоби прийняття рішень» безпосередньо спирається на дисципліни «Програмування», «Оптимізаційні методи і моделі».

В результаті вивчення дисципліни за стандартом [1] має бути досягнутий такий програмний результат навчання (ПРН): ПРН8. Використовувати методологію системного аналізу об'єктів, процесів і систем для задач аналізу, прогнозування, управління та проектування динамічних процесів в макроекономічних, технічних, технологічних і фінансових об'єктах.

Дисципліна містить такі змістові модулі:

Змістовий модуль 1 Предметна область та основні поняття теорії прийняття рішень.

У модулі розглядаються питання класифікації інструментальних засобів моделювання та розв'язання оптимізаційних задач в умовах ризику та невизначеності з необхідністю урахування багатьох критеріїв якості, а також задач, в яких суттєвою є роль особи, що приймає рішення. У цих умовах узагальнена процедура прийняття рішення в теорії прийняття розглядається як синтез абстрактної цілеспрямованої системи, що забезпечує досягнення заданої мети та будується з використанням методології кількісного обґрунтування та прийняття рішень, а саме методології багатокритеріальної оптимізації.

Змістовий модуль 2 Методи формалізації експертної інформації.

Модуль присвячений проблемі прийняття рішення в умовах нестачі інформації, що є притаманним переважній більшості практичних ситуацій, де процедури прийняття рішення спираються на обробку не тільки кількісної, але і якісної (експертної) інформації про характеристики системи або процесу, що досліджується. Розглядаються методи обробки експертної інформації, зокрема метод аналізу ієрархій, методи колективних експертних оцінок, метод Дельфі.

Змістовий модуль 3 Розкриття невизначеностей та аналіз багатофакторних ризиків.

Модуль містить необхідні теоретичні відомості з теорії ймовірності та математичної статистики. Розглядається множина ситуацій прийняття рішень в умовах багатфакторного ризику та невизначеності на підставі моделі гри з природою. Розглядаються елементи теорії ігор, у тому числі матричні ігри двох осіб з нульовою сумою. Визначаються умови розв'язання гри в чистих стратегіях та змішаних стратегіях на основі побудови еквівалентної задачі лінійного програмування. Проводиться моделювання функції корисності особи, що приймає рішення.

Математичний фундамент інструментальних засобів прийняття рішень складають: лінійне програмування, алгебра матриць, теорія статистичних ігор, теорія ймовірності, математична статистика, теорія корисності.

Дані методичні рекомендації містять завдання, теоретичний матеріал та приклади виконання практичних робіт. Автор виражає подяку студентам груп КН 2021-1, УП(кн) 2022-1 Оленченку Іллі та Костюченко Анастасії за допомогу при складанні прикладів: практичні роботи 4 та 5 відповідно.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

1.1 Завдання на практичну роботу

Провести параметричну ідентифікацію та розв'язання задачі лінійного програмування.

Наведемо деякі теоретичні відомості щодо моделювання задач лінійного програмування.

Формалізація та розв'язання задач теорії прийняття рішень суттєво спирається на застосування оптимізаційних моделей та методів математичного програмування.

Математичне програмування містить теоретичне обґрунтування і аналітичні методи розв'язання задач, у яких відбувається пошук екстремуму (мінімум або максимум) певної цільової функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \text{extr}, \quad (1.1)$$

за наявності обмежень

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \\ \dots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

що накладаються на її аргументи $x_1, x_2, \dots, x_n$ (незалежні змінні задачі).

Особливе місце в математичному програмуванні займає лінійне програмування, яке найбільш розроблене і широко застосовується на практиці. Лінійне програмування включає аналітичні методи розв'язання таких оптимізаційних задач, у яких цільова функція і обмеження виражені в лінійній формі, тобто невідомі, які входять до цільової функції і обмежень, мають перший ступінь.

Таким чином, задачами лінійного програмування є оптимізаційні задачі, де цільова функція і функціональні обмеження – лінійні функції, аргументи яких приймають будь-які значення з деякої множини допустимих рішень:

$$D \subset \mathbb{R}^n,$$

яка задається обмеженнями (1.2).

Множина припустимих рішень D є опуклим багатогранником, що визначається як перетин скінченної кількості півпросторів, кожен з яких визначається лінійною нерівністю.

Цільова функція (1.1) визначена на цьому багатограннику D . Алгоритм розв'язання лінійного програмування знаходить вершину багатогранника D , на якій цільова функція (1.1) набуває найбільшого чи найменшого значення, якщо така вершина існує.

Для розв'язання задач лінійного програмування використовується декілька методів, серед яких найбільш розповсюдженими є симплекс-метод та графічний метод.

Симплекс-метод є найбільш зручним методом для розв'язання подібних задач, що дозволяє відштовхуючись від певної початкової точки (вихідного варіанта розв'язання задачі), за певну кількість кроків отримати оптимальний варіант. Кожний із цих кроків (ітерацій) полягає в знаходженні нового проміжного розв'язку, якому відповідає не менше (при розв'язанні задач на максимум) або не більше (при розв'язанні задач на мінімум) значення цільової лінійної функції, ніж значення цієї ж функції в попередній ітерації. Процес повторюється, поки не буде отримано оптимальний розв'язок.

Геометрично всі проміжні та оптимальний розв'язок є вершинами багатогранника D .

1.2 Хід роботи

1. У робочому зошиті на координатній площині R^2 побудувати геометричне подання множини припустимих рішень – опуклого багатокутника $D \subset R^2$ за умови невід'ємності незалежних змінних (x_1, x_2) .

2. Побудувати певний слід цільової функції $f(x_1, x_2)$.

3. Визначити координати вершин багатокутника D .

4. Визначити аналітичний опис обмежень задачі лінійного програмування, що задають багатокутник D .

а Визначити аналітичний опис границі багатокутнику D за допомогою відповідних формул аналітичної геометрії щодо рівняння прямої, яка проходить через дві точки.

б Визначити систему лінійних нерівностей, що описують багатокутник D .

5. Визначити аналітичний опис функції цілі $f(x_1, x_2)$ аналогічним чином.

6. Застосовуючи середовище MS EXCEL, побудувати графічне подання області припустимих рішень та цільової функції. Рекомендовано застосувати засіб Insert/Charts/Scatter побудови графіка.

7. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) визначити максимальне значення цільової функції $f_{\max}(x_1, x_2)$ на множині D , оптимальну точку (x_{1_max}, x_{2_max}) та нанести оптимальну точку на графік.

8. Запам'ятати максимальне значення цільової функції $f_{\max}(x_1, x_2)$ та оптимальну точку (x_{1_max}, x_{2_max}) .

9. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) визначити мінімальне значення цільової функції $f_{\min}(x_1, x_2)$ на множині D , оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) та нанести оптимальну точку на графік.

10. Запам'ятати мінімальне значення цільової функції $f_{\min}(x_1, x_2)$ та оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) .

11. Оформити звіт з практичної роботи.

1.3 Приклад розв'язання завдання практичної роботи

Розглянемо етапи виконання практичної роботи (в тексті далі виділені курсивом) на прикладі:

1. У робочому зошиті на координатній площині R^2 побудувати геометричне подання множини припустимих рішень – опуклого багатокутника $D \subset R^2$ за умови невід'ємності незалежних змінних (x_1, x_2) .

Приклад розв'язання цього кроку завдання показаний на рисунку 1.1.

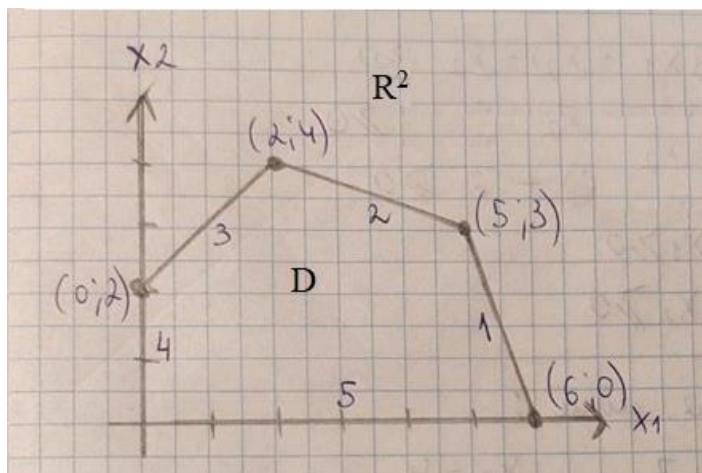


Рисунок 1.1 – Побудова множини припустимих рішень
Побудувати певний слід цільової функції $f(x_1, x_2)$.

Приклад розв'язання – рисунок 1.2.

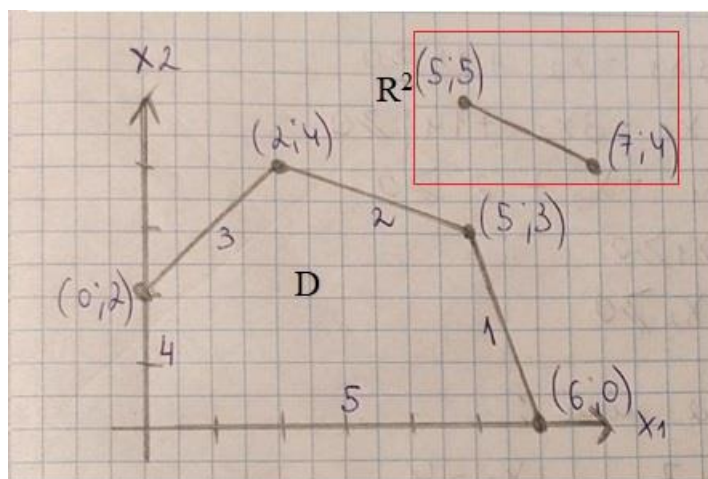


Рисунок 1.2 – Побудова сліду цільової функції $f(x_1, x_2)$ – у червоному прямокутнику

3. Визначити координати вершин багатокутника D.

Визначаємо список координат вершин багатокутника D, упорядкованого проти годинникової стрілки:

$$(x_1^1, x_2^1) = (6, 0); (x_1^2, x_2^2) = (5, 3); (x_1^3, x_2^3) = (2, 4); (x_1^4, x_2^4) = (0, 2); (x_1^5, x_2^5) = (0, 0).$$

Таким чином, кількість m вершин багатокутника D дорівнює 5.

4. Визначити аналітичний опис обмежень задачі лінійного програмування, що задають багатокутник D.

Кількість обмежень задачі лінійного програмування, що задають багатокутник D в даному прикладі дорівнює 5:

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2) \leq 0, \\ \dots \\ g_5(x_1, x_2) \leq 0. \end{cases}$$

а) визначити аналітичний опис границі багатокутника D за допомогою відповідних формул аналітичної геометрії щодо рівняння прямої, яка проходить через дві точки.

Застосуємо таку формулу аналітичної геометрії щодо рівняння прямої, яка проходить через дві точки:

$$\frac{x_1 - x_1^i}{x_1^{i+1} - x_1^i} = \frac{x_2 - x_2^i}{x_2^{i+1} - x_2^i}.$$

У нашому випадку $i = 1, 2, \dots, 5$. Багатокутник D замкнений, тому, якщо $i = m$, то $(i+1) = 1$.

Отримуємо аналітичний опис прямої $g_1(x_1, x_2)$:

$$\frac{x_1-6}{5-6} = \frac{x_2-0}{3-0}.$$

Спростуємо цей вираз, наводимо подібні.

Отже, пряма $g_1(x_1, x_2) = 0$, що містить перший сегмент границі області D , має такий вигляд:

$$3x_1 + x_2 - 18 = 0.$$

Проводимо аналогічні обчислення для всіх інших сегментів границі багатокутника D .

Отримуємо такий результат:

пряма $g_1(x_1, x_2)=0$:

$$\frac{x_1 - 6}{5 - 6} = \frac{x_2 - 0}{3 - 0}$$

$$g_1(x_1, x_2)=0 \rightarrow 3x_1 + x_2 - 18 = 0;$$

пряма $g_2(x_1, x_2)=0$:

$$\frac{x_1 - 5}{2 - 5} = \frac{x_1 - 3}{4 - 3}$$

$$g_2(x_1, x_2)=0 \rightarrow x_1 + 3x_2 - 14 = 0;$$

пряма $g_3(x_1, x_2)=0$:

$$\frac{x_1 - 2}{0 - 2} = \frac{x_1 - 4}{2 - 4}$$

$$g_3(x_1, x_2)=0 \rightarrow x_1 - x_2 + 2 = 0.$$

Рівняння прямої $g_4(x_1, x_2) = 0$ має вигляд $x_1 = 0$

Рівняння прямої $g_5(x_1, x_2) = 0$ має вигляд $x_2 = 0$.

б) визначити систему лінійних нерівностей, що описують багатокутник D .

Для визначення знаків нерівностей, що описують не тільки границю, але і внутрішність множини D необхідно взяти якусь точку на площині R^2 , про яку точно відомо, що ця точка належить області D та підставити її координати послідовно в кожне рівняння. В нашому випадку це може бути точка $(1,1)$.

Підстановка координат точки (1,1) послідовно у рівняння

$$g_1(x_1, x_2) = 0,$$

$$g_2(x_1, x_2) = 0,$$

$$g_3(x_1, x_2) = 0,$$

$$g_4(x_1, x_2) = 0,$$

$$g_5(x_1, x_2) = 0,$$

дає такий результат:

$$-3x_1 - x_2 + 18 \geq 0.$$

$$-x_1 - 3x_2 + 14 \geq 0$$

$$x_1 - x_2 + 2 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0.$$

Визначити аналітичний опис функції цілі $f(x_1, x_2)$ аналогічним чином.

Застосуємо формулу аналітичної геометрії щодо рівняння прямої, яка проходить через дві точки, як і на попередньому кроці:

$$\frac{x_1 - 7}{5 - 7} = \frac{x_2 - 4}{5 - 4}.$$

Отже, рівняння лінійної функції мети $f(x_1, x_2)$: $x_1 + 2x_2 - 15 = 0$.

Нам потрібен тільки слід функції мети, тому надалі використовуємо таке подання:

$$f(x_1, x_2): x_1 + 2x_2.$$

Припустимо, що функція мети $f(x_1, x_2)$ прагне до максимального значення на багатокутнику припустимих рішень D .

Тоді задача лінійного програмування буде мати вигляд

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

за умови

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - x_2 + 18 \geq 0. \\ -x_1 - 3x_2 + 14 \geq 0 \\ x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

5. Застосовуючи середовище MS EXCEL, побудувати графічне подання області припустимих рішень та цільової функції. Рекомендовано застосувати засіб Insert / Charts / Scatter побудови графіка.

Результат виконання даного кроку розв'язання подано на рисунку 1.3.

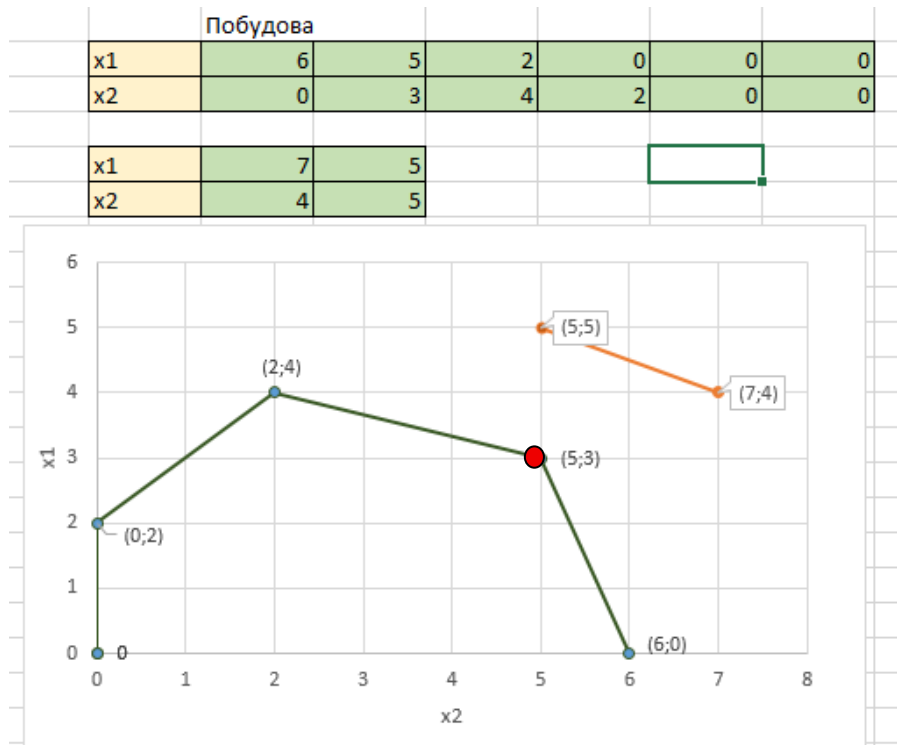


Рисунок 1.3 – Побудова графічної ілюстрації задачі

6. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) визначити максимальне значення цільової функції $f_{\max}(x_1, x_2)$ на множині D , оптимальну точку $(x_{1_{\max}}, x_{2_{\max}})$ та нанести оптимальну точку на графік.

7. Запам'ятати максимальне значення цільової функції $f_{\max}(x_1, x_2)$ та оптимальну точку $(x_{1_{\max}}, x_{2_{\max}})$.

Результат виконання цих кроків розв'язання подано на рисунку 1.4. Оптимальна точка показана на рисунку 1.3 червоним кольором.

Незалежні змінні							
	x1	x2					
	5	3					
Функція мети							
		1	2				
	x1+2x2						11
Обмеження							
		-3	-1 ≥		18		0
		-1	-3 ≥		14		0
		1	-1 ≥		2		4

Рисунок 1.4 – Результат розв’язання задачі пошуку максимального значення функції мети задачі

8. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) визначити мінімальне значення цільової функції $f_{\min}(x_1, x_2)$ на множині D, оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) та нанести оптимальну точку на графік.

9. Запам’ятати мінімальне значення цільової функції $f_{\min}(x_1, x_2)$ та оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) .

Методика реалізації кроків 9,10 аналогічна методиці реалізації кроків 7, 8.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

2.1 Завдання на практичну роботу

Побудувати математичну модель двокритеріальної задачі лінійного програмування, надати геометричну інтерпретацію математичної моделі та провести розв'язання задачі за допомогою лінійної згортки частинних критеріїв.

Зауваження 2.1. Процес виконання практичної роботи 2 значним чином спирається на результат виконання практичної роботи 1. Множина припустимих значень D , цільова функція $f(x_1, x_2)$ – опис цих складових математичної моделі задачі лінійного програмування потрібно залучити з практичної роботи 1.

2.2 Хід роботи

1. Застосувати теоретичні відомості та результати виконання практичної роботи 1 щодо побудови однокритеріальної задачі лінійного програмування.

2. Додати ще одну цільову функцію $g(x_1, x_2)$ та визначити її коефіцієнти таким чином, щоб хоча б один однойменний коефіцієнт був іншого знаку в порівнянні з описом функції $f(x_1, x_2)$ з практичної роботи 1.

3. Побудувати певний слід цільової функції $g(x_1, x_2)$ на графіку, який ілюструє постановку двокритеріальної задачі лінійного програмування, що розглядається.

4. Побудувати лінійну згортку функцій $f(x_1, x_2)$ та $g(x_1, x_2)$:

$$F(x_1, x_2) = a_1 f(x_1, x_2) + a_2 g(x_1, x_2). \quad (2.1)$$

Задати значення вагових коефіцієнтів a_1, a_2 самостійно.

При цьому вагові коефіцієнти a_1, a_2 є такими, що

$$\begin{aligned} 0 \leq a_1 \leq 1, \quad 0 \leq a_2 \leq 1, \\ a_1 + a_2 = 1. \end{aligned}$$

5. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) в середовищі MS Excel визначити мінімальне значення $F_{\min}(x_1, x_2)$ цільової функції (2.1) на

множині D , оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) , значення функцій $f(x_{1_min}, x_{2_min})$ та $g(x_{1_min}, x_{2_min})$.

Нанести оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) на графік.

6. Запам'ятати оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) та мінімальне значення цільової функції $F_{min}(x_{1_min}, x_{2_min})$.

7. Задати інші значення вагових коефіцієнтів a_1, a_2 .

8. За допомогою надбудови Solver (Пошук рішення) визначити мінімальне значення цільової функції $F_{min}(x_1, x_2)$ на множині D при інших значеннях вагових коефіцієнтів a_1, a_2 , оптимальну точку (x_{1_min}, x_{2_min}) , значення функцій $f(x_{1_min}, x_{2_min})$ та $g(x_{1_min}, x_{2_min})$.

Нанести отриману оптимальну точку на графік.

9. Повторюючи кроки 5–8, побудувати таблицю (табл. 2.1), що містить результуючий масив значень.

Таблиця 2.1 – Результуючий масив значень практичної роботи

№ з/п	a_1	a_2	x_{1_min}	x_{2_min}	$f(x_{1_min}, x_{2_min})$	$g(x_{1_min}, x_{2_min})$	$F_{min}(x_{1_min}, x_{2_min})$

Зауваження 2.2. В рядках таблиці (табл. 2.1) потрібно послідовно розмістити інформацію про результати розв'язання двокритеріальної задачі лінійного програмування з різними ваговими коефіцієнтами a_1, a_2 .

10. Побудувати графік значень функцій $\{f(x_1, x_2), g(x_1, x_2)\}$ у двовимірному фазовому просторі (площині) (рис. 2.1):



Рисунок 2.1 – Фазова площина результатів розрахунків

6. Оформити звіт з практичної роботи.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3

ВИЗНАЧЕННЯ НАБЛИЖЕНОЇ ОБЛАСТІ КОМПРОМІСІВ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

3.1 Завдання на практичну роботу

Побудувати наближену множину Парето для задачі двокритеріальної лінійної оптимізації.

Зауваження 3.1. Скористатися матеріалами лекції «Побудова задачі оцінювання альтернатив» дистанційного курсу [3], відповідною темою навчального посібника [2] та результатами виконання практичної роботи 2. Побудова множини Парето двокритеріальних оптимізаційних задач.

Зауваження 3.2. Побудувати математичну модель двокритеріальної оптимізаційної задачі лінійного програмування за умови, що частинні критерії $f(x_1, x_2)$ та $g(x_1, x_2)$ та узагальнений функціонал якості – лінійна згортка

$$F(x_1, x_2) = a_1 f(x_1, x_2) + a_2 g(x_1, x_2) \quad (3.1)$$

частинних критеріїв, відповідно, збігаються до максимуму на тій самій області припустимих значень D .

3.2 Теоретичні нотатки

Визначення наближеної області компромісів

Один із можливих методів розв'язання двокритеріальної задачі лінійного програмування є таким: на множині припустимих рішень D послідовно вирішується дві однокритеріальні оптимізаційні задачі за кожним частинним критерієм $f(x_1, x_2)$ та $g(x_1, x_2)$ окремо:

$$x_1^0 = (x_{11}^0, x_{12}^0) = \underset{D}{\operatorname{argmax}} f(x_1, x_2), \quad (3.2)$$

$$x_2^0 = (x_{21}^0, x_{22}^0) = \underset{D}{\operatorname{argmax}} g(x_1, x_2), \quad (3.3)$$

Для цього в моделі (1) достатньо припустити, що $a_1 = 1$ (відповідно, $a_2 = 0$), а потім $a_2 = 1$ (відповідно $a_1 = 0$).

Для кожного розв'язку x_i^0 обчислюються значення другого частинного критерію: $g(x_1^0), f(x_2^0)$.

Отримані результати заносяться в таблицю 3.1, яка будується так: кожний рядок утворюють значення першого частинного критерію у точках екстремуму за двома частинними критеріями. При цьому екстремальне значення кожного частинного критерію досягається на головній діагоналі.

Таблиця 3.1 – Результати розрахунків

Назва функції	$f(x_1, x_2)$	$g(x_1, x_2)$
$f(x_1, x_2)$	$f(x_2^1)$	$f(x_2^0)$
$g(x_1, x_2)$	$g(x_2^1)$	$g(x_2^0)$

Таким чином, у кожному рядку значення частинного критерію $f(x_1, x_2)$ та $g(x_1, x_2)$ змінюються від екстремального до найгіршого. Множини цих значень є межами відображення наближеної області компромісів на простір критеріїв $f(x_1, x_2), g(x_1, x_2)$.

Наближена область компромісів у просторі частинних критеріїв $f(x_1, x_2), g(x_1, x_2)$ задається двобічними обмеженнями:

$$\begin{aligned} f(x_2^0) &\leq f(x) \leq f(x_1^0) \\ g(x_1^0) &\leq g(x) \leq g(x_2^0) \end{aligned}$$

ПРАКТИЧНА РОБОТА 4

МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

4.1 Завдання на практичну роботу

Здійснити реалізацію методу аналізу варіантів.

Для цього рекомендується обрати тему дослідження за своїм індивідуальним варіантом (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Варіанти завдань для експертного оцінювання за методом аналізу ієрархій

Варіант	Тема дослідження
Варіант 1	Вибір побутової техніки: пральна машина
Варіант 2	Вибір засобів оргтехніки: копіювальний апарат
Варіант 3	Вибір косметичних засобів
Варіант 4	Вибір меблів
Варіант 5	Вибір побутової техніки: відеокамера
Варіант 6	Вибір парфумерії
Варіант 7	Вибір побутової техніки: цифровий фотоапарат
Варіант 8	Вибір ювелірного виробу
Варіант 9	Вибір засобів оргтехніки: телефон
Варіант 10	Вибір домашньої тварини
Варіант 11	Вибір квартири
Варіант 12	Вибір побутової техніки: мікрохвильова піч
Варіант 13	Вибір автомобіля
Варіант 14	Вибір виробу легкої промисловості
Варіант 15	Вибір засобів оргтехніки: сканер
Варіант 16	Вибір місця літнього відпочинку

Провести опис, оцінку і вибір найкращого об'єкта (послуги) з шести альтернатив рішення за шістьма критеріями, згідно з варіантом таблиці 4.1, використовуючи матеріал навчального посібника [2] та лекційний матеріал дистанційного курсу [3].

Засоби програмування (програмного середовища) цієї роботи студент має обрати самостійно.

Найкращим вибором буде одна з мов програмування високого рівня.

На завершальному етапі підготувати звіт в електронній формі та завантажити для перевірки у дистанційний курс [3].

4.2 Приклад реалізації методу аналізу ієрархій

Для прикладу імплементації методу аналізу ієрархій розглянемо варіант 4 «Вибір меблів»¹ завдань (табл. 4.1).

Викладення прикладу проведемо за етапами метода аналізу ієрархій.

Етап 1. Окреслити проблему і певну мету – перший рівень ієрархії.

Метою дослідження є вибір оптимального варіанту комплекту меблів (диван, шафа, письмовий стіл) для облаштування кімнати. Під час вибору враховуються ключові критерії, що впливають на комфорт, довговічність і загальну зручність користування меблями.

Метод аналізу ієрархій (МАІ) дозволяє формалізувати процес прийняття рішення шляхом декомпозиції задачі (мета → критерії → альтернативи), оцінки парних пріоритетів і розрахунку зважених балів.

Визначимо такі частинні критерії ефективності рішення:

- **К1** Функціональність (наскільки меблі відповідають потребам повсякденного використання);
- **К2** Компактність (зручність розміщення меблів у невеликих приміщеннях);
- **К3** Довговічність (якість матеріалів, зносостійкість і тривалість експлуатації);
- **К4** Мобільність (легкість переміщення меблів, універсальність використання);
- **К5** Естетичність (зовнішній вигляд, стиль, відповідність інтер'єру);
- **К6** Екологічність (використання натуральних матеріалів та екологічно безпечне виробництво).

Визначимо також такі альтернативні рішення (альтернативи):

- **A1** Класика (масивні дерев'яні меблі, з багатими декоративними елементами, традиційні кольори);
- **A2** Скандинавський стиль (прості, функціональні форми, світлі відтінки, натуральні матеріали);

¹За матеріалами звіту практичної роботи Костюченко Анастасії, ст. гр. УП(КН)-2021-1.

- **A3** Трансформовані меблі (меблі з функцією трансформації (ліжко-шафа, стіл-драбина тощо));
- **A4** Лофт (індустриальний стиль: метал, бетон, грубе дерево, відкрите планування);
- **A5** Хай-тек (сучасні, технологічні меблі, часто з елементами скла, хрому);
- **A6** Еко-стиль (меблі з максимально натуральних матеріалів, мінімальна обробка, природні форми).

Етап 2. Побудувати ієрархію, починаючи з вершини:

- перший рівень: мета;
- другий рівень: критерії;
- третій рівень: перелік альтернатив (рис. 4.1).

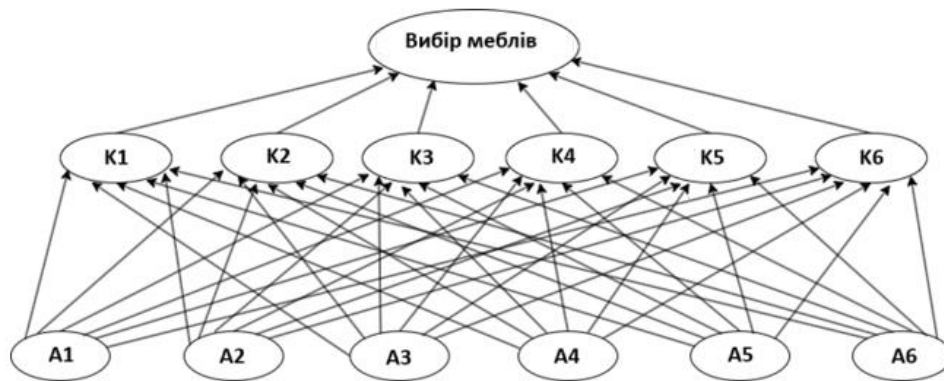


Рисунок 4.1 – Ієрархія методу для вибору меблів

Етап 3. Побудувати множину матриць парних порівнянь для кожного з нижніх рівнів на основі думки експертів.

1 - рівна важливість
2
3 - помірна перевага одного над іншим
4
5 - істотна перевага одного над іншим
6
7 - значна перевага одного над іншим
8
9 - дуже сильна перевага одного над іншим
2, 4, 6, 8 – відповідні проміжні значення

Рисунок 4.2 – Шкала парних порівнянь

Насамперед будуюмо матрицю парних порівнянь критеріїв на підставі думки експертів. Це матриця (табл. 4.1) розмірністю 6×6 (за кількістю критеріїв).

Заповнюємо таблицю (рис. 4.3) Для цього попарно порівнюємо критерій рядка з критерієм стовпця стосовно мети – вибору меблів. Значення зі шкали відносної важливості (рис. 4.2) вписуємо в комірки, утворені перетином відповідного рядка і стовпця.

Очевидно, що на головній діагоналі завжди будуть стояти одиниці (рис. 4.3).

Критерії	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1 Функціональність	1,00	2,00	4,00	5,00	3,00	6,00
K2 Компактність	0,50	1,00	5,00	3,00	2,00	4,00
K3 Довговічність	0,25	0,20	1,00	2,00	3,00	4,00
K4 Мобільність	0,20	0,33	0,50	1,00	2,00	7,00
K5 Естетичність	0,33	0,50	0,33	0,50	1,00	3,00
K6 Екологічність	0,17	0,25	0,25	0,14	0,33	1,00

Рисунок 4.3 – Матриця парних порівнянь критеріїв

Аналогічно будується множина матриць парних порівнянь альтернатив за кожним з критеріїв на підставі думки експертів. Таку множину матриць парних порівнянь складатимуть шість матриць (за кожним із критеріїв).

Кожна з шести матриць порівнянь на цьому етапі має 6 рядків та 6 стовпців – за числом альтернатив. Для прикладу наведено матрицю попарних порівнянь альтернатив для критерієм K1 Функціональність (рис. 4.4).

K1 Функціональність						
Альтернативи	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1 Класика	1,00	0,33	0,25	0,33	0,20	0,14
A2 Скандинавський стиль	3,00	1,00	0,50	1,00	0,50	0,20
A3 Трансформовані меблі	4,00	2,00	1,00	2,00	1,00	0,50
A4 Лофт	3,00	1,00	0,50	1,00	0,50	0,25
A5 Хай-тек	5,00	2,00	1,00	2,00	1,00	0,50
A6 Еко-стиль	7,00	5,00	2,00	4,00	2,00	1,00

Рисунок 4.4 – Порівняння за критерієм K1 Функціональність

Етап 4. Визначити оцінки векторів локальних пріоритетів за кожною з матриць попарних порівнянь.

Оцінки вектору пріоритетів можна отримати наступним чином: знайти суму значень кожного рядка матриці порівнянь, що розглядається, та поділити кожен з таких сум на суму всіх значень матриці. Наприклад, для матриці таблиці 4.1 маємо (рис. 4.5).

Критерії	K1	K2	K3	K4	K5	K6	Сума елементів рядку	Вектор пріоритетів
K1 Функціональність	1,00	2,00	4,00	5,00	3,00	6,00	21,00	0,319183585
K2 Компактність	0,50	1,00	5,00	3,00	2,00	4,00	15,50	0,235587884
K3 Довговічність	0,25	0,20	1,00	2,00	3,00	4,00	10,45	0,158831832
K4 Мобільність	0,20	0,33	0,50	1,00	2,00	7,00	11,03	0,167698042
K5 Естетичність	0,33	0,50	0,33	0,50	1,00	3,00	5,67	0,086128904
K6 Екологічність	0,17	0,25	0,25	0,14	0,33	1,00	2,14	0,032569754

Рисунок. 4.5 – Розрахунок вектора пріоритетів критеріїв

З рисунка 4.5 випливає, що найбільш важливим критерієм є критерій K1 Функціональність.

Отже, на етапі 3 методу побудовано матриці парних порівнянь критеріїв на підставі думки експертів та на етапі 4 визначено вектор пріоритетів критеріїв:

$$P = (P^1, P^2, P^3, P^4, P^5, P^6)$$

Також на етапі 3 методу побудовано 6 матриць парних порівнянь альтернатив вибору: Класика (A1), Скандинавський стиль (A2), Трансформовані меблі (A3), Лофт (A4), Хай-тек (A5), Еко-стиль (A6) за критеріями вибору K.1 – K.6.

Відповідно на етапі 4 методу визначено вектори локальних пріоритетів за кожною з цих матриць порівнянь.

Позначимо ці вектори локальних пріоритетів таким чином:

$$P_i = (P_{1i}, P_{2i}, P_{3i}, P_{4i}, P_{5i}, P_{6i}), i = 1, 2, \dots, 6.$$

Етап 5. Отримати зведену матрицю локальних пріоритетів 2-го рівня:

Поміщаємо отримані вектори локальних пріоритетів попарних порівнянь альтернатив за критеріями у зведену матрицю як стовпці цієї матриці (табл. 4.6).

Альтернативи	K1	K2	K3	K4	K5	K6
A1 Класика	0,0391534	0,039442085	0,365664362	0,042463946	0,064935065	0,041137457
A2 Скандинавський стиль	0,10743461	0,192624136	0,169267015	0,180630218	0,133580705	0,115306255
A3 Трансформовані меблі	0,18194571	0,294078406	0,106294213	0,28578178	0,244897959	0,191165634
A4 Лофт	0,10830101	0,17427898	0,169267015	0,161616511	0,133580705	0,115306255
A5 Хай-тек	0,19927387	0,192624136	0,131602358	0,180630218	0,26716141	0,209371884
A6 Еко-стиль	0,36389141	0,106952258	0,057905038	0,148877327	0,155844156	0,327712515

Рисунок 4.6 – Зведена матриця локальних пріоритетів 2-го рівня

Етап 6. Побудувати вектор глобальних пріоритетів.

$$P_G = (P_{G1}, P_{G2}, P_{G3}, P_{G4}, P_{G5}, P_{G6})$$

Для цього зведену матрицю локальних пріоритетів 2-го рівня множимо на транспонований вектор $P^T = (P^1, P^2, P^3, P^4, P^5, P^6)^T$ локальних пріоритетів першого рівня (табл. 4.7).

Альтернативи	K1	K2	K3	K4	K5	K6				
A1 Класика	0,0391534	0,039442085	0,365664362	0,042463946	0,064935065	0,041137457		0,319183585		0,093922082
A2 Скандинавський стиль	0,10743461	0,192624136	0,169267015	0,180630218	0,133580705	0,115306255		0,235587884		0,152108255
A3 Трансформовані меблі	0,18194571	0,294078406	0,106294213	0,28578178	0,244897959	0,191165634	*	0,158831832	=	0,219482352
A4 Лофт	0,10830101	0,17427898	0,169267015	0,161616511	0,133580705	0,115306255		0,167698042		0,144874341
A5 Хай-тек	0,19927387	0,192624136	0,131602358	0,180630218	0,26716141	0,209371884		0,086128904		0,190008348
A6 Еко-стиль	0,36389141	0,106952258	0,057905038	0,148877327	0,155844156	0,327712515		0,032569754		0,199604623

Рисунок 4.7 – Розрахунок векторів глобальних пріоритетів

У результаті отримуємо узагальнений (глобальний) вектор P^G пріоритетів альтернатив по відношенню до основної мети вирішення проблеми вибору меблів:

$$P_G = \begin{pmatrix} 0,093922082 \\ 0,152108255 \\ 0,219482352 \\ 0,144874341 \\ 0,190008348 \\ 0,199604623 \end{pmatrix}$$

Виходячи з розрахунків можемо побачити, що найкращим вибором є Трансформовані меблі.

На завершальних етапах методу аналізу ієрархій необхідно перевірити узгодженість думок експертів обчисленням $\lambda_{\max}$ – максимального власного числа матриці попарних порівнянь та обчисленням відношення узгодженості B_y .

Відповідні обчислювальні алгоритми докладно розглянуті в розділі 6 посібника [2] та лекційному матеріалі «Метод аналізу ієрархій. Частина Друга» дистанційного курсу [3].

ПРАКТИЧНА РОБОТА 5

РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ДЕЛЬФІ

5.1 Завдання на практичну роботу

1. Розробити анкети для експертного опитування, пов'язаного з відповідною проблемною ситуацією. Надати експертам право на доповнення списку питань у разі необхідності.

2. Провести процедуру визначення коефіцієнта компетентності методом самооцінки в межах експертного оцінювання.

3. На підставі досліджуваного методу розробити програмний продукт, який дозволяє проводити аналогічні експертні оцінки.

Варіанти завдань до виконання роботи наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Варіанти завдань до виконання практичної роботи 5

Номер варіанта	Зміст завдання
1	2
Варіант 1	Визначити пріоритетні напрями діяльності дитячих громадських організацій, застосовуючи експертне оцінювання. Пріоритетні напрями діяльності дитячих громадських організацій: 1) соціально-правовий захист дітей; 2) самоврядування, формування лідерських навичок; 3) надання додаткових знань; 4) проведення благодійних акцій; 5) соціальна робота; 6) патріотичне виховання
Варіант 2	Визначити пріоритетні напрями використання студентами інформаційних технологій, застосовуючи експертне оцінювання. Пріоритетні напрями використання студентами інформаційних технологій: 1) презентація матеріалів та тем на заняттях; 2) розвиток навичок щодо мислення високого рівня; 3) пошук інформації під час підготовки до занять; 4) самостійні навчальні дослідження; 5) спілкування та розваги; 6) проведення дозвілля, перегляд фільмів, фото тощо.

Продовження таблиці 5.1

1	2
Варіант 3	Уточнити, які знання та навички претендентів на вакантну посаду в офісі, є найважливішими під час вибору, застосовуючи експертне оцінювання. Основні показники, які розглядаються роботодавцями під час вибору претендентів: 1) наявність відповідної вищої освіти; 2) володіння комп'ютером; 3) володіння іноземною мовою; 4) наявність навичок щодо керування автомобілем; 5) стаж роботи; 6) вік; 7) уміння працювати в команді
Варіант 4	Визначити основні критерії обрання виконавця під час розробки інформаційної системи, застосовуючи експертне оцінювання. Основні критерії обрання виконавця під час розробки інформаційної системи: 1) вартість розробки; 2) репутація виконавця; 3) терміни виконання; 4) країна виконавця; 5) можливості фірми щодо виконання роботи; 6) якість та функціонал розробки

5.2 Приклад. Реалізація методу експертних оцінок Дельфі².

Розглянемо застосування методу експертних оцінок Дельфі до виконання завдання варіанта 2.6 – Проведення дозвілля, перегляд фільмів, фото тощо.

Мета роботи. Необхідно оцінити пріоритетність наряду «Проведення дозвілля, перегляд фільмів, фото тощо» щодо використання інформаційних технологій студентами за допомогою методу Дельфі. Процес включає проведення експертного опитування в кілька турів для досягнення консенсусу серед експертів.

² За матеріалами звіту з практичної роботи Оленченкова Іллі, гр. КН 2022-1.

Розв'язання.

Для проведення експертного оцінювання запрошено 5 експертів – студентів. Кожному експерту видана анкета для оцінювання пріоритетності «Проведення дозвілля, перегляд фільмів, фото тощо» щодо використання інформаційних технологій студентами. Експерт повинен поставити собі індивідуальну самооцінку в балах (від 0 до 10). Рівень обслуговування оцінюється у відсотках (від 0 до 100). Робота проводиться індивідуально та анонімно.

Критерій оцінки: довжина інтервалу не більше 20 %.

Після проведення першого туру опитування отримали такі результати (табл. 5.2).

Таблиця 5.2 – Початкові дані

Номер та ім'я експерта	Коефіцієнт самооцінки: x_i	Рівень важливості дозвілля (оцінка експерта) y_i	Коментар ³
1. Ілля	8	83 %	Думаю, спілкування та розваги важливі, бо студенти мають відпочивати після пар. Хоча, може, я трохи перебільшив через свою втому від навчання
2. Вадим	7	48 %	Ну, це добра справа, але не головна. Краще б готувалися до пар, ніж сиділи в ТікТокі
3. Дмитро	7	70 %	Я часто не встигаю вчитися через роботу, тому розумію, як важливо мати час на відпочинок. Але навчання теж потрібно
4. Надія	5	92 %	Та всі ж сидять у соцмережах і грають в ігри, я сама так роблю
5. Анастасія	6	75 %	Розумію, що студенти багато часу приділяють відпочинку, це допомагає не вигорати. Проте про навчання не варто забувати.

³Автор залишив оригінальні думки експертів.

Якщо коефіцієнт самооцінки виражається через x_i , оцінка експерта – через y_i , а кількість експертів n , тоді на основі отриманих даних виконаємо такі розрахунки:

Середньогрупова самооцінка – відношення суми коефіцієнтів самооцінки до кількості експертів:

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{8 + 7 + 7 + 5 + 6}{5} = 6,6.$$

Середнє значення оцінки важливості дозвілля – відношення суми оцінок послуг експертами до кількості експертів:

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{83 + 48 + 70 + 92 + 75}{5} = 73,6.$$

Середньозважена оцінка пріоритетності — відношення суми добутків коефіцієнтів самооцінки на рівень важливості дозвілля до суми коефіцієнтів самооцінки:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 8 \times 83 + 7 \times 48 + 7 \times 70 + 5 \times 92 + 6 \times 75 = 2\,400$$

$$X = 8 + 7 + 7 + 5 + 6 = 33$$

$$XY = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{2\,400}{33} = 72,7 \, \%.$$

Медіана (Me) розраховується як середньоарифметичне між серединними, впорядкованими за зростанням чи спаданням оцінками.

Для цього прикладу $Me = 75$.

Розраховуємо область довіри. Для цього знайдемо значення квартиля:

$$\text{Квартиль} = \frac{\max y_i - \min y_i}{4}$$

$$\text{Квартиль} = \frac{92 - 48}{4} = 11.$$

Отже, нижня межа області довіри: $48 + 11 = 59 \, \%$, верхня межа області довіри: $92 - 11 = 81 \, \%$.

Відповідно, інтервал довіри знаходиться у проміжку від 59 % до 81 %, тобто дорівнює 22 і не відповідає поставленому критерію.

Тому варто провести другий тур, тобто повторно відправити експертам анкети для переголосування. При зміні думки уточнити причину, додавши коментар.

Після проведення другого туру опитування отримали такі результати (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 – Дані після другого туру опитування

Номер та ім'я експерта	Коефіцієнт самооцінки: x_i	Рівень важливості дозвілля (оцінка експерта) y_i	Коментар
1. Ілля	8	83 %	—
2. Вадим	7	55 % (48 %)	Визнаю що надто низько оцінив потребу у відпочинку. Проте вважаю, що варто однаково більше приділяти час навчанню
3. Дмитро	7	70 %	—
4. Надія	5	88 % (92 %)	Моя думка не змінилася, хоча визнаю, що трохи більше працювати треба
5. Анастасія	6	75 %	—

Результати нових розрахунків є такими:

Середньогрупова самооцінка (виглядає так):

$$X = 6,6.$$

Середнє значення оцінки пріоритетності розраховується за формулою

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{83 + 55 + 70 + 88 + 75}{5} = 74,2.$$

Середньозважена оцінка має такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 8 \times 83 + 7 \times 55 + 7 \times 70 + 5 \times 88 + 6 \times 75 = 2\,429$$

$$X = 8 + 7 + 7 + 5 + 6 = 33$$

$$XY = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{2\,429}{33} = 73,6 \%$$

Таким чином, медіана (Me) набуває значення

$$Me = 75.$$

Розраховуємо область довіри. Для цього знайдемо значення квартиля:

$$\begin{aligned} \text{Квартиль} &= \frac{\max y_i - \min y_i}{4} \\ \text{Квартиль} &= \frac{88 - 55}{4} = 8,25. \end{aligned}$$

Отже, нижня межа області довіри – $55 + 8,25 = 63,25 \%$, верхня межа області довіри – $88 - 8,25 = 79,75 \%$.

Відповідно, інтервал довіри знаходиться у проміжку від $63,25 \%$ до $79,75 \%$, тобто дорівнює $16,5 \%$, що відповідає заданому критерію.

Таким чином, поставлене завдання вирішене.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 6

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ (ІГРИ З ПРИРОДОЮ)

6.1 Завдання на практичну роботу

Опрацювати різні методи прийняття рішень в умовах невизначеності на основі обробки матриці виграшів та матриці ризиків.

Зробити висновки щодо вибору оптимальних стратегій за різними критеріями. Скласти звіт з практичної роботи та завантажити його у дистанційний курс [3].

6.2 Хід роботи

1. Опанувати матеріал лекції «Прийняття рішень в умовах невизначеності» дистанційного курсу [3] та відповідний розділ навчального посібника [2].
2. Побудувати матрицю виграшів:

$$\Phi\{\phi_{kj}; k = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}\} = \begin{pmatrix} \theta_1 & \dots & \theta_j & \dots & \theta_n \\ \phi_{11} & \dots & \phi_{1j} & \dots & \phi_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{k1} & \dots & \phi_{kj} & \dots & \phi_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{m1} & \dots & \phi_{mj} & \dots & \phi_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ \dots \\ x_k \\ \dots \\ x_m \end{matrix}, \quad (6.1)$$

де $\{x_k\}$ – стратегії гравця 1 – суб'єкта прийняття рішення; $\{\theta_j\}$ – множина станів природи; ϕ_{kj} – оцінка виграшів гравця 1, якщо він обирає стратегію x_k за умови стану природи θ_j .

Зауваження 6.1. Вимірність та значення елементів матриці Φ студент обирає самостійно. При цьому кількість рядків матриці m має належати інтервалу від 4 до 6, кількість стовпчиків матриці Φ має належати інтервалу від 5 до 7.

3. Побудувати відповідну матрицю ризиків $R^- = \{r_{kj}^-\}$, елементи якої обчислюються за допомогою елементів матриці виграшів Φ за формулою

$$r_{kj}^- = r_{kj}^-(x_k, \theta_j) = l_j^+ - \phi_{kj}^+, \quad k = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \quad (6.2)$$

де $l_j^+ = \max_k \phi_{kj}^+$.

4. Для побудованих матриць виграшів та ризику розглянути критерії прийняття рішень в умовах невизначеності: максимаксу, Вальда, Севіджа, Гурвиця та Лапласа. Приклади застосування критеріїв наведені в лекції.

Критерій максимаксу. Визначається стратегія, що максимізує максимальні виграші для кожного стану природи. Це критерій крайнього оптимізму. Найкращим є рішення, за якого досягається максимальний виграш:

$$M = \max_{\substack{1 \leq k \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} \phi_{kj}.$$

Максимінний критерій Вальда. З позицій цього критерію природа розглядається як агресивно налаштований і свідомо діючий супротивник. Вибирається рішення, для якого досягається значення, що обчислюється за формулою

$$W = \max_{1 \leq k \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} \phi_{kj}.$$

Критерій мінімаксного ризику Севіджа. Вибір стратегії аналогічний вибору стратегії за принципом Вальда з тією різницею, що гравець керується не матрицею виграшів (1), а матрицею ризиків (2):

$$S = \min_{1 \leq k \leq m} \max_{1 \leq j \leq n} r_{kj}.$$

Критерій песимізму-оптимізму Гурвиця. Цей критерій під час вибору рішення генерує деякий середній результат, що характеризує стан між крайнім песимізмом і невтримним оптимізмом. Відповідно до цього критерію стратегія в матриці виграшів обирається згідно з таким значенням:

$$H_{\Phi} = \max_{1 \leq k \leq m} \left\{ \alpha \min_{1 \leq j \leq n} \phi_{kj} + (1 - \alpha) \max_{1 \leq j \leq n} \phi_{kj} \right\},$$

де α – коефіцієнт песимізму ($0 \leq \alpha \leq 1$).

При $\alpha = 0$ критерій Гурвиця збігається з максимаксом критерієм, а при $\alpha = 1$ – із критерієм Вальда.

Зауваження 6.2 Для опрацювання практичного завдання застосувати певне програмне середовище за вибором студента.

5. Підготувати звіт в електронному вигляді та надіслати для перевірки на дистанційний курс.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 7 ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ

Хід роботи

1. Опанувати матеріал лекції *Прийняття рішень в умовах ризику* дистанційного курсу [3] та відповідний матеріал навчального посібника [2].
2. Побудувати матрицю виграшів:

$$\Phi\{\phi_{kj}; k = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}\} = \begin{pmatrix} \theta_1 & \dots & \theta_j & \dots & \theta_n \\ \phi_{11} & \dots & \phi_{1j} & \dots & \phi_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{k1} & \dots & \phi_{kj} & \dots & \phi_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{m1} & \dots & \phi_{mj} & \dots & \phi_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} X_1 \\ \dots \\ X_k \\ \dots \\ X_m \end{matrix} \quad (7.1)$$

де $\{x_k\}$ – стратегії гравця 1 – суб'єкта прийняття рішення; $\{\theta_j\}$ – множина станів природи; ϕ_{kj} – оцінка виграшів гравця 1, якщо він обирає стратегію x_k за умови стану природи θ_j .

Зауваження 7.1 Вимірність та значення елементів матриці Φ студент обирає самостійно. При цьому кількість m рядків матриці виграшів має належати інтервалу від 4 до 6, кількість стовпчиків матриці Φ має належати інтервалу від 5-ти до 7-ми.

3. Побудувати відповідну матрицю ризиків $R^- = \{r_{kj}^-\}$, елементи якої обчислюються за допомогою елементів матриці виграшів Φ за формулою

$$r_{kj}^- = r_{kj}^-(x_k, \theta_j) = l_j^+ - \phi_{kj}^+, \quad k = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \quad (7.2)$$

де $l_j^+ = \max_k \phi_{kj}^+$.

4. Визначити вектор P ймовірностей станів природи $P = \{p_j\}$ для станів природи $\Theta = \{\theta_j\}, j=1, 2, \dots, n$.

5. Використовуючи матрицю виграшів Φ (6.1), матрицю ризиків R , елементи якої обчислені за формулами (6.2) та вектор P ймовірностей станів природи, застосувати критерій максимуму очікуваного середнього виграшу або мінімуму очікуваного середнього ризику (матриці Φ та R відповідно), для

визначення кращої стратегії гравця 1, яка забезпечує гравцю максимальний середній виграш, тобто

$$\max_{1 \leq k \leq m} \sum_{j=1}^n p_j \phi_{kj} \text{ (за матрицею виграшів).}$$

Стосовно матриці ризиків (матриці втрачених вигод) кращою буде та стратегія гравця, що забезпечує йому мінімальний середній ризик:

$$\min_{1 \leq k \leq m} \sum_{j=1}^n p_j r_{kj} \text{ (за матрицею ризиків).}$$

Зауваження 7.2 Для опрацювання пунктів 2–4 застосувати певне програмне середовище за вибором студента.

6. Підготувати звіт в електронній формі та надіслати для перевірки у дистанційний курс [3].

7 ЗАВДАННЯ НА САМОСТІЙНУ РОБОТУ. ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ

Завдання

1. Побудувати математичну модель задачі, неформальна постановка якої надається нижче, як двокритеріальної оптимізаційної задачі цілочисельного (бінарного) лінійного програмування.
2. Визначити функцію лінійної згортки частинних критеріїв.
3. Запропонувати метод та алгоритм розв'язання задачі.
4. Обґрунтувати вибір програмних засобів розв'язання задачі та виконати програмну реалізацію.

Неформальна постановка.

Розглянемо задачу одновимірного розкрою. Нехай дано два нескінченні прутки – P_{01} та P_{02} (рис. 7.1), з яких необхідно вирізати n заготовок:

$$\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \text{ (рис. 7. 2),}$$

де множина $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – задає довжини заготовок з набору $\mathbf{p}$.

Покладемо, що величини $v_i, i = 1, 2, \dots, n$, є натуральними числами.

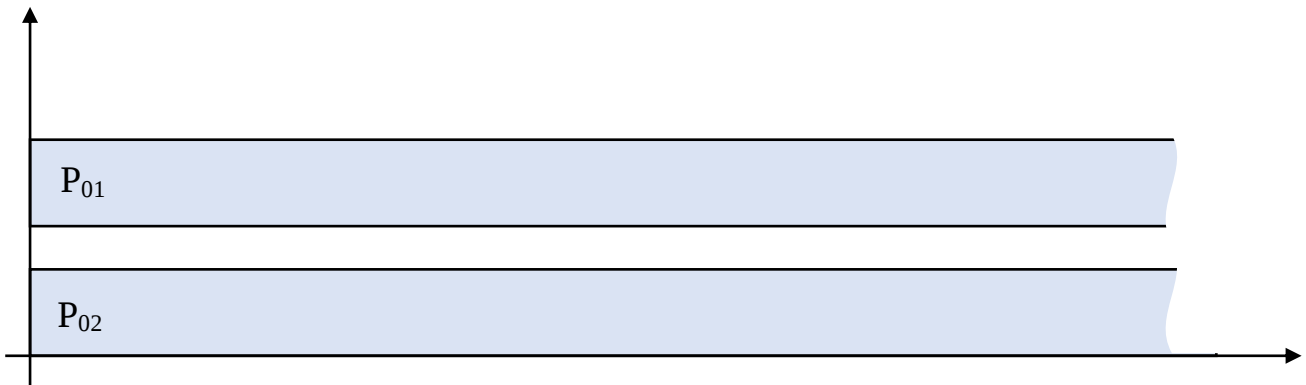


Рисунок 7.1 – Область розкрою: два нескінченні прутки – P_{01} та P_{02}

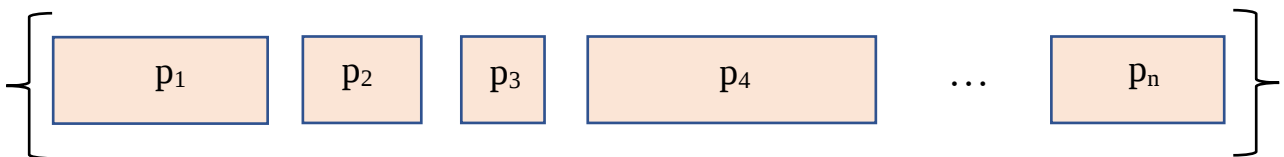


Рисунок 7.2 – Множина заготовок $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

Ширину прутків P_{01} та P_{02} покладаємо рівною ширині заготовок $p = \{p_i\}$. Таким чином, задачу, що розглядається, можна звести до задач одновимірного розкрою (за постановкою).

Потрібно визначити варіант розкрою прутків P_1 та P_2 на заготовки, так, щоб функція витрат

$$Z = \max(z_1, z_2),$$

де z_1, z_2 – довжини зайнятих частин прутків P_1 та P_2 відповідно – досягала мінімуму.

Теоретичні нотатки

Надамо певні зауваження за пунктами 1 та 2 завдання.

1. Побудувати математичну модель задачі.

Побудова будь-якої оптимізаційної математичної моделі (математична постановка) задачі містить такі етапи:

- визначення набору незалежних (ендогенних) змінних задач;
- визначення міри «якості», тобто виду цільової функції, що залежить певним чином від незалежних змінних;
- визначення обмежень задачі.

Методика побудови математичної моделі різних типів задач наведена у файлі «Методичні вказівки до контролю рівня вхідних знань» дистанційного курсу «Методи і засоби прийняття рішень» [3], наприклад у розділі 3.1 Математична постановка задачі планування виробництва.

2. Визначити функцію лінійної згортки частинних критеріїв.

Нехай є два частинних цільових критерії: $f(x_1, \dots, x_n)$ та $g(x_1, \dots, x_n)$, задані у n -вимірному просторі. Лінійна згортка частинних критеріїв $f(x_1, \dots, x_n)$ та $g(x_1, \dots, x_n)$ має такий вигляд:

$$F(x_1, \dots, x_n) = a_1 f(x_1, \dots, x_n) + a_2 g(x_1, \dots, x_n),$$

де $F(x_1, \dots, x_n)$ – позначення лінійної згортки;

a_1, a_2 – вагові коефіцієнти є такими, що

$$0 \leq a_1 \leq 1, 0 \leq a_2 \leq 1, a_1 + a_2 = 1.$$

8 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ. МІРИ РИЗИКУ

В загальному випадку мірою ризику комерційного (фінансового) рішення або операції вважають середньоквадратичне відхилення значення показника ефективності цього рішення або операції. Найчастіше показником ефективності фінансового рішення (операції) служить прибуток.

Розглянемо вибір деякою особою, що ухвалює рішення (ОПР) одного із двох варіантів інвестицій в умовах ризику. Нехай є два проєкти – А і В, у які ОПР може вкласти кошти.

Проєкт А в певний момент у майбутньому забезпечує випадкову величину прибутку, середнє очікуване значення (математичне сподівання) якої дорівнює m_A , а дисперсія – D_A .

Для проєкту В ці числові характеристики прибутку як випадкової величини передбачаються рівними відповідно m_B і D_B .

Середньоквадратичні відхилення дорівнюють відповідно s_A і s_B . Можливі наступні випадки:

- а) $m_A = m_B, s_A < s_B$, варто обрати проєкт А;
- б) $m_A > m_B, s_A < s_B$, варто обрати проєкт А;
- в) $m_A > m_B, s_A = s_B$, варто обрати проєкт А;
- г) $m_A > m_B, s_A > s_B$;
- д) $m_A < m_B, s_A < s_B$.

В останніх двох випадках рішення про вибір проєкту А або В залежить від ОПР. Зокрема, у випадку г) проєкт А забезпечує більш високий середній прибуток, однак він і більш ризикований. Вибір при цьому визначається тим, якою додатковою величиною середнього прибутку компенсується для ОПР задане збільшення ризику. У випадку д) для проєкту А ризик менший, але й очікуваний прибуток менший.

Завдання на самостійну роботу № 1

Мета роботи: використання програмної системи MS Excel для розв'язання задачі вибору інвестиційного проєкту в умовах ризику.

Хід роботи

1. Розглянути приклади виконання завдання, наведені нижче.
2. Виконати розрахунки відповідно свого варіанта.

Зразок виконання завдання

Приклад 8.1 Нехай є два інвестиційні проєкти. Перший з імовірністю 0,6 забезпечує прибуток 15 млн грн, однак з імовірністю 0,4 можна втратити 5,5 млн грн. Для другого проєкту з імовірністю 0,8 можна дістати прибуток 10 млн грн. і з імовірністю 0,2 втратити 6 млн грн. Який проєкт вибрати?

Розв'язання. Обидва проєкти мають однакову середню прибутковість, яка розраховується як математичне сподівання та дорівнює 6,8 млн грн:

Середня прибутковість першого проєкту m_1 : $0,6 \times 15 + 0,4 \times (-5,5) = 6,8$ млн грн.

Середня прибутковість другого проєкту m_2 : $0,8 \times 10 + 0,2 \times (-6) = 6,8$ млн грн.

Однак середньоквадратичне відхилення s_1 прибутку для першого проєкту дорівнює 10,04 млн грн, тоді як s_2 для другого проєкту дорівнює 6,4 млн грн:

$$s_1 = [0,6 \times (15 - 6,8)^2 + 0,4 \times (-5,5 - 6,8)^2]^{1/2} = 10,04 \text{ млн грн,}$$

$$s_2 = [0,8 \times (10 - 6,8)^2 + 0,2 \times (-6 - 6,8)^2]^{1/2} = 6,4 \text{ млн грн,}$$

тому перевагу має другий проєкт.

Середньоквадратичне відхилення s ефективності рішення зазвичай використовується як міра ризику, воно не зовсім точно відображає реальність. Можливі ситуації, за яких варіанти забезпечують приблизно однаковий середній прибуток і мають однакові середньоквадратичні відхилення прибутку, однак не є рівною мірою ризикованими.

Дійсно, якщо під ризиком розуміти ризик банкрутства, то величина ризику повинна залежати від величини вихідного капіталу ОПР чи фірми, яку вона представляє.

На рисунку 8.1 розглянуто випадок вибору з більш ніж двох варіантів інвестицій. Характеристики варіантів показані точками на площині (m, s) .

Таким чином, серед варіантів А, В і С перевагу має А.

Серед варіантів В, D і Н варто було б вибрати Н.

Варіант Н кращий за варіанти С і F. Однак порівняльна перевага – вибір між, наприклад, варіантами А, D, F і G – залежить від схильності ОПР до ризику.

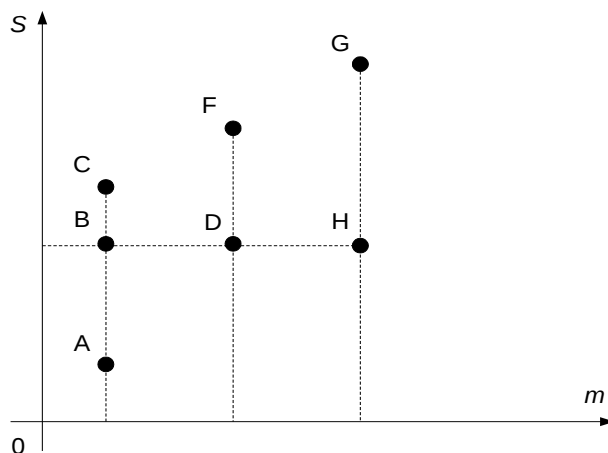


Рисунок 8.1 – Варіанти вибору інвестицій

Приклад 8.2 Акціонерному товариству (АТ) пропонуються два ризиковані проєкти, дані про можливу ефективність за проєктами наведені в таблиці 8.1:

Таблиця 8.1 – Кошти по проєктах

Назва показника	Проєкт 1			Проєкт 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	60	0	50	100
Імовірність p отримання прибутку	0,2	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4

Враховуючи, що фірма має борг 80 млн грн, який проєкт повинні вибрати акціонери й чому?

Рішення. Для оцінки ефективності розглянутих інвестиційних проєктів обчислимо математичні сподівання m_1 , m_2 і середньоквадратичні відхилення s_1 та s_2 для проєктів 1 та 2.

$$\text{Проєкт 1: } m_1 = 40 \times 0,2 + 50 \times 0,6 + 60 \times 0,2 = 50 \text{ млн грн.}$$

$$\text{Проєкт 2: } m_2 = 0 \times 0,4 + 50 \times 0,2 + 100 \times 0,4 = 50 \text{ млн грн.}$$

Отже, математичні сподівання m_1 , m_2 для обох проєктів виявляються однаковими. Можливо, при виборі проєкту вирішальним будуть середньоквадратичні відхилення s_1 та s_2 . Середньоквадратичні відхилення для

цих проєктів, відповідно, дорівнюють: $s_1 = 6,324$, $s_2 = 44,72$. При цьому коефіцієнти v_i варіабельності: $v_i = m_i/s_i$, дорівнюють $v_1 = 0,126$ та $v_2 = 0,894$.

Таким чином, відповідно до випадку *a)* варто вибрати проєкт 1, тому що при однакових математичних сподіваннях щодо очікуваної ефективності для обох цих проєктів ($m_1 = m_2 = 50$) середньоквадратичне відхилення $s_1 = 6,324$ для проєкту 1, порівняно з аналогічним показником для проєкту 2 $s_2 = 44,72$, більш ніж в 7 разів менше.

Отже, проєкт 1 при середній прибутковості, яка дорівнює 50 млн грн, характеризується більш ніж в 7 разів меншою варіабельністю, тобто ризикованістю.

Здається, без сумнівів варто ухвалювати проєкт 1. Однак варто звернути увагу на наведене в умові задачі зауваження, що фірма має фіксовані платежі за боргами 80 млн грн, і цей факт може змінити рішення на протилежне.

Дійсно, у теорії імовірностей і математичній статистиці відома центральна гранична теорема, якою обґрунтовується так званий нормальний розподіл, який є найпоширенішим у статистиці, а також у техніці й інших застосуваннях.

Зокрема, якщо припустити прибутковість Pr по проєктах 1 і 2 розподіленою за нормальним законом, а підставою для цього є зазначена гранична теорема, то з імовірністю 0,997 (практично істинно) можливі значення виграшів і платежів по проєктах 1 і 2, відповідно, належать діапазонам

$$m_i \pm 3s_i,$$

а саме:

$$\text{Проект 1: } Pr = 50 \pm 3 * 6,324; \quad 31,03 \leq Pr \leq 68,97.$$

$$\text{Проект 2: } Pr = 50 \pm 3 * 44,72; \quad - 84,16 \leq Pr \leq 184,16.$$

Отже, у випадку вибору істотно менш ризикованого проєкту 1 акціонерне товариство може значно зменшити свій борг в 80 млн грн, але без додаткових фінансових джерел (а умовою задачі вони не передбачені) від боргів АТ повністю не звільниться.

Сильно ризикуючи, при прийнятті проєкту 2 АТ (якщо пощастить) може цілком звільнитися від боргів, одержавши при цьому ще й чималий прибуток. У випадку невдачі АТ очікує банкрутство. Інші варіанти можливих угод про відстрочку боргів умовами задачі не передбачаються.

Висновки. У випадку реалізації низькоризикованого проєкту 1 АТ усе одне з боргами не здатне розплатитися, хоча їх можна зменшити (якщо це щось дасть). Змушене ризикувати під час прийняття проєкту 2, АТ, якщо пощастить, відразу може розв'язати всі фінансові проблеми, залишившись ще із прибутком. У випадку невдачі ж воно – банкрут. Ухвалюючи ризикований проєкт 2, можна потрапити в ситуацію «або пан, або пропав», тоді як вибравши безризикований проєкт 1, боргів не уникнути за будь-яких обставин.

Задачі для самостійного розв'язання

Зауваження 8.1. Якщо номер студента у загальному списку групи менший за 16, номер завдання має збігатися із номером студента. Якщо номер студента у загальному списку групи більший за 16, номер завдання визначається за формулою

$$\text{Номер_завдання} = \text{номер_студента} - 16.$$

При цьому всі вихідні дані масштабуються, тобто множаться на величину
 $A = (\text{номер_студента} / 16).$

Задача 1

Нехай є два інвестиційні проєкти. Перший з імовірністю p_{11} забезпечує прибуток A_{11} млн грн, з імовірністю p_{12} – прибуток A_{12} млн грн, однак, уклавши гроші в цей проєкт, з імовірністю p_{13} можна втратити A_{13} млн грн.

Для другого проєкту з імовірністю p_{21} можна дістати прибуток A_{21} млн грн, з імовірністю p_{22} – прибуток A_{22} млн грн і з імовірністю p_{23} втратити A_{23} млн грн.

Який проєкт обрати?

Варіант 1

p_{11}	0,1	A_{11}	15	p_{21}	0,3	A_{21}	11
p_{12}	0,3	A_{12}	21	p_{22}	0,2	A_{22}	31
p_{13}	0,6	A_{13}	7	p_{23}	0,5	A_{23}	6

Варіант 2

p_{11}	0,2	A_{11}	11	p_{21}	0,3	A_{21}	8
p_{12}	0,4	A_{12}	17	p_{22}	0,1	A_{22}	40
p_{13}	0,4	A_{13}	9	p_{23}	0,6	A_{23}	10

Варіант 3

p_{11}	0,15	A_{11}	15	p_{21}	0,5	A_{21}	20
p_{12}	0,35	A_{12}	13	p_{22}	0,2	A_{22}	16
p_{13}	0,5	A_{13}	10	p_{23}	0,3	A_{23}	9

Варіант 4

p_{11}	0,7	A_{11}	8	p_{21}	0,3	A_{21}	11
p_{12}	0,2	A_{12}	21	p_{22}	0,3	A_{22}	15
p_{13}	0,1	A_{13}	15	p_{23}	0,4	A_{23}	3

Варіант 5

p_{11}	0,15	A_{11}	51	p_{21}	0,3	A_{21}	8
p_{12}	0,3	A_{12}	40	p_{22}	0,15	A_{22}	31
p_{13}	0,55	A_{13}	2	p_{23}	0,45	A_{23}	6

Варіант 6

p_{11}	0,6	A_{11}	24	p_{21}	0,11	A_{21}	52
p_{12}	0,3	A_{12}	42	p_{22}	0,39	A_{22}	38
p_{13}	0,1	A_{13}	7	p_{23}	0,5	A_{23}	17

Варіант 7

p_{11}	0,5	A_{11}	15	p_{21}	0,3	A_{21}	11
p_{12}	0,4	A_{12}	20	p_{22}	0,2	A_{22}	27
p_{13}	0,1	A_{13}	15	p_{23}	0,5	A_{23}	5

Варіант 8

p_{11}	0,1	A_{11}	15	p_{21}	0,3	A_{21}	13
p_{12}	0,3	A_{12}	21	p_{22}	0,2	A_{22}	31
p_{13}	0,6	A_{13}	7	p_{23}	0,5	A_{23}	6

Варіант 9

p_{11}	0,34	A_{11}	100	p_{21}	0,5	A_{21}	200
p_{12}	0,4	A_{12}	70	p_{22}	0,1	A_{22}	350
p_{13}	0,26	A_{13}	50	p_{23}	0,4	A_{23}	100

Варіант 10

p_{11}	0,7	A_{11}	150	p_{21}	0,3	A_{21}	110
p_{12}	0,2	A_{12}	210	p_{22}	0,2	A_{22}	310
p_{13}	0,1	A_{13}	70	p_{23}	0,5	A_{23}	60

Варіант 11

p_{11}	0,55	A_{11}	240	p_{21}	0,62	A_{21}	180
p_{12}	0,35	A_{12}	210	p_{22}	0,12	A_{22}	400
p_{13}	0,1	A_{13}	150	p_{23}	0,26	A_{23}	100

Варіант 12

p_{11}	0,8	A_{11}	15	p_{21}	0,33	A_{21}	20
p_{12}	0,11	A_{12}	20	p_{22}	0,27	A_{22}	14
p_{13}	0,09	A_{13}	8	p_{23}	0,4	A_{23}	6

Варіант 13

p_{11}	0,22	A_{11}	15	p_{21}	0,43	A_{21}	19
p_{12}	0,33	A_{12}	25	p_{22}	0,27	A_{22}	28
p_{13}	0,45	A_{13}	5	p_{23}	0,3	A_{23}	6

Варіант 14

p_{11}	0,31	A_{11}	100	p_{21}	0,3	A_{21}	70
p_{12}	0,31	A_{12}	50	p_{22}	0,2	A_{22}	80
p_{13}	0,38	A_{13}	30	p_{23}	0,5	A_{23}	20

Варіант 15

p_{11}	0,2	A_{11}	40	p_{21}	0,4	A_{21}	20
p_{12}	0,6	A_{12}	50	p_{22}	0,2	A_{22}	50
p_{13}	0,2	A_{13}	60	p_{23}	0,4	A_{23}	90

Варіант 16

p_{11}	0,15	A_{11}	15	p_{21}	0,38	A_{21}	30
p_{12}	0,3	A_{12}	40	p_{22}	0,22	A_{22}	40
p_{13}	0,55	A_{13}	3	p_{23}	0,40	A_{23}	9

Задача 2

Акціонерному товариству пропонуються два ризиковані проекти, дані про можливі інвестиції за якими наведені в таблицях. Враховуючи, що фірма має борг в F млн грн, який проєкт повинні вибрати акціонери й чому?

Варіант 1

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	60	0	50	100
Імовірність p отримання прибутку	0,2	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4

$$F = 30$$

Варіант 2

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	15	40	60	20	50	80
Імовірність p отримання прибутку	0,15	0,3	0,55	0,4	0,3	0,3

$$F = 50$$

Варіант 3

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	70	60	35	50	150
Імовірність p отримання прибутку	0,4	0,26	0,34	0,5	0,1	0,4

$$F = 60$$

Варіант 4

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	20	40	50	30	50	80
Імовірність p отримання прибутку	0,55	0,35	0,1	0,3	0,3	0,4

$$F = 40$$

Варіант 5

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	60	0	50	100
Імовірність р отримання прибутку	0,2	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4

F = 55

Варіант 6

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	60	50	40	20	40	70
Імовірність р отримання прибутку	0,55	0,25	0,2	0,3	0,3	0,4

F = 10

Варіант 7

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	70	100	50	0
Імовірність р отримання прибутку	0,6	0,25	0,15	0,4	0,25	0,35

F = 30

Варіант 8

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	70	50	90	30	50	100
Імовірність р отримання прибутку	0,25	0,6	0,15	0,4	0,2	0,4

F = 40

Варіант 9

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	60	0	50	100
Імовірність р отримання прибутку	0,2	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4

F = 115

Варіант 10

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	20	30	60	0	50	70
Імовірність р отримання прибутку	0,25	0,6	0,15	0,45	0,2	0,35

F = 15

Варіант 11

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	60	0	50	100
Імовірність р отримання прибутку	0,2	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4

F = 85

Варіант 12

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	70	50	20	30	50
Імовірність р отримання прибутку	0,7	0,1	0,2	0,3	0,2	0,5

F = 0

Варіант 13

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	50	30	80	50	40
Імовірність р отримання прибутку	0,33	0,27	0,4	0,15	0,2	0,65

F = 20

Варіант 14

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	40	100	150	60	30	50
Імовірність р отримання прибутку	0,8	0,11	0,09	0,43	0,27	0,3

F = 40

Варіант 15

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	90	40	10	80	50	50
Імовірність р отримання прибутку	0,2	0,7	0,1	0,5	0,1	0,4

F = 60

Варіант 16

Назва показника	Проект 1			Проект 2		
Прибуток, що передбачається, млн грн	33	55	69	0	50	100
Імовірність р отримання прибутку	0,1	0,64	0,26	0,3	0,2	0,5

F = 90

Запитання для самоконтролю

1. Який параметр використовується як міра ризику?
2. Яким показником найчастіше вимірюють ефективність фінансового рішення?
3. Які випадки можуть виникнути під час порівняння числових характеристик (математичного очікування й дисперсії) двох інвестиційних Проектів? Який із Проектів потрібно вибрати в кожному з випадків?

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Процедура оцінювання практичних робіт здійснюється за трьома критеріями:

1. Критерій 1. Знання теоретично обґрунтованої методики реалізації завдання практичної роботи. Кількість балів: 1–2.
2. Критерій 2. Наявність програмної реалізації. Кількість балів: 1–2.
3. Критерій 3. Наявність звіту з практичної роботи/ Вміння усно презентувати результати практичної роботи. Кількість балів: 1.

Процедура оцінювання самостійного завдання здійснюється за 5-ма критеріями:

1. Критерій 1. Наявність математичної (інформаційної, графової) моделі процесу, явища, системи, що є об'єктом індивідуального завдання. Кількість балів: 3.
2. Критерій 2. Знання теоретично обґрунтованої методики реалізації завдання. Кількість балів: 3.
3. Критерій 3. Наявність елементів наукової новизни щодо побудованої моделі об'єкту індивідуального завдання та обраних методів дослідження. Кількість балів: 3.
4. Критерій 4. Наявність програмної реалізації однією з мов високого рівня. Кількість балів: 3.
5. Критерій 5. Наявність пояснювальної записки. Кількість балів: 3.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ КУРСІВ / ПРОГРАМ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ ЗА ТЕМАТИКОЮ ДИСЦИПЛІНИ

У цьому розділі надається перелік рекомендованих курсів / програм неформальної освіти в межах навчальної дисципліни «Методи та засоби прийняття рішень» для самостійного вивчення.

Платформа Coursera:

1. Decision-Making

[Decision-Making | Coursera](#)

2. Effective Problem-Solving and Decision-Making

[Effective Problem-Solving and Decision-Making | Coursera](#)

Платформа Udey:

1. Problem-solving and Decision-making Strategies

<https://www.udemy.com/course/problem-solving-and-decision-making>

2. Effective Problem-solving and Decision-making under Pressure.

<https://www.udemy.com/course/effective-problem-solving-and-decision-making-under-pressure>

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Стандарт вищої освіти зі спеціальності 122 – Комп'ютерні науки галузі знань 12 – Інформаційні технології для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/2019/07/12/122-kompyut.nauk.bakalavr-1.pdf>, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.
2. Новожилова М. В. Методи та засоби прийняття рішень [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / М. В. Новожилова, О. І. Чуб ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023. – 120 с. – Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/64855/1/2023%20%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%BE%D0%B7%2010%D0%9D%D0%9D%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%2C%20%D0%A7%D1%83%D0%B1%20%D0%9E%20%D0%86.pdf>, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.
3. Дистанційний курс «Методи і засоби прийняття рішень» [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://dl.kname.edu.ua/course/view.php?id=1753>, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.
4. Теорія ймовірностей [Електрон. ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 121 – «Інженерія програмного забезпечення» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. : О. В. Барабаш, А. П. Мусієнко, О. В. Свинчук. – Електрон. текст. дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 193 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/d605e9e7-d1dc-4ee1-88ad-32a08fc6d570/content>, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.
5. Катренко А. В. Прийняття рішень: теорія та практика [Електрон. ресурс] : підручник / А. В. Катренко, В. В. Пасічник. – Електрон. текст. дані. – Львів : Новий Світ – 2000, 2020. – 447 с. – Режим доступу: https://ns2000.com.ua/wp-content/uploads/2019/07/Pryyniattia_rishen-.pdf, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.
6. Петров Е. Г. Методи і засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах / Е. Г. Петров, М. В. Новожилова, І. В. Гребеннік. – Київ : Техніка, 2003. – 240 с.
7. Бродський Ю. Б. Системний аналіз та теорія прийняття рішень [Електрон. ресурс] : навч. посіб. в 3-х частинах. Частина 1: Системологія / Ю. Б. Бродський. – Електрон. текст. дані. – Житомир: ДУ «Житомирська політехніка», 2022. – 92 с. – Режим доступу: <http://eztuir.ztu.edu.ua/123456789/8114>, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.

8. Жураковська О. С. Теорія прийняття рішень [Електрон. ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальностей 126 – «Інформаційні системи та технології» та 121 – «Інженерія програмного забезпечення» / О. С. Жураковська. – Електрон. текст. дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 99 с. – Режим доступу: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/38902/1/TPR_Posibnyk.pdf, вільний (дата звернення 05.05.2025). – Назва з екрана.

9. Risk Management using Failure Modes Effects Analysis [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: https://www.udemy.com/course/risk-management-failure-modes-effects-analysis-fmea/?srltid=AfmBOorr8Wxka3YcCEHY_hfuzA8hbdxs2-wLnYId6SAkuU62Zb-Q7N4b. – free (application date: 05.05.2025). – Header from the screen.

10. Critical Thinking and Decision Making: The Complete Guide. Master decisionmaking, problem solving, critical thinking, cognitive biases and creativity [Electronic resource]. – Electronic text data. – Regime of access: <https://www.coursera.org/learn/algorithms-on-graphs?specialization=datastructures-algorithms>, free (application date: 05.05.2025). – Header from the screen.

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
до практичних занять та самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм
навчання спеціальності F3 – Комп'ютерні науки)*

Укладач **НОВОЖИЛОВА** Марина Володимирівна

Відповідальний за випуск *М. Ю. Карпенко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *М. Ю. Карпенко*

План 2023, поз. 231М

Підп. до друку 08.05.2025. Формат 60 × 84/16.

Ум. друк. арк. 2,9.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська (Маршала Бажанова), 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: office@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.