

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять
та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ДИНАМІКА РУХОМОГО СКЛАДУ»

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
всіх форм навчання зі спеціальності G3 – Електрична інженерія)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2026

Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Динаміка рухомого складу» (для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності G3 – Електрична інженерія) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : С. О. Закурдай, В. І. Скуріхін. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2026. – 53 с.

Укладачі: канд. техн. наук, доц. С. О. Закурдай,
канд. техн. наук, доц. В. І. Скуріхін

Рецензент

В. Т. Доманський, доктор технічних наук, професор кафедри електричного транспорту Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою електричного транспорту, протокол № 14 від 26 червня 2026 р.

ЗМІСТ

1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ.....	5
1.1 Мета, завдання та результати навчання.....	5
1.2 Організація практичних занять.....	5
1.3 Оцінювання результатів виконання завдань	6
2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ	8
Практичне заняття 1 Визначення власної частоти одномасової моделі.....	8
Практичне заняття 2 Визначення амплітудно-частотної характеристики найпростішої моделі.....	10
Практичне заняття 3 Крутильні коливання двомасової системи	11
Практичне заняття 4 Визначення резонансної частоти та резонансної швидкості елементів підвіски, що рухається по нерівній дорозі	12
Практичне заняття 5 Нестационарні коливання найпростішої системи при розгоні, вибігу та раптовому прикладенні навантаження.....	13
Практичне заняття 6 Побудова найпростіших розрахункових моделей коливань механічної системи.....	15
Практичне заняття 7 Побудова рівнянь коливань багатомасової системи	16
Практичне заняття 8 Визначення власних частот та форм коливань багатомасової моделі транспортного засобу	18
Практичне заняття 9 Вплив профілю дороги на коливання системи, яка рухається	20
Практичне заняття 10 Амплітудно-частотні характеристики та оцінка резонансних режимів	21
Практичне заняття 11 Спектральні характеристики вібропереміщень, віброшвидкостей, віброприскорень та їх визначення	23
Практичне заняття 12 Особливості експериментального визначення спектральних характеристик коливань об'єкта	24
Практичне заняття 13 Визначення показників динамічної комфортабельності транспортного засобу.....	25

Практичне заняття 14 Визначення динамічних характеристик об'єктів з використанням складних розрахункових моделей	27
Практичне заняття 15 Використання результатів розрахунку вібраційних характеристик при проєктуванні та доводці конкретних систем.....	28
Практичне заняття 16 Розгляд контрольних питань із курсу	29
З МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	31
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	35
ДОДАТОК А.....	38

1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

1.1 Мета, завдання та результати навчання

Метою виконання практичних занять і самостійної роботи є закріплення теоретичних знань щодо механічних коливань рухомого складу та набуття навичок інженерного розрахунку динамічних характеристик транспортних засобів. Практична підготовка передбачає роботу з аналітичними моделями, числовими розрахунками, графічним поданням результатів та їх технічною інтерпретацією.

Після виконання завдань здобувач повинен уміти:

- аналізувати фактори, що спричиняють коливальні процеси та динамічні навантаження вузлів рухомого складу;
- складати фізичну модель, обирати узагальнені координати й формувати рівняння руху системи;
- визначати власні частоти, форми коливань, резонансні режими, амплітудно-частотні та спектральні характеристики;
- оцінювати вплив параметрів жорсткості, маси, демпфування, швидкості руху та профілю дороги на динамічні процеси;
- формувати інженерні висновки щодо зниження вібрацій, поліпшення комфортабельності й підвищення надійності транспортних засобів.

1.2 Організація практичних занять

Практичні заняття виконуються у послідовності, визначеній робочою програмою з дисципліни. Кожне заняття розраховане на дві аудиторні години та завершується перевіркою проміжних результатів. Для розрахунків дозволено використовувати калькулятори, електронні таблиці, MATLAB / Octave, Python або інше програмне забезпечення за умови, що здобувач подає не лише

числовий результат, а й фізичне пояснення отриманих залежностей. Розподіл навчального часу за змістовими модулями наведено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Розподіл навчального часу за змістовими модулями

Змістовий модуль	Тематика	Практичні години	Самостійна робота	Очікуваний результат
ЗМ 1	Дискретні моделі, одно- та двомасові системи, резонансні режими	12	27	Побудова простих моделей і розрахунків власних частот та АЧХ
ЗМ 2	Багатомасові, континуальні та нелінійні системи; профіль дороги	10	29	Складання матричних моделей, визначення форм коливань і спектральних характеристик
ЗМ 3	Інженерне використання динамічних характеристик; комфортабельність	10	31	Оцінка експериментальних даних, комфорту та конструктивних заходів
Підсумковий контроль	Узагальнення матеріалу, підготовка до диференційованого заліку	—	15	Тестування

1.3 Оцінювання результатів виконання завдань

Поточний контроль здійснюється у формі усного та письмового опитування, аналізу правильності розрахунків і якості висновків. Під час оцінювання враховуються повнота виконання завдання, коректність математичної моделі, правильність одиниць вимірювання, обґрунтованість графіків і самостійність аналізу. Критерії оцінювання результатів виконання завдань наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Критерії оцінювання результатів виконання завдань

Критерій	Зміст критерію	Орієнтовна питома вага
Підготовка	Наявність вихідних даних, розрахункової схеми, правильне визначення параметрів моделі	20 %
Розрахункова частина	Коректне використання формул, одиниць вимірювання, таблиць і графіків	35 %
Аналіз результатів	Виявлення резонансних режимів, пояснення впливу параметрів, технічні висновки	30 %
Оформлення	Структура звіту, нумерація, грамотність, посилання на джерела	15 %

2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Для практичних занять у додатку А наведено варіанти індивідуальних вихідних даних. Викладач може уточнювати вихідні дані, кількість варіантів і перелік графіків відповідно до конкретного навчального плану, доступного програмного забезпечення та рівня підготовленості академічної групи.

Практичне заняття 1 Визначення власної частоти одномасової моделі

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.1 додатка А.

Мета роботи: навчитися складати рівняння вільних коливань одномасової системи, визначати циклічну та технічну власну частоту, період коливань і вплив маси та жорсткості на результат.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Розрахункову схему наведено на рисунку 2.1. Основні формули:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \quad (2.1)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (2.2)$$

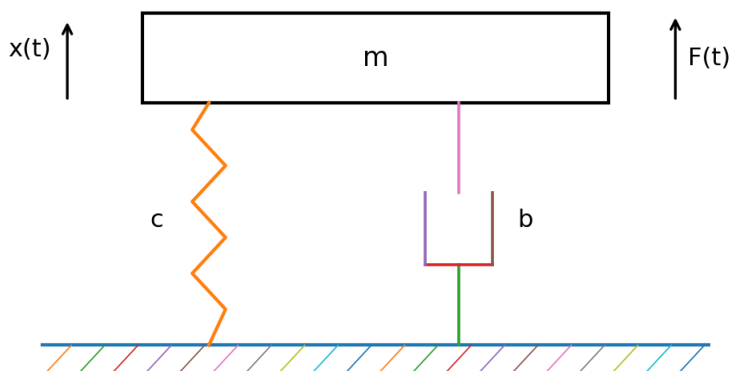


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема одномасової коливальної системи

Порядок виконання роботи:

1. Накреслити розрахункову схему одномасової системи та позначити масу m , жорсткість c , координату $x(t)$.
2. Перевести всі вихідні дані в узгоджену систему одиниць СІ.
3. Скласти диференціальне рівняння вільних коливань без демпфування.
4. Визначити ω_0 , f_0 , T та проаналізувати, як зміниться частота при збільшенні маси або жорсткості на 10 %.
5. Побудувати коротку таблицю параметричного аналізу.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: опрацювати поняття власної частоти, періоду, фази та амплітуди; підготувати пояснення, чому збільшення жорсткості підвищує частоту, а збільшення маси її знижує.

Контрольні запитання:

1. Що називають власною частотою системи?
2. Чим відрізняються циклічна частота ω і частота f ?
3. Чому власна частота є важливою для аналізу резонансу?

Практичне заняття 2 Визначення амплітудно-частотної характеристики найпростішої моделі

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.2 додатка А.

Мета роботи: опанувати методику побудови амплітудно-частотної характеристики одномасової системи при гармонійному збуренні.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \sin(\omega t), \quad (2.3)$$

$$A(\omega) = \frac{F_0/c}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, r = \frac{\omega}{\omega_0}, \zeta = \frac{b}{2\sqrt{mc}}. \quad (2.4)$$

Порядок виконання роботи:

1. Записати рівняння вимушених коливань із в'язким демпфуванням.
2. Розрахувати коефіцієнт демпфування ζ та відношення частот r .
3. Для заданого діапазону частот визначити амплітуду $A(\omega)$.
4. Побудувати графік залежності амплітуди від циклічної частоти або відношення частот.
5. Визначити частоту, при якій амплітуда набуває максимального значення, та пояснити вплив демпфування.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати графік АЧХ для двох значень демпфування і порівняти висоту резонансного піка.

Контрольні запитання:

1. Що показує амплітудно-частотна характеристика?
2. Як демпфування впливає на резонансну амплітуду?
3. Чому система потребує особливої уваги, коли відношення частот наближається до одиниці?

Практичне заняття 3 Крутильні коливання двомасової системи

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.3 додатка А.

Мета роботи: навчитися формувати рівняння крутильних коливань двомасової системи та визначати власну частоту відносних коливань.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + k_\theta (\theta_1 - \theta_2) = 0, \quad (2.5)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + k_\theta (\theta_2 - \theta_1) = 0. \quad (2.6)$$

$$\omega = \sqrt{k_\theta \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)} \quad (2.7)$$

Порядок виконання роботи:

1. Накреслити двомасову крутильну систему: моменти інерції J_1 , J_2 та крутильна жорсткість k_θ .
2. Записати рівняння моментів для обох мас.
3. Визначити власну частоту відносного крутильного коливання.

4. Оцінити вплив збільшення крутильної жорсткості вала на частоту.

5. Зробити висновок щодо небезпеки збігу частоти збурення тягового приводу з власною частотою системи.

Зміст звіту:

– назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;

– послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;

– таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;

– аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: опрацювати приклади крутильних коливань у механічній передачі електричного рухомого складу.

Контрольні запитання:

1. Які елементи транспортного засобу можуть утворювати крутильну систему?

2. Що таке крутильна жорсткість?

3. Як змінюється частота при збільшенні моментів інерції?

Практичне заняття 4 Визначення резонансної частоти та резонансної швидкості елементів підвіски, що рухається по нерівній дорозі

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.4 додатка А.

Мета роботи: визначити умови виникнення резонансу при русі транспортного засобу по періодичному профілю дороги або колії.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}\right), \quad (2.8)$$

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}\right), \quad (2.8)$$

$$\omega_{зб} = \frac{2\pi v}{\lambda}, v_{рез} = \frac{\omega_0 \lambda}{2\pi} = f_0 \lambda. \quad (2.9)$$

Порядок виконання роботи:

1. Задати довжину хвилі нерівності λ та амплітуду h_0 .
2. Визначити частоту збурення залежно від швидкості руху v .
3. Прирівняти частоту збурення до власної частоти системи та знайти $v_{рез}$.
4. Побудувати таблицю $\omega_{зб}$ для кількох швидкостей.
5. Сформулювати рекомендації щодо уникнення резонансного режиму.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підібрати три значення довжини хвилі нерівності та оцінити, як вони впливають на резонансну швидкість.

Контрольні запитання:

1. Чому профіль дороги перетворюється на часове збурення?
2. Як швидкість руху впливає на частоту збурення?
3. Які практичні заходи зменшують ризик резонансу?

Практичне заняття 5 Нестационарні коливання найпростішої системи при розгоні, вибігу та раптовому прикладенні навантаження

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.5 додатка А.

Мета роботи: опанувати аналіз перехідних процесів у коливальній системі при змінному або раптовому збуренні.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(t), \quad (2.10)$$

$$x_{\text{ст}} = \frac{F_0}{c}, x(t) = x_{\text{ст}}[1 - \cos(\omega_0 t)]. \quad (2.11)$$

Порядок виконання роботи:

1. Вибрати тип збурення: ступінчасте навантаження, лінійне наростання сили або зміна частоти під час розгону.
2. Записати рівняння руху та початкові умови.
3. Розрахувати або чисельно змоделювати $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.
4. Побудувати часові графіки переміщення і прискорення.
5. Оцінити максимальне динамічне перевищення відносно статичного переміщення.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати порівняння реакції системи без демпфування та з демпфуванням.

Контрольні запитання:

1. Що таке перехідний процес?
2. Чому раптове прикладення навантаження може спричинити динамічне перевищення?
3. Які параметри впливають на тривалість згасання коливань?

Практичне заняття 6 Побудова найпростіших розрахункових моделей коливань механічної системи

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.6 додатка А.

Мета роботи: сформувати навички переходу від реального механічного об'єкта до розрахункової схеми з масами, жорсткостями, демпферами та узагальненими координатами.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_n]^T, \quad (2.12)$$

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = Q(t). \quad (2.13)$$

Порядок виконання роботи:

1. Визначити межі системи та елементи, що мають істотну масу, жорсткість або демпфування.
2. Обрати кількість ступенів свободи та узагальнені координати.
3. Скласти розрахункову схему з умовними позначеннями.
4. Записати матриці M , B , K у загальному вигляді.
5. Оцінити, які спрощення прийнято і як вони можуть вплинути на результат.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи. Скласти власний приклад розрахункової моделі для елемента рухомого складу: підвіски, колісної пари, редуктора або кузова.

Контрольні запитання:

1. Що таке ступінь свободи механічної системи?
2. Які припущення дозволяють спростити модель?
3. Чому модель повинна відповідати меті розрахунку?

Практичне заняття 7 Побудова рівнянь коливань багатомасової системи

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.7 додатка А.

Мета роботи: навчитися складати рівняння коливань багатомасової системи за методом силового балансу або рівняннями Лагранжа другого роду.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2.14)$$

$$M\ddot{q} + Kq = Q(t). \quad (2.15)$$

Для двовісної моделі транспортного засобу деформації переднього та заднього пружних елементів, кінетичну й потенціальну енергії записують у такому вигляді:

$$\delta_{\Pi} = y_1 - y_2 + a\varphi_1, \delta_3 = y_1 - y_3 - b\varphi_1, \quad (2.16)$$

$$T = \frac{1}{2} [M(\dot{y}_1^2 + \rho^2 \dot{\varphi}_1^2) + 2m(\dot{y}_2^2 + \dot{y}_3^2)], \quad (2.17)$$

$$2 \frac{c_{\Pi} \delta_{\Pi}^2}{2} + 2 \frac{c_3 \delta_3^2}{2} = c_{\Pi} (y_1 - y_2 + a \varphi_1)^2 + c_3 (y_1 - y_3 - b \varphi_1)^2, \quad (2.18)$$

$$2 \frac{c(y_2 - h_2)^2}{2} + 2 \frac{c(y_3 - h_3)^2}{2} = c[(y_2 - h_2)^2 + (y_3 - h_3)^2]. \quad (2.19)$$

Порядок виконання роботи:

1. Обрати узагальнені координати q_i .
2. Записати кінетичну енергію T та потенціальну енергію Π .
3. Для кожної координати застосувати рівняння Лагранжа.
4. Звести систему рівнянь до матричного вигляду.
5. Перевірити симетричність матриць M і K для консервативної системи.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: повторити правила диференціювання енергій за узагальненими координатами та швидкостями.

Контрольні запитання:

1. У чому перевага рівнянь Лагранжа для складних систем?
2. Що входить до кінетичної та потенціальної енергії?
3. Який фізичний зміст має матриця жорсткості?

Практичне заняття 8 Визначення власних частот та форм коливань багатомасової моделі транспортного засобу

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.8 додатка А.

Мета роботи: закріпити методику розв'язання власної задачі для багатомасової моделі рухомого складу.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Спрощену двовісну модель наведено на рисунку 2. Основні формули:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0, \quad (2.20)$$

$$(K - \omega_r^2 M)\Phi_r = 0. \quad (2.21)$$

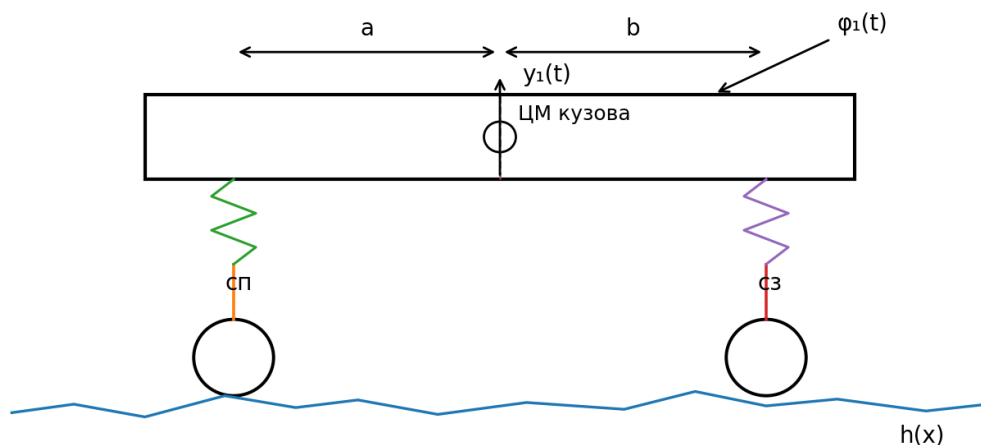


Рисунок 2.2 – Спрощена двовісна модель транспортного засобу для аналізу вертикальних і кутових коливань

Для спрощеної моделі з двома ступенями свободи та для прикладу числового визначення форм коливань використовують такі формули:

$$T = \frac{M}{2} (\dot{y}_1^2 + \rho^2 \dot{\phi}_1^2), \quad (2.22)$$

$$\Pi = c_{\Pi}(y_1 - h_2 + a\phi_1)^2 + c_3(y_1 - h_3 - b\phi_1)^2, \quad (2.23)$$

$$p_1 = 7,11\text{с}^{-1}, p_2 = 8,20\text{с}^{-1}, \quad (2.24)$$

$$\left(\frac{A_4}{A_1}\right)_{p_1} = \frac{1,6 \cdot 50,6 - 48,4 - 37}{48,4 \cdot 131 - 37 \cdot 139} = -0,0037\text{см}^{-1}, \quad (2.25)$$

$$\left(\frac{A_4}{A_1}\right)_{p_2} = \frac{1,6 \cdot 67,2 - 48,4 - 37}{48,4 \cdot 131 - 37 \cdot 139} = 0,0183\text{см}^{-1}. \quad (2.26)$$

Порядок виконання роботи:

1. Сформувати матриці мас M і жорсткості K для заданої моделі.
2. Записати характеристичне рівняння, наведене у коротких теоретичних відомостях.
3. Визначити власні частоти ω_r аналітично або чисельно.
4. Для кожної частоти знайти вектор форми коливань Φ_r .
5. Нормувати форми коливань і пояснити їх фізичний зміст.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: побудувати схему двовісної моделі транспортного засобу та підготувати пояснення понять «підплигування» і «поздовжнє качання».

Контрольні запитання:

1. Що називають формою коливань?
2. Чому кількість власних частот дорівнює кількості ступенів свободи?
3. Як інтерпретувати знак елементів вектора форми?

Практичне заняття 9 Вплив профілю дороги на коливання системи, яка рухається

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.9 додатка А.

Мета роботи: дослідити, як форма, амплітуда та довжина хвилі нерівності дороги впливають на коливання транспортного засобу.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$h(x) = h_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right), x = vt, \quad (2.27)$$

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}\right), \quad (2.28)$$

$$\tau = \frac{L}{v}, h_z(t) = h_n(t - \tau). \quad (2.29)$$

Порядок виконання роботи:

1. Задати аналітичний або табличний профіль дороги $h(x)$.
2. Перетворити просторову координату x на часову залежність через швидкість руху v .
3. Підставити $h(t)$ у праву частину рівняння руху.

4. Розрахувати реакцію системи для кількох швидкостей.

5. Порівняти амплітуди коливань і визначити найнебезпечніший режим.

Зміст звіту:

– назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;

– послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;

– таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;

– аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати короткий огляд типових джерел нерівностей дорожнього або рейкового профілю.

Контрольні запитання:

1. Які параметри профілю дороги є найважливішими для динамічного аналізу?

2. Чому одна й та сама нерівність по-різному впливає при різних швидкостях?

3. Як випадковий профіль відрізняється від гармонічного?

Практичне заняття 10 Амплітудно-частотні характеристики та оцінка резонансних режимів

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.10 додатка А.

Мета роботи: навчитися аналізувати АЧХ системи з кількома ступенями свободи та визначати небезпечні діапазони частот.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}, \quad (2.30)$$

$$q(\omega) = (K - \omega^2 M + j\omega B)^{-1} Q(\omega). \quad (2.31)$$

Порядок виконання роботи:

1. Записати матричну модель системи з демпфуванням.
2. Для заданого діапазону частот обчислити комплексну передатну функцію.
3. Побудувати графіки амплітуд для обраних координат.
4. Виокремити частоти локальних максимумів.
5. Сформулювати висновки щодо зміни жорсткості або демпфування для зменшення амплітуд.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: побудувати АЧХ для двох варіантів параметрів підвішування та визначити, який варіант є кращим.

Контрольні запитання:

1. Чому багатомасова система може мати кілька резонансних піків?
2. Як демпфер змінює форму АЧХ?
3. Що таке передатна функція механічної системи?

Практичне заняття 11 Спектральні характеристики вібропереміщень, віброшвидкостей, віброприскорень та їх визначення

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.11 додатка А.

Мета роботи: опанувати зв'язок між спектрами переміщення, швидкості й прискорення та навчитися інтерпретувати спектральні характеристики.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$S_v(\omega) = \omega^2 S_x(\omega), \quad (2.32)$$

$$S_a(\omega) = \omega^4 S_x(\omega), \quad (2.33)$$

$$\sigma^2 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega, \quad (2.34)$$

$$S_x(\omega) = \frac{S_0}{1 + (\omega/\omega_c)^4}. \quad (2.35)$$

Порядок виконання роботи:

1. Задати або отримати спектральну густину переміщення $S_x(\omega)$.
2. Обчислити спектри швидкості та прискорення.
3. Визначити дисперсію та середньоквадратичне значення параметра.
4. Побудувати графіки спектральних густин.
5. Пояснити, які частотні складові роблять найбільший внесок у вібраційне навантаження.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;

– таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;

– аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: повторити основні поняття випадкових процесів: математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне значення, спектральна густина.

Контрольні запитання:

1. Що характеризує спектральна густина?
2. Чому спектр прискорення сильніше підкреслює високі частоти?
3. Як середньоквадратичне значення пов'язане з дисперсією?

Практичне заняття 12 Особливості експериментального визначення спектральних характеристик коливань об'єкта

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.12 додатка А.

Мета роботи: ознайомитися з основними етапами експериментального вимірювання вібрації та оброблення сигналів.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$f_d \geq 2f_{max}, \quad (2.36)$$

$$\Delta f = \frac{f_d}{N}. \quad (2.37)$$

Порядок виконання роботи:

1. Скласти схему вимірювального каналу: датчик, підсилювач, аналого-цифровий перетворювач, програмне забезпечення.
2. Визначити потрібну частоту дискретизації та тривалість запису.
3. Пояснити необхідність калібрування датчиків.

4. Описати послідовність отримання спектра за допомогою перетворення Фур'є.

5. Сформулювати вимоги до подання експериментальних даних у звіті.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати коротке повідомлення про типи датчиків прискорення, які застосовують для вимірювання вібрації транспортних засобів.

Контрольні запитання:

1. Що таке частота дискретизації?
2. Чому перед спектральним аналізом сигнал потрібно перевіряти на шум і пропуски?
3. Для чого потрібне калібрування вимірювального каналу?

Практичне заняття 13 Визначення показників динамічної комфортабельності транспортного засобу

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.13 додатка А.

Мета роботи: навчитися оцінювати динамічну комфортабельність за прискореннями кузова та зваженими середньоквадратичними показниками.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$a_v = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad (2.38)$$

$$a_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt}. \quad (2.39)$$

Порядок виконання роботи:

1. Визначити точки вимірювання або розрахункові координати кузова.
2. Отримати часові залежності прискорень.
3. Застосувати частотне зважування або спрощену оцінку за середньоквадратичним значенням.
4. Порівняти отримані показники для різних швидкостей або параметрів підвіски.
5. Зробити висновок щодо рівня динамічного комфорту та можливих заходів поліпшення.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: ознайомитися з принципами оцінювання впливу загальної вібрації на людину за міжнародними стандартами ISO 2631.

Контрольні запитання:

1. Чому для оцінки комфорту важливо враховувати прискорення, а не лише переміщення?
2. Що таке зважене середньоквадратичне прискорення?
3. Які конструктивні рішення можуть підвищити комфортабельність?

Практичне заняття 14 Визначення динамічних характеристик об'єктів з використанням складних розрахункових моделей

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.14 додатка А.

Мета роботи: застосувати матричні та числові методи для аналізу складних моделей рухомого складу.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основні формули:

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = Q(t), \quad (2.40)$$

$$q_{n+1} = q_n + \Delta t \dot{q}_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{q}_n + \beta \ddot{q}_{n+1} \right], \quad (2.41)$$

$$\dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{q}_n + \gamma \ddot{q}_{n+1}]. \quad (2.42)$$

Порядок виконання роботи:

1. Обрати структуру складної моделі: багатомасова, плоска, просторова або модель у середовищі комп'ютерного моделювання.
2. Задати матриці параметрів та зовнішні збурення.
3. Виконати числове інтегрування руху або модальний аналіз.
4. Побудувати графіки ключових координат, швидкостей і прискорень.
5. Оцінити адекватність моделі та чутливість результатів до параметрів.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;

– аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: ознайомитися з прикладами моделювання динаміки транспортних засобів у MATLAB / Simulink, Python або спеціалізованих багатотільних пакетах.

Контрольні запитання:

1. Чим складна модель відрізняється від найпростішої?
2. Які параметри моделі потребують найбільш точного визначення?
3. Що таке верифікація та валідація моделі?

Практичне заняття 15 Використання результатів розрахунку вібраційних характеристик при проєктуванні та доводці конкретних систем

Варіанти вихідних даних наведено в таблиці А.15 додатка А.

Мета роботи: навчитися перетворювати результати розрахунків у технічні рекомендації для поліпшення динамічних характеристик рухомого складу.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основна формула:

$$\min_p \{A_{max}, a_w, \sigma_a\}, c_{min} \leq c \leq c_{max}, b_{min} \leq b \leq b_{max}. \quad (2.43)$$

Порядок виконання роботи:

1. Обрати об'єкт удосконалення: підвіска, демпфер, колісна пара, кузов, елемент приводу.
2. За результатами попередніх розрахунків визначити небезпечні частоти або режими.

3. Запропонувати не менше двох технічних заходів: зміна жорсткості, введення демпфера, зміна маси, оптимізація швидкісного режиму, конструктивне підсилення.

4. Порівняти очікуваний ефект від кожного заходу.

5. Сформулювати короткий інженерний висновок.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати мініаналіз одного експлуатаційного чинника: зношення ресор, нерівність рейок, зміна навантаження, температурні умови, дефекти коліс.

Контрольні запитання:

1. Як результати АЧХ використовують у проектуванні?
2. Чому конструктивні зміни потрібно перевіряти за кількома критеріями?
3. Які експлуатаційні чинники можуть погіршувати динаміку рухомого складу?

Практичне заняття 16 Розгляд контрольних питань із курсу

Мета роботи: систематизувати матеріал дисципліни та підготуватися до підсумкового контролю.

Короткі теоретичні відомості. Для виконання завдання необхідно визначити розрахункову схему, задати узагальнені координати та записати рівняння руху або відповідні частотні співвідношення. Основна формула:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \det(K - \omega^2 M) = 0, \omega_{зб} = \frac{2\pi v}{\lambda}, S_a(\omega) = \omega^4 S_x(\omega). \quad (2.44)$$

Порядок виконання роботи:

1. Скласти особистий перелік основних формул курсу з поясненням позначень.
2. Повторити методику побудови розрахункової моделі.
3. Розв'язати типову задачу на власну частоту, АЧХ та резонансну швидкість.
4. Підготувати відповіді на контрольні питання, наведені після кожного практичного заняття.
5. Виконати самооцінювання: які теми потребують додаткового повторення.

Зміст звіту:

- назва, мета, вихідні дані та розрахункова схема;
- послідовність розрахунку з підстановкою числових значень;
- таблиця результатів і графіки залежностей, якщо вони передбачені завданням;
- аналіз отриманих результатів та короткі інженерні висновки.

Завдання для самостійної роботи: підготувати узагальнювальну таблицю «поняття – формула – фізичний зміст – приклад застосування».

Контрольні запитання:

1. Які завдання вирішує динаміка рухомого складу?
2. Як пов'язані модель, рівняння руху та практичні рекомендації?
3. Які результати розрахунку є найважливішими для інженера?

3 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Самостійна робота є обов'язковою складовою освітнього процесу та спрямована на поглиблення, систематизацію й практичне застосування знань, отриманих під час лекційних і практичних занять. Її виконання забезпечує формування у здобувачів навичок самостійного аналізу динамічних процесів у рухомому складі, побудови розрахункових моделей, обґрунтованого вибору методів дослідження та інтерпретації результатів.

У межах самостійної роботи здобувачі опрацьовують лекційний матеріал, навчальну, наукову та технічну літературу, готуються до практичних занять, виконують аналітичні й числові розрахунки, будують графічні залежності, аналізують отримані результати та готують відповіді на контрольні питання.

Результати самостійної роботи оцінюються під час усного або письмового опитування, перевірки індивідуальних завдань, захисту звітів із практичних занять, модульного контролю та підсумкового тестування. Структуру й орієнтовний розподіл самостійної роботи наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Структура та орієнтовний розподіл самостійної роботи

Розділ самостійної роботи	Орієнтовний зміст	Рекомендована форма подання результатів
1	2	3
ЗМ 1	Вільні та вимушені коливання; одномасові й двомасові механічні системи; умови виникнення резонансу; визначення резонансної швидкості; побудова найпростіших розрахункових моделей	Систематизований перелік формул із поясненням позначень; розв'язання типових задач; таблиці параметричного аналізу; графічні залежності
ЗМ 2	Багатомасові моделі; визначення власних частот і форм коливань; вплив профілю дороги або рейкової колії; амплітудно-частотні та спектральні характеристики; основи аналізу випадкових коливань	Матрична модель системи; розрахунок власних частот; графіки АЧХ і спектральних характеристик; письмові відповіді на контрольні запитання

Продовження таблиці 3.1

1	2	3
ЗМ 3	Експериментальне визначення параметрів вібрації; оцінювання динамічної комфортабельності; дослідження складних розрахункових моделей; розроблення заходів щодо поліпшення динамічних характеристик рухомого складу	Короткий аналітичний звіт; інженерні рекомендації; порівняльні таблиці варіантів; обґрунтування запропонованих конструктивних або експлуатаційних заходів
Підготовка до підсумкового контролю	Повторення основних понять, рівнянь, методів розрахунку, типових задач і контрольних запитань	Узагальнювальна таблиця «поняття – формула – фізичний зміст – приклад застосування»; тестова самоперевірка; розв’язання комплексної задачі

Для забезпечення системності та обґрунтованості виконання самостійної роботи рекомендується дотримуватися такої послідовності:

1. Опрацювати відповідний розділ конспекту лекцій, навчального посібника або іншого рекомендованого джерела.

2. Визначити основні поняття, фізичні величини, розрахункові залежності та припущення, прийняті під час побудови математичної моделі.

3. Виписати основні формули із розшифруванням усіх позначень та зазначенням одиниць вимірювання в системі SI.

4. Проаналізувати умови застосування кожної формули, зокрема прийняті обмеження щодо лінійності системи, виду демпфування, характеру збурення та кількості ступенів свободи.

5. Розв’язати щонайменше один типовий приклад із повним наведенням вихідних даних, послідовності обчислень і проміжних результатів.

6. Перевірити розмірність отриманих величин, фізичну правдоподібність результатів і відповідність прийнятим початковим умовам.

7. Побудувати графік, розрахункову схему або діаграму, якщо досліджувана тема передбачає аналіз часових, частотних, швидкісних або параметричних залежностей.

8. Виконати порівняльний аналіз результатів для декількох значень маси, жорсткості, коефіцієнта демпфування, швидкості руху або параметрів профілю дороги.

9. Сформулювати не менше трьох обґрунтованих висновків, у яких пояснити фізичні причини зміни власних частот, амплітуд, прискорень, форм коливань або спектральних показників.

10. Підготувати відповіді на контрольні питання та перелік положень, що потребують додаткового пояснення або обговорення з викладачем.

Для виконання числових розрахунків, побудови графіків і дослідження впливу параметрів доцільно використовувати електронні таблиці, MATLAB, Python або інші програмні засоби математичного моделювання. Застосування програмного забезпечення не замінює необхідності теоретичного обґрунтування розрахунку. У звіті необхідно наводити:

- вихідні дані та одиниці їх вимірювання;
- прийняту фізичну й математичну модель;
- основні розрахункові формули;
- початкові та граничні умови;
- крок обчислення або дискретизації;
- діапазон досліджуваних параметрів;
- фрагмент алгоритму або програмного коду, необхідний для розуміння послідовності обчислень;
- таблиці та графіки результатів;
- фізичну інтерпретацію отриманих залежностей.

Подання лише скриншота програми, графіка або числового результату без пояснення методики розрахунку, прийнятих припущень і аналізу результатів не вважається належним виконанням самостійної роботи.

Результати самостійної роботи повинні бути викладені логічно, послідовно та з дотриманням норм наукового стилю. Усі формули, таблиці й рисунки, на які є посилання в тексті, необхідно пронумерувати. Позначення фізичних величин мають бути однаковими в усьому документі.

У висновках необхідно не лише повторити числові результати, а й пояснити встановлені закономірності, визначити небезпечні режими та сформулювати можливі інженерні заходи щодо зменшення вібрацій, уникнення резонансу або підвищення динамічної комфортабельності.

Належне виконання самостійної роботи передбачає поєднання теоретичного обґрунтування, коректного математичного розрахунку, графічного подання результатів та їх інженерної інтерпретації.

Орієнтовне використання рекомендованих джерел за темами наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Орієнтовне використання рекомендованих джерел за темами

Практичні заняття	Номери джерел	Рекомендоване використання
1–6	1, 2, 4, 7	Вільні та вимушені коливання; одномасові й двомасові моделі; власні частоти; демпфування; резонанс; числове розв’язання задач
7–11	1, 2, 6, 8, 9, 14, 15	Рівняння руху багатомасових систем; вертикальні та кутові коливання рухомого складу; власні форми; АЧХ; нерівності колії; спектральні характеристики
12–13	1, 5, 8, 10–13	Експериментальне визначення параметрів вібрації; вимірювальні системи; оброблення сигналів; динамічна комфортабельність
14–16	1, 6–9, 11–15	Числове й імітаційне моделювання; дослідження складних моделей; верифікація результатів; вплив експлуатаційних чинників; інженерні рекомендації

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Динаміка рухомого складу [Електрон. ресурс] : дистанційний курс у віртуальному освітньому середовищі Moodle / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://dl.kname.edu.ua/course/view.php?id=1373>, доступ для зареєстрованих користувачів (дата звернення: 05.10.2026). – Назва з відомостей про курс.
2. Конструкція та динаміка електричного рухомого складу : підручник / С. В. Панченко, М. М. Бабаєв, В. С. Блиндюк [та ін.]. – Харків : УкрДУЗТ, 2018. – Ч. 1. – 280 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://kart.edu.ua/department/kafedra-etem/navchalno-metodichna-robota-kafedri>, вільний).
3. Çati Y. Development of a New Vertical Dynamic Model of a Rail Vehicle for the Analysis of Ride Comfort / Y. Çati, M. Düzgün, F. E. Kracht // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, no. 9. – Art. 3848. – DOI: 10.3390/app14093848.
4. Динаміка руху колісних тракторів : монографія / Б. І. Кальченко, О. Ю. Ребров, А. Г. Мамонтов, А. П. Кожушко, М. Є. Якунін ; Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Харків : Мірошніченко О. А., 2021. – 320 с. : іл. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/55593>, вільний).
5. Dumitriu M. Study on the Evaluation Methods of the Vertical Ride Comfort of Railway Vehicle Mean Comfort Method and Sperling's Method / M. Dumitriu, D. I. Stănică // Applied Sciences. – 2021. – Vol. 11, no. 9. – Art. 3953. – DOI: 10.3390/app11093953.
6. Mathematical Model of Mechanical Subsystem of Traction Electric Drive of an Electric Locomotive / S. Goolak, S. Sapronova, V. Tkachenko, Ie. Riabov, L. Overianova, B. Yeritsyan // Scientific News of Dahl University. – 2021. – No. 21. – DOI: 10.33216/2222-3428-2021-21-12.

7. Методичні вказівки до виконання практичних робіт «Чисельні та прикладні методи розрахунків транспортних засобів» з курсів «Чисельні методи розрахунків автомобілів і тракторів», «Прикладні методи розрахунку на автотранспорті» [Електрон. ресурс] : для студентів спец. 133 «Галузеве машинобудування», 274 «Автомобільний транспорт» / уклад. : О. Ю. Ребров, В. М. Шевцов, А. П. Кожушко ; Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Електрон. текст. дані. – Харків, 2022. – 21 с. – Режим доступу: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/58907>, вільний (дата звернення: 05.10.2026). – Назва з екрана.

8. Experimental and Mathematical Study of Flexible–Rigid Rail Vehicle Riding Comfort and Safety / S. K. Sharma, R. C. Sharma, Y. Choi, J. Lee // *Applied Sciences*. – 2023. – Vol. 13, no. 9. – Art. 5252. – DOI: 10.3390/app13095252.

9. Решетнікова П. Е. Математична модель вертикальних коливань рухомого складу, викликаних нерівностями залізничної колії / П. Е. Решетнікова, О. Ю. Заковоротний // *Системи управління, навігації та зв'язку*. – 2024. – Т. 4. – № 78. – С. 42–45. – DOI: 10.26906/SUNZ.2024.4.042.

10. Mobile Device-Based Train Ride Comfort Measuring System / Y. Hu, L. Xu, S. Wang, Z. Gu, Z. Tang // *Applied Sciences*. – 2022. – Vol. 12, no. 14. – Art. 6904. – DOI: 10.3390/app12146904.

11. Вдосконалення методу динамічних випробувань колісних машин / Є. О. Дубінін, Д. М. Клец, О. С. Полянський, А. І. Коробко, В. Ю. Байдала // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія «Автомобіле- та тракторобудування». – 2021. – № 2. – С. 12–22. – DOI: 10.20998/2078-6840.2021.2.02.

12. Apostol I. I. Analysis of the Effect of Frequency Weighting According to the Sperling Index Method on the Dynamic Response of the Railway Vehicle Carbody to Vertical Vibrations / I. I. Apostol, M. Dumitriu, T. Mazilu // *Applied Sciences*. – 2025. – Vol. 15, no. 2. – Art. 507. – DOI: 10.3390/app15020507.

13. Вдосконалення методу випробувань динамічних властивостей колісних машин з використанням елементів штучного інтелекту / А. О. Молодан, Є. О. Дубінін, Д. М. Клец, О. С. Полянський, А. І. Коробко, В. Ю. Байдала, М. В. Краснокутський // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Автомобіле- та тракторобудування». – 2022. – № 1. – С. 115–124. – DOI: 10.20998/2078-6840.2022.1.13.

14. Correlation Analysis between Rail Track Geometry and Car-Body Vibration Based on Fractal Theory / X.-Z. Liu, Z.-W. Li, J. Wu, C.-J. Song, J.-H. Xiao // Fractal and Fractional. – 2022. – Vol. 6, no. 12. – Art. 727. – DOI: 10.3390/fractalfract6120727.

15. Заковоротний О. Ю. Моделювання геометричної нерівності залізничної колії на основі нейронної мережі глибокого навчання / О. Ю. Заковоротний, П. Е. Решетнікова // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Інформатика і моделювання». – 2025. – № 2 (14). – С. 44–61. – DOI: 10.20998/2411-0558.2025.02.03.

ДОДАТОК А

Варіанти вихідних даних до практичних занять

Таблиця А.1 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 1
Визначення власної частоти одномасової моделі

Варіант	m , кг	c , Н/м
1	850	18 000
2	880	18 900
3	910	19 800
4	940	20 700
5	970	21 600
6	1 000	22 500
7	1 030	23 400
8	1 060	24 300
9	1 090	25 200
10	1 120	26 100
11	1 150	27 000
12	1 180	27 900
13	1 210	28 800
14	1 240	29 700
15	1 270	30 600

Завдання: визначити ω_0 , f_0 і T . Додатково оцінити зміну f_0 при збільшенні m та c окремо на 10 %.

Таблиця А.2 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 2
Амплітудно-частотна характеристика одномасової моделі

Варіант	m , кг	c , Н/м	b , Н·с/м	F_0 , Н	$\omega_{\max}$, рад/с
1	850	18 000	750	700	10,0
2	880	18 900	795	755	10,4
3	910	19 800	840	810	10,8
4	940	20 700	885	865	11,2
5	970	21 600	930	920	11,6
6	1 000	22 500	975	975	12,0
7	1 030	23 400	1 020	1 030	12,4
8	1 060	24 300	1 065	1 085	12,8
9	1 090	25 200	1 110	1 140	13,2
10	1 120	26 100	1 155	1 195	13,6
11	1 150	27 000	1 200	1 250	14,0
12	1 180	27 900	1 245	1 305	14,4
13	1 210	28 800	1 290	1 360	14,8
14	1 240	29 700	1 335	1 415	15,2
15	1 270	30 600	1 380	1 470	15,6

Завдання: побудувати амплітудно-частотну характеристику у заданому діапазоні з кроком 0,25 рад/с; визначити резонансний пік і коефіцієнт демпфування.

Таблиця А.3 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 3

Крутильні коливання двомасової системи

Варіант	J_1 , кг·м ²	J_2 , кг·м ²	k_θ , Н·м/рад
1	18,0	12,0	8 000
2	19,8	13,4	8 850
3	21,6	14,8	9 700
4	23,4	16,2	10 550
5	25,2	17,6	11 400
6	27,0	19,0	12 250
7	28,8	20,4	13 100
8	30,6	21,8	13 950
9	32,4	23,2	14 800
10	34,2	24,6	15 650
11	36,0	26,0	16 500
12	37,8	27,4	17 350
13	39,6	28,8	18 200
14	41,4	30,2	19 050
15	43,2	31,6	19 900

Завдання: визначити власну частоту відносних крутильних коливань та оцінити її зміну при збільшенні k_θ на 15 %.

Таблиця А.4 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 4

Резонансна швидкість при русі по нерівній дорозі

Варіант	m , кг	c , Н/м	b , Н·с/м	λ , м	h_0 , мм
1	900	19 000	800	4,0	8
2	925	19 800	840	4,25	10
3	950	20 600	880	4,5	12
4	975	21 400	920	4,75	14
5	1 000	22 200	960	5,0	16
6	1 025	23 000	1 000	5,25	18
7	1 050	23 800	1 040	5,5	20
8	1 075	24 600	1 080	5,75	22
9	1 100	25 400	1 120	6,0	24
10	1 125	26 200	1 160	6,25	26
11	1 150	27 000	1 200	6,5	28
12	1 175	27 800	1 240	6,75	30
13	1 200	28 600	1 280	7,0	32
14	1 225	29 400	1 320	7,25	34
15	1 250	30 200	1 360	7,5	36

Завдання: визначити резонансну швидкість для заданої довжини хвилі нерівності; побудувати залежність частоти збурення від швидкості та оцінити вплив демпфування.

Таблиця А.5 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 5
Нестаціонарні коливання при раптовому навантаженні

Варіант	m , кг	c , Н/м	b , Н·с/м	F_0 , Н	t_r , с
1	850	18 000	650	700	0,05
2	880	18 850	695	760	0,06
3	910	19 700	740	820	0,07
4	940	20 550	785	880	0,08
5	970	21 400	830	940	0,09
6	1 000	22 250	875	1 000	0,1
7	1 030	23 100	920	1 060	0,11
8	1 060	23 950	965	1 120	0,12
9	1 090	24 800	1 010	1 180	0,13
10	1 120	25 650	1 055	1240	0,14
11	1 150	26 500	1 100	1 300	0,15
12	1 180	27 350	1 145	1 360	0,16
13	1 210	28 200	1 190	1 420	0,17
14	1 240	29 050	1 235	1 480	0,18
15	1 270	29 900	1 280	1 540	0,19

Завдання: розрахувати часову реакцію на ступінчасте навантаження F_0 ; порівняти недемпфовану та демпфовану моделі. t_r – час наростання навантаження.

Таблиця А.6 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 6

Побудова розрахункової моделі механічної системи

Варіант	M , кг	m_{II}/m_3 , кг	c_{II}/c_3 , кН/м	b_{II}/b_3 , кН·с/м	a/b , м
1	1 200	70/75	24,0/26,0	1,20/1,35	1,25/1,45
2	1 255	72/77	24,7/26,7	1,22/1,37	1,27/1,47
3	1 310	74/79	25,4/27,4	1,24/1,39	1,29/1,49
4	1 365	76/81	26,1/28,1	1,26/1,41	1,31/1,51
5	1 420	78/83	26,8/28,8	1,28/1,43	1,33/1,53
6	1 475	80/85	27,5/29,5	1,30/1,45	1,35/1,55
7	1 530	82/87	28,2/30,2	1,32/1,47	1,37/1,57
8	1 585	84/89	28,9/30,9	1,34/1,49	1,39/1,59
9	1 640	86/91	29,6/31,6	1,36/1,51	1,41/1,61
10	1 695	88/93	30,3/32,3	1,38/1,53	1,43/1,63
11	1 750	90/95	31,0/33,0	1,40/1,55	1,45/1,65
12	1 805	92/97	31,7/33,7	1,42/1,57	1,47/1,67
13	1 860	94/99	32,4/34,4	1,44/1,59	1,49/1,69
14	1 915	96/101	33,1/35,1	1,46/1,61	1,51/1,71
15	1 970	98/103	33,8/35,8	1,48/1,63	1,53/1,73

Завдання: побудувати двовісну розрахункову схему. У дробових записах наведено значення для передньої / задньої частини системи.

Таблиця А.7 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 7

Побудова рівнянь коливань багатомасової системи

Варіант	M , т	m , т	ρ , м	$2c_{\Pi}$	$2c_3$	c	a , м	b , м
1	1,45	0,09	1,15	42,0	34,0	90	1,2	1,3
2	1,5	0,093	1,175	43,4	35,2	93	1,215	1,318
3	1,55	0,096	1,2	44,8	36,4	96	1,23	1,336
4	1,6	0,099	1,225	46,2	37,6	99	1,245	1,354
5	1,65	0,102	1,25	47,6	38,8	102	1,26	1,372
6	1,7	0,105	1,275	49,0	40,0	105	1,275	1,39
7	1,75	0,108	1,3	50,4	41,2	108	1,29	1,408
8	1,8	0,111	1,325	51,8	42,4	111	1,305	1,426
9	1,85	0,114	1,35	53,2	43,6	114	1,32	1,444
10	1,9	0,117	1,375	54,6	44,8	117	1,335	1,462
11	1,95	0,12	1,4	56,0	46,0	120	1,35	1,48
12	2,0	0,123	1,425	57,4	47,2	123	1,365	1,498
13	2,05	0,126	1,45	58,8	48,4	126	1,38	1,516
14	2,1	0,129	1,475	60,2	49,6	129	1,395	1,534
15	2,15	0,132	1,5	61,6	50,8	132	1,41	1,552

Завдання: скласти Т, П та рівняння Лагранжа для двовісної моделі.

Таблиця А.8 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 8 Власні частоти та форми коливань двовісної моделі

Варіант	M , т	ρ , м	c_{Π} , кН/м	c_3 , кН/м	a , м	b , м
1	1,45	1,15	21,0	17,0	1,2	1,3
2	1,5	1,175	21,7	17,6	1,215	1,318
3	1,55	1,2	22,4	18,2	1,23	1,336
4	1,6	1,225	23,1	18,8	1,245	1,354
5	1,65	1,25	23,8	19,4	1,26	1,372
6	1,7	1,275	24,5	20,0	1,275	1,39
7	1,75	1,3	25,2	20,6	1,29	1,408
8	1,8	1,325	25,9	21,2	1,305	1,426
9	1,85	1,35	26,6	21,8	1,32	1,444
10	1,9	1,375	27,3	22,4	1,335	1,462
11	1,95	1,4	28,0	23,0	1,35	1,48
12	2,0	1,425	28,7	23,6	1,365	1,498
13	2,05	1,45	29,4	24,2	1,38	1,516
14	2,1	1,475	30,1	24,8	1,395	1,534
15	2,15	1,5	30,8	25,4	1,41	1,552

Завдання: визначити дві власні частоти p_1 , p_2 та співвідношення A_4/A_1 для кожної форми; побудувати схематичні форми коливань.

Таблиця А.9 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 9 Вплив профілю дороги на коливання системи

Варіант	h_0 , мм	λ , м	v , м/с	L , м	ℓ , м
1	8	3,8	6,0	2,4	120
2	10	4,05	6,7	2,48	130
3	12	4,3	7,4	2,56	140
4	14	4,55	8,1	2,64	150
5	16	4,8	8,8	2,72	160
6	18	5,05	9,5	2,8	170
7	20	5,3	10,2	2,88	180
8	22	5,55	10,9	2,96	190
9	24	5,8	11,6	3,04	200
10	26	6,05	12,3	3,12	210
11	28	6,3	13,0	3,2	220
12	30	6,55	13,7	3,28	230
13	32	6,8	14,4	3,36	240
14	34	7,05	15,1	3,44	250
15	36	7,3	15,8	3,52	260

Завдання: побудувати часові реалізації профілю під передньою та задньою осями, визначити часову затримку за наведеною у роботі формулою та частоту збурення. ℓ – довжина аналізованої ділянки.

Таблиця А.10 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 10 АЧХ та оцінка резонансних режимів

Варіант	m , кг	c , Н/м	b , Н·с/м	F_0 , Н	$\omega_{\max}$, рад/с	$\Delta\omega$, рад/с
1	900	19 000	750	750	10,0	0,2
2	925	19 800	795	800	10,5	0,22
3	950	20 600	840	850	11,0	0,24
4	975	21 400	885	900	11,5	0,26
5	1 000	22 200	930	950	12,0	0,28
6	1 025	23 000	975	1 000	12,5	0,2
7	1 050	23 800	1 020	1 050	13,0	0,22
8	1 075	24 600	1 065	1 100	13,5	0,24
9	1 100	25 400	1 110	1 150	14,0	0,26
10	1 125	26 200	1 155	1 200	14,5	0,28
11	1 150	27 000	1 200	1 250	15,0	0,2
12	1 175	27 800	1 245	1 300	15,5	0,22
13	1 200	28 600	1 290	1 350	16,0	0,24
14	1 225	29 400	1 335	1 400	16,5	0,26
15	1 250	30 200	1 380	1 450	17,0	0,28

Завдання: побудувати динамічну податливість і АЧХ; визначити резонансні частоти та ширину резонансної зони.

Таблиця А.11 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 11
Спектральні характеристики вібропереміщень, швидкостей і прискорень

Варіант	S_0 , мм ² ·с	ω_c , рад/с	$\omega_{\max}$, рад/с	$\Delta\omega$, рад/с
1	0,2	2,0	12,0	0,1
2	0,225	2,25	12,8	0,11
3	0,25	2,5	13,6	0,12
4	0,275	2,75	14,4	0,13
5	0,3	3,0	15,2	0,14
6	0,325	3,25	16,0	0,1
7	0,35	3,5	16,8	0,11
8	0,375	3,75	17,6	0,12
9	0,4	4,0	18,4	0,13
10	0,425	4,25	19,2	0,14
11	0,45	4,5	20,0	0,1
12	0,475	4,75	20,8	0,11
13	0,5	5,0	21,6	0,12
14	0,525	5,25	22,4	0,13
15	0,55	5,5	23,2	0,14

Завдання: використати модель спектральної густини, наведену у практичному занятті 11; побудувати спектральні густини переміщення, швидкості й прискорення у заданому діапазоні та визначити дисперсію.

Таблиця А.12 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 12

Експериментальне визначення спектральних характеристик

Варіант	f_d , Гц	N	$T = N/f_d$, с	S , мВ/(м/с ²)	шум, м/с ²
1	100	1 024	10,24	90	0,02
2	120	2 048	17,07	95	0,022
3	140	4 096	29,26	100	0,024
4	160	1 024	6,4	105	0,026
5	180	2 048	11,38	110	0,028
6	200	4 096	20,48	115	0,02
7	220	1 024	4,65	120	0,022
8	240	2 048	8,53	125	0,024
9	260	4096	15,75	130	0,026
10	280	1 024	3,66	135	0,028
11	300	2 048	6,83	140	0,02
12	320	4 096	12,8	145	0,022
13	340	1 024	3,01	150	0,024
14	360	2 048	5,69	155	0,026
15	380	4 096	10,78	160	0,028

Завдання: перевірити умову Найквіста, визначити Δf , побудувати спектр і оцінити вплив шуму. S – чутливість акселерометра.

Таблиця А.13 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 13

Показники динамічної комфортабельності

Варіант	$a_{wx}, \text{ м/с}^2$	$a_{wy}, \text{ м/с}^2$	$a_{wz}, \text{ м/с}^2$	$T, \text{ хв}$
1	0,12	0,1	0,18	20
2	0,135	0,112	0,198	25
3	0,15	0,124	0,216	30
4	0,165	0,136	0,234	35
5	0,18	0,148	0,252	40
6	0,195	0,16	0,27	45
7	0,21	0,172	0,288	50
8	0,225	0,184	0,306	55
9	0,24	0,196	0,324	60
10	0,255	0,208	0,342	65
11	0,27	0,22	0,36	70
12	0,285	0,232	0,378	75
13	0,3	0,244	0,396	80
14	0,315	0,256	0,414	85
15	0,33	0,268	0,432	90

Завдання: визначити сумарне зважене прискорення та порівняти варіанти.

Для осей x та y коефіцієнти прийняти рівними 1,4, для осі z – 1,0.

Таблиця А.14 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 14

Числове моделювання складної розрахункової моделі

Варіант	M , кг	m_{Π}/m_3 , кг	c_{Π}/c_3 , кН/м	b_{Π}/b_3 , кН·с/м	Δt , с	T , с
1	1 300	65/72	25,0/27,0	1,10/1,20	0,002	8,0
2	1 345	67/74	25,8/27,8	1,14/1,24	0,002 2	8,5
3	1 390	69/76	26,6/28,6	1,18/1,28	0,002 4	9,0
4	1 435	71/78	27,4/29,4	1,22/1,32	0,002 6	9,5
5	1 480	73/80	28,2/30,2	1,26/1,36	0,002 8	10,0
6	1 525	75/82	29,0/31,0	1,30/1,40	0,002	10,5
7	1 570	77/84	29,8/31,8	1,34/1,44	0,002 2	11,0
8	1 615	79/86	30,6/32,6	1,38/1,48	0,002 4	11,5
9	1 660	81/88	31,4/33,4	1,42/1,52	0,002 6	12,0
10	1 705	83/90	32,2/34,2	1,46/1,56	0,002 8	12,5
11	1 750	85/92	33,0/35,0	1,50/1,60	0,002	13,0
12	1 795	87/94	33,8/35,8	1,54/1,64	0,002 2	13,5
13	1 840	89/96	34,6/36,6	1,58/1,68	0,002 4	14,0
14	1 885	91/98	35,4/37,4	1,62/1,72	0,002 6	14,5
15	1 930	93/100	36,2/38,2	1,66/1,76	0,002 8	15,0

Завдання: скласти матриці M , B , K та виконати інтегрування методом Ньюмарка. У дробових записах наведено параметри передньої / задньої підсистем.

Таблиця А.15 – Варіанти вихідних даних до практичного заняття 15

Проектна доводка за вібраційними характеристиками

Варіант	m , кг	c , Н/м	b , Н·с/м	λ , м	v , м/с	$a_{w, \text{доп}}$, м/с ²
1	900	19 000	750	3,5	5,0–15,0	0,35
2	925	19 800	795	3,7	5,5–15,7	0,365
3	950	20 600	840	3,9	6,0–16,4	0,38
4	975	21 400	885	4,1	6,5–17,1	0,395
5	1 000	22 200	930	4,3	7,0–17,8	0,41
6	1 025	23 000	975	4,5	7,5–18,5	0,425
7	1 050	23 800	1 020	4,7	8,0–19,2	0,44
8	1 075	24 600	1 065	4,9	8,5–19,9	0,455
9	1 100	25 400	1 110	5,1	9,0–20,6	0,47
10	1 125	26 200	1 155	5,3	9,5–21,3	0,485
11	1 150	27 000	1 200	5,5	10,0–22,0	0,5
12	1 175	27 800	1 245	5,7	10,5–22,7	0,515
13	1 200	28 600	1 290	5,9	11,0–23,4	0,53
14	1 225	29 400	1 335	6,1	11,5–24,1	0,545
15	1 250	30 200	1 380	6,3	12,0–24,8	0,56

Завдання: запропонувати два варіанти зміни c і b (± 10 – 20 %), перевірити віддалення від резонансу та виконання обмеження $a_w \leq a_{w, \text{доп}}$.

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації

до проведення практичних занять
та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«ДИНАМІКА РУХОМОГО СКЛАДУ»

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
всіх форм навчання зі спеціальності G3 – Електрична інженерія)*

Укладачі: **ЗАКУРДАЙ** Світлана Олександрівна,
СКУРІХІН Владислав Ігорович

Відповідальний за випуск *М. В. Хворост*
Редактор *О. А. Норик*
Комп'ютерне верстання *С. О. Закурдай, І. В. Волосожарова*

План 2025, поз. 282М

Підп. до друку 12.10.2026. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 3,1.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.