

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**Н. О. Псурцева, П. А. Резнік**

**ПРОЄКТУВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ  
КОНСТРУКЦІЙ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності G19 – Будівництво та цивільна інженерія, освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво»)*

**Харків  
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова  
2025**

УДК 624.012.35

**Псурцева Н. О.** Проектування залізобетонних конструкцій : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності G19 – Будівництво та цивільна інженерія, освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво» / Н. О. Псурцева, П. А. Резнік ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 187 с.

Автори:

канд. техн. наук, доц. Н. О. Псурцева,  
канд. техн. наук, доц. П. А. Резнік

Рецензент

**О. М. Пустовойтова**, кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних конструкцій (Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова)

*Рекомендовано кафедрою будівельних конструкцій, протокол № 15 від 29 травня 2025 р.*

© Н. О. Псурцева, П. А. Резнік, 2025  
© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА ДРУГОЮ ГРУПОЮ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ.....	6
1.1 Тріщиностійкість залізобетонних конструкцій. Визначення $M_{ult}$ для розтягнутих та згинальних елементів. Визначення ширини розкриття тріщин. Розрахунок залізобетонних конструкцій на закриття тріщин.....	6
1.1.1 Основні положення розрахунку.....	6
1.1.2 Обмеження рівня напружень.....	7
1.1.3 Розрахунок залізобетонних елементів на тріщиноутворення.....	8
1.1.4 Визначення ширини розкриття тріщин.....	10
1.2 Розрахунок прогинів конструкцій.....	14
2 ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНІ ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ....	20
2.1 Сутність попереднього напруження.....	20
2.2 Способи та рівень попереднього напруження.....	22
2.3 Матеріали для залізобетонних конструкцій з попередньо напруженою арматурою.....	26
2.4 Втрати попереднього напруження в напруженій арматурі.....	29
2.4.1 Миттєві втрати.....	29
2.4.2 Втрати попереднього напруження арматури, залежні від часу.....	33
2.5 Розрахунок попередньо напружених згинальних залізобетонних елементів на міцність по нормальним перерізам.....	35
2.6 Розрахунок попередньо напружених згинальних залізобетонних елементів на міцність по похилим перерізам.....	37
2.7 Напружений стан у разі позацентрового розтягу залізобетонних конструкцій.....	41
2.8 Розрахунок залізобетонних конструкцій на втому.....	44
3 ОДНОПОВЕРХОВІ ПРОМИСЛОВІ КАРКАСНІ БУДІВЛІ.....	45
3.1 Компонування будівель.....	45
3.2 Вибір і проектування покриття.....	52
3.3 Складання плану та розділення будівлі на температурні блоки... ..	54
3.4 Вибір схеми в'язів, що забезпечують просторову жорсткість будівлі.....	56
3.5 Визначення навантажень на поперечну раму.....	59
3.6 Визначення зусиль в елементах поперечної рами одноповерхової	

промислової будівлі. Врахування просторової роботи каркасу	
промислової будівлі.....	65
3.7 Колони одноповерхових промислових будівель.....	67
3.8 Залізобетонні кроквяні балки покриттів.....	72
3.9 Залізобетонні кроквяні ферми.....	76
3.10 Залізобетонні кроквяні арки.....	83
3.11 Тришарнірні рами.....	87
3.12 Плити покриттів.....	89
3.13 Фундаментні та обв'язувальні балки.....	96
3.14 Підкранові балки.....	98
4 ДИНАМІКА БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ.....	100
4.1 Нормування коливань. Порядок динамічного розрахунку споруд.....	100
4.2 Динамічні навантаження. Розрахункові схеми споруд. Частоти і форми власних коливань.....	103
4.3 Резонанс. Частотні зони. Коефіцієнт динамічності. Особливості роботи будівельних матеріалів. Затухання коливань.....	110
4.4 Розрахунок споруд і конструкцій на дію імпульсивних навантажень. Імпульсний резонанс.....	114
4.5 Розрахунок фундаментів машин з динамічними навантаженнями.....	122
4.6 Коливання систем із кількома ступенями свободи. Частоти і форми власних коливань. Вимушені коливання, визначення амплітуд коливань.....	133
4.7 Коливання систем з нескінченим числом ступенів свободи. Два способи вирішення задачі.....	137
4.8 Віброізоляція будівельних конструкцій. Конструктивні особливості. Основи розрахунку віброізоляції.....	145
4.9 Проектування будівель у сейсмічних районах. Конструктивні заходи з сейсмосахисту.....	154
4.9.1 Загальні поняття. Шкали інтенсивності землетрусів.....	154
4.9.2 Статична та динамічна теорії визначення сейсмічних сил. Спектральний метод.....	157
4.9.3 Практичний розрахунок з визначення сейсмічних сил для багатоповерхових будівель.....	160
4.9.4 Конструктивні заходи із сейсмосахисту.....	165
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	175
ДОДАТКИ.....	177

## ВСТУП

Цей конспект лекцій написано відповідно до програми курсу «Проектування залізобетонних конструкцій» для підготовки бакалаврів галузі знань G – Інженерія, виробництво та будівництво, спеціальності G19 – Будівництво та цивільна інженерія, освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво» у Харківському національному університеті міського господарства імені О. М. Бекетова.

Курс «Проектування залізобетонних конструкцій» є продовженням вивчення залізобетонних конструкцій попередніх курсів: «Основи розрахунку будівельних конструкцій» та «Залізобетонні та кам'яні конструкції».

У конспекті лекцій викладено теоретичні та практичні принципи з урахуванням властивостей матеріалів, з яких складається залізобетон, та загальних положень теорії розрахунку залізобетону. Також акцентовано увагу студентів на необхідність урахування специфічних особливостей залізобетону під час використання положень опору матеріалів, теоретичної механіки та будівельної механіки стосовно розрахунків залізобетонних конструкцій.

Методика теоретичних та практичних розрахунків орієнтує студентів на усвідомлення необхідності та обов'язковості використання вимог нових будівельних норм ДБН В.2.6-98:2009 та ДСТУ Б В.2.6-156:2010 у практиці проектування конструкцій із залізобетону.

Конспект лекцій складається з чотирьох розділів та додатка, який містить основні довідкові матеріали, що допоможе студентам в самостійній роботі під час виконання курсових і дипломних проєктів і робіт.

# 1 РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА ДРУГОЮ ГРУПОЮ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ

## 1.1 Тріщиностійкість залізобетонних конструкцій. Визначення $M_{ult}$ для розтягнутих та згинальних елементів. Визначення ширини розкриття тріщин. Розрахунок залізобетонних конструкцій на закриття тріщин

### 1.1.1 Основні положення розрахунку

*Розрахунок за першою групою граничних станів* виконують, щоб запобігти руйнуванню конструкції (розрахунок на міцність), втраті стійкості форми або положення, руйнуванню від утомленості (розрахунок на витривалість), руйнуванню від спільної дії силових факторів і несприятливих впливів зовнішнього середовища.

*Розрахунок за другою групою граничних станів* виконують, щоб запобігти розвитку недопустимих деформацій (прогинів, кутів повороту та коливань), утворення тріщин або їх надмірного розкриття.

Друга група містить граничні стани (граничні стани за придатністю до експлуатації), які ускладнюють експлуатацію будівельних конструкцій або зменшують їхню довговічність порівняно зі встановленим терміном експлуатації, і для яких позаграничними станами є:

- надмірні переміщення або повороти деяких точок конструкції;
- недопустимі коливання;
- утворення та розкриття тріщин, досягнення ними гранично допустимих значень розкриття чи довжини;
- втрата стійкості форми у вигляді локального деформування;
- пошкодження від корозії чи інших видів фізичного спрацювання, які призводять до необхідності обмеження експлуатації.

Досягнення граничного стану другої групи класифікується у більшості випадків як відмова-перешкода. Розрахунки за граничними станами другої групи ґрунтуються на:

- обмеженні рівня напружень;
- контролі тріщиноутворення та ширини розкриття тріщин;
- контролі прогинів.

У кожному разі необхідно орієнтуватись на вид конструкції та умови її експлуатації. Ці умови викладені в п. 4 ДБН В.2.-6-98:2009. Розглядаються п'ять основних умов експлуатації:

1. Задовільні умови експлуатації, агресивних дій немає: група ХО.
2. Наявні корозійні пошкодження, викликані карбонізацією бетону: група ХС.

3. Корозійні пошкодження, спричинені хлоридами: група ХД.

4. Умови експлуатації, за яких можливе напередміне заморожування – відтавання: група ХФ.

5. Умови експлуатації, за яких найбільш суттєво проявляється корозія від хімічних та біологічних дій: група ХА.

Для кожної умови експлуатації передбачаються певні вимоги до тріщиноутворення та допустимої ширини розкриття тріщин. При цьому передбачаються також і допустимі класи бетону для запроєктованих умов експлуатації конструкцій. Наприклад, для групи конструкцій, які експлуатуються в умовах ХО, найнижчим класом бетону може бути С8/10, а для конструкцій в умовах групи ХА найнижчим класом буде клас С25/30, а для сильно агресивного середовища С30/35.

Додатково кожна з п'яти груп (ХО, ХС, ХД, ХФ, ХА) поділяється на окремі підгрупи, які визначаються за умовами експлуатації.

Марки бетону за морозостійкістю та водонепроникністю залежно від режиму експлуатації бетонних та залізобетонних конструкцій та зимових температур зовнішнього повітря необхідно обирати не нижче зазначених у таблиці 4.1, а [1], а для зовнішніх стін не нижче зазначених у таблиці 4.1, б [1]. При цьому обов'язково враховуються види будівель і споруд за класом наслідків (СС-1, СС-2, СС-3) [5]; та умовами експлуатації.

У разі розрахунків напружень і прогинів вважається, що поперечні перерізи працюють без тріщин під час забезпечення умови, коли напруження розтягу в бетоні не повинні перевищувати  $f_{ctm}$ .

### 1.1.2 Обмеження рівня напружень

Напруження стиску у бетоні повинні обмежуватись для запобігання виникненню поздовжніх тріщин або високих рівнів повзучості. Поздовжні тріщини можуть виникати, якщо рівень напружень у разі характеристичного сполучення навантажень перевищує критичну величину.

За браком спеціальних заходів можливо обмежити напруження стиску до величини  $k_I f_{ck}$  у зонах із середовищем класів експлуатації ХД, ХФ і ХА (табл. 4.1 [1]). За браком більш точних даних величину  $k_I$  рекомендується обирати  $k_I = 0,5 \dots 0,6$ .

Якщо напруження в бетоні у разі квазіпостітних навантажень менше ніж  $0,45f_{ck}$ , можна обирати лінійний характер повзучості. У разі напружень  $\sigma_c > 0,45f_{ck}$  необхідно враховувати нелінійний характер повзучості.

Можна вважати, що неприйнятному утворенню тріщин або деформуванню можна запобігти, якщо основні комбінації навантажень для

другої групи граничних станів деформацій розтягу в арматурі крайнього шару не перевищують  $\varepsilon_s \leq 0,0015$ . При цьому середня величина напружень у попередньо напруженій арматурі не повинна перевищувати  $0,75f_{yk}$ .

### 1.1.3 Розрахунок залізобетонних елементів на тріщиноутворення

Розрахунок за утворенням тріщин залізобетонних елементів за граничними зусиллями виконують за умови, згідно з якою зусилля  $S$  від зовнішніх навантажень (тобто одне з зусиль  $N$ ,  $M$  або  $V$ ), які діють у перерізі, не повинні перевищувати граничного зусилля  $S_{w,ult}$ , яке може сприйняти залізобетонний елемент перед утворенням тріщин:

$$S \leq S_{w,ult}. \quad (1.1)$$

Потрібно мати на увазі, що є поняття тріщиноутворення, яке містить зміст визначення тільки зусилля виникнення тріщини (формула 1.1). А є загальне поняття тріщиностійкості, яке передбачає визначення зусилля тріщиноутворення та визначення ширини розкриття тріщини.

Розглянемо спочатку методикку визначення зусиль тріщиноутворення. Почнемо з центрально розтягнутих елементів (рис. 1.1).

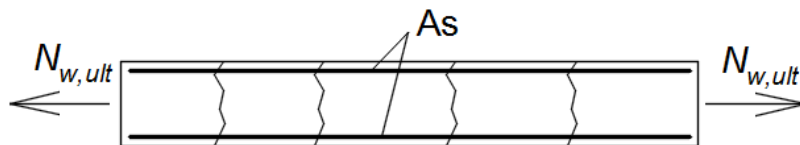


Рисунок 1.1 – Центрально розтягнутий елемент

Зусилля тріщиноутворення  $N_{w,ult}$  буде залежати від супротиву бетону та арматури. У теорії розрахунку залізобетонних елементів на тріщиноутворення закладені певні гіпотези, які ми повинні обов'язково враховувати. До цих гіпотез належать такі:

- перед виникненням тріщини деформації в арматурі і розтягнутому бетоні дорівнюють  $\varepsilon_s = \varepsilon_{cti}$ ;
- тріщина в розтягнутому бетоні з'являється у разі напружень  $f_{ct} = f_{ctm}$ , тобто у разі середніх характеристичних значеннях опору бетону на розтяг;
- деформації бетону та арматури відповідають лінійному закону;
- модуль деформацій розтягнутого бетону перед появою тріщини складає половину від модуля деформацій на стиск;
- попереднє напруження збільшує супротив тріщиноутворенню на величину зусилля обтиснення бетону з урахуванням усіх втрат;

– у розрахунках використовується повна площа бетонного перерізу.

Зусилля розтягу перед утворенням тріщини можна визначити за такою формулою:

$$N_{w,ult} = f_{ctm} \cdot A_c + \sigma_s A_s, \quad (1.2)$$

де  $f_{ctm}$  – середнє характеристичне значення опору бетону на розтяг;

$A_c$  – повна площа розтягнутого бетону;

$\sigma_s$  – напруження в розтягнутій арматурі перед появою тріщини;

$A_s$  – загальна площа арматури.

Враховуючи, що  $\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ , а  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ctu}$ , можна записати:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{ctu} = \frac{f_{ctm}}{E_{ct}} = \frac{f_{ctm}}{0,5 \cdot E_{cm}} = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_{cm}}. \quad (1.3)$$

Тоді формула (1.2) може бути спрощена:

$$N_{w,ult} = f_{ctm} \cdot A_c + \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_{cm}} \cdot E_s \cdot A_s = f_{ctm} \cdot (A_c + 2 \cdot \alpha_c \cdot A_s). \quad (1.4)$$

У цій формулі  $\alpha_c = E_s / E_{cm}$  – коефіцієнт приведення.

Якщо в центрально розтягнутому елементі є зусилля попереднього напруження, то зусилля тріщиноутворення визначається так:

$$N_{w,ult} = f_{ctm} \cdot (A_c + 2 \cdot \alpha_c \cdot A_s) + P_{OR}, \quad (1.5)$$

де  $P_{OR}$  – загальне зусилля обтиснення бетону з урахуванням повних втрат попереднього напруження.

У випадку згину зусилля тріщиноутворення визначається за такою формулою:

$$M_{w,ult} = f_{ctm} \cdot W_{ult}. \quad (1.6)$$

де  $W_{ult}$  – пружно-пластичний момент опору,  $W_{ult} = \gamma \cdot W_{red}$ ;

$\gamma = 1,75$  для прямокутних перерізів;  $\gamma = 1,5$  для таврових та двотаврових перерізів;

$W_{red}$  – приведений пружний момент опору.

Для попередньо-напружених згинальних залізобетонних елементів момент тріщиноутворення може визначатись за такою формулою:

$$M_{w,ult} = f_{ctm} \cdot W_{ult} + P_{OR} \cdot (e_{op} + r_j), \quad (1.7)$$

де  $f_{ctm}, W_{ult.}$  – дивись формули (1.2) і (1.6);

$e_{op}$  – ексцентриситет прикладання зусилля обтиску бетону відносно центру рівноваги перерізу;

$r_{я}$  – відстань до ядрової точки, яка визначається за формулою

$$r_{я} = \frac{W_{red}}{A_{red}}.$$

де  $A_{red}$  – приведена площа поперечного перерізу елемента.

#### 1.1.4 Визначення ширини розкриття тріщин

Відповідно до вимог норм [2] ширина розкриття тріщин залежить від декількох факторів, серед яких найважливішим будуть: діаметр арматури; відстань між стрижнями арматури у поперечному перерізі; класи бетону та арматури; зчеплення арматури з бетоном тощо.

Розрахункова модель розвитку ширини в залізобетонному елементі під час згинання наведена на рисунку 1.2.

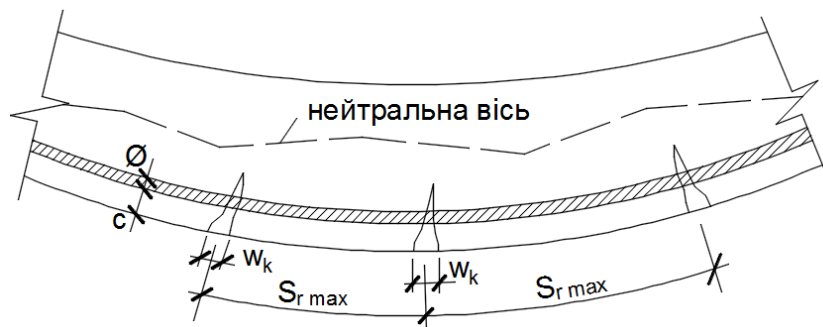


Рисунок 1.2 – Розвиток тріщин у балці під час згинання

Треба відзначити, що теоретична база, на якій будується визначення ширини розкриття тріщини  $w_k$  та відстань між тріщинами  $s_{r max}$ , дуже складна і вона з кожним новим кроком удосконалюється і перевіряється.

На сучасному етапі розвитку теорії залізобетону [1, 3] ширина розкриття тріщин може розраховуватись за такою формулою:

$$w_k = s_{r max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}), \quad (1.8)$$

де  $s_{r max}$  – максимальний крок тріщин (відстань між тріщинами);

$\varepsilon_{sm}$  – середні деформації в арматурі за відповідного сполучення навантажень, включно з впливом прикладених деформацій та зі врахуванням впливу жорсткості під час розтину;

$\varepsilon_{ctm}$  – середня деформація бетону між тріщинами.

Теоретично обґрунтованих аналітичних залежностей для визначення величин  $s_{r \max}$  і  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm})$  наразі не розроблено, а тому в національних і європейських нормах проектування пропонуються залежності, які задовільно відповідають експериментальним даним.

Так, величина  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm})$  може визначатись за такою формулою:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{cr,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (1.9)$$

де  $\sigma_s$  – напруження в розтягнутій арматурі в перерізі з тріщинами.

Для елементів із попереднім напруженням  $\sigma_s$  можна замінити на зміну напружень  $\Delta\sigma_p$  від нульового напруження бетону до фактичного після обтиснення бетону;

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}; \quad \rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}};$$

де  $A_s$  і  $A_p$  – площа звичайної та попередньо напруженої арматури;

$\xi_1$  – коригуючий коефіцієнт міцності зчеплення, який враховує різницю в діаметрах попередньо напруженої арматури і звичайної:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\varnothing_s}{\varnothing_p}},$$

де  $\xi$  – показник відношення міцності зчеплення;

$\xi = 0,6$  для канатів;

$\xi = 0,7$  для дротів періодичного профілю;

$\xi = 0,8$  для стрижнів періодичного профілю;

$\varnothing_s$  і  $\varnothing_p$  – діаметр звичайної арматури та попередньо напруженої;

$A_{c,eff}$  – фактична площа розтягнутого бетону, що охоплює звичайну або напружену арматуру, на висоті  $h_{c,eff}$ , де  $h_{c,eff}$  застосовується меншою величиною з трьох значень: 1)  $2,5 (h - d)$ ; 2)  $(h - x) / 3$ ; 3)  $h / 2$ ;

$k_t$  – коефіцієнт, що залежить від тривалості навантаження:

$k_t$  – коефіцієнт =  $0,6$  для короткотривалого навантаження;

$k_t$  – коефіцієнт =  $0,4$  для довготривалого навантаження.

Крок між тріщинами  $s_{r \max}$  залежить від того, як щільно розташовані стрижні у розтягнутій зоні (рис. 1.3).

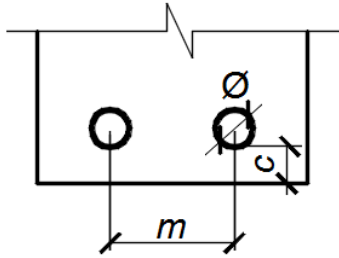


Рисунок 1.3 – Розташування стрижнів у розтягнутій зоні

Якщо  $m \leq 5(c + \varnothing/2)$ , тоді

$$s_{r \max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 (\varnothing / \rho_{p \text{ eff}}), \quad (1.10)$$

де  $c$  – захисний шар бетону;

$k_1$  – коефіцієнт = 0,8 для стрижнів із високим зчепленням;

$k_1$  – коефіцієнт = 1,6 для стрижнів з гладкою поверхнею;

$k_2$  – коефіцієнт = 0,5 для згинання;  $k_2 = 1,05$  для розтягу;  $k_3 = 3,4$ ;  $k_4 = 0,425$ .

Якщо  $m > 5(c + \varnothing/2)$ , тоді можна знайти найбільшу відстань між тріщинами:

$$s_{r \max} = 1,3 \cdot (h - x), \quad (1.11)$$

де  $x$  – висота стисненої зони бетону в тріщині;

$h$  – загальна висота перерізу.

Утворення тріщин є нормальним явищем для залізобетонних конструкцій, на які діють згинання, зріз, розтяг або крутіння, викликані безпосереднім навантаженням або обмеженням прикладених деформацій. Поява тріщин може бути прийнята, якщо ширина їхнього розкриття не перевищує ширини тріщин для відповідних умов експлуатації, і вони не впливають на безпосереднє функціонування конструкції.

Рекомендовані величини максимального розкриття тріщин  $w_{\max}$  для відповідних класів впливу наведені в таблиці 1.2.

Обмеження тріщиноутворення можна забезпечити без прямих розрахунків за формулою (1.8). Для того, щоб ширина тріщин не перевищувала допустимої величини, можна орієнтуватись на напруження в арматурі  $\sigma_s$  (у перерізі з тріщиною), діаметр арматури та максимальний крок стрижнів. Рекомендовані значення цих параметрів наведені у таблицях 1.3 і 1.4.

Таблиця 1.2 – Рекомендовані значення  $w_{max}$  (мм)

Класи впливу	Армовані елементи і поперечно напружені, без зчеплення арматури	Попередньо напружені елементи зі зчепленням арматури
	Основне сполучення навантажень	Повторюване сполучення навантажень
ХО, ХС1 <sup>(1)</sup>	0,4	0,2
ХС2, ХС3, ХС4 <sup>(2)</sup>	0,3	0,2
ХД1, ХД2, ХС1, ХС2, ХС3		Зменшення навантаження стиску
Примітка. Підрозділи класів впливу (ХС1, ХС2, ХС3... ХС1, ХС2, ХС3) – у СНіП 2.03.11-1984.		
<sup>(1)</sup> Для класів ХО, ХС1 ширина розкриття тріщин не впливає на довговічність, а залежить тільки від зовнішнього вигляду, тому це обмеження може послаблюватись.		
<sup>(2)</sup> Для цих класів впливу додатково повинно перевірятись зменшення навантаження стискання у разі основного сполучення навантажень.		

Таблиця 1.3 – Рекомендовані діаметри арматури у разі заданих напружень  $\sigma_s$ 

Напруження в арматурі $\sigma_s$ , МПа, у разі заданого сполучення навантажень	Максимальний діаметр стрижня (у мм) з шириною тріщини		
	$w_k = 0,4$ мм	$w_k = 0,3$ мм	$w_k = 0,2$ мм
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Таблиця 1.4 – Рекомендації щодо вибору кроку стрижнів у перерізі

Напруження в арматурі $\sigma_s$ (МПа) у разі заданого сполучення навантажень	Максимальний крок стрижнів, мм, із шириною тріщин		
	$w_k = 0,4$ мм	$w_k = 0,3$ мм	$w_k = 0,2$ мм
160	300	300	200
200	300	250	150

### Продовження таблиці 1.4

240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

У таблицях 1.3 і 1.4 припускається (відповідно до формул 1.9, 1.10, 1.11), що захисний шар бетону  $c = 25$  мм;  $f_{ctm} = 2,9$  МПа; висота розтягнутої зони  $h_{cr} = 0,5 \cdot h$ ;  $a = h - d = 0,1 \cdot h$ ;  $k_1 = 0,8$ ;  $k_2 = 0,5$ ;  $k_t = 0,4$ .

За усіх розрахунків перевіряється мінімальна площа армування за п. 5.3.2 [2].

## 1.2 Розрахунок прогинів конструкцій

Розрахунок залізобетонних елементів за деформаціями виконують, якщо прогини або переміщення конструкції  $f$  від дії зовнішнього навантаження не перевищуватимуть гранично-допустимих значень прогинів або переміщень

$$f < f_u. \quad (1.12)$$

У розділі будівельної механіки відомі головні принципи визначення деформацій різних конструктивних елементів (балок, рам, плит, арок, ферм, оболонки тощо). Основою цих розрахунків є теорема роботи зовнішніх сил на можливих переміщеннях. Окрім того, використовується теорема про взаємність робіт на цих переміщеннях. У кінцевому підсумку переміщення можна розраховувати за допомогою так званого «інтеграла Мора». Загальний вигляд цього інтеграла можна записати таким чином:

$$\Delta_{12} = f_{12} = \sum \int_0^l \frac{\overline{M}_1 M_2}{EI} dx + \sum \int_0^l \frac{\overline{N}_1 N_2}{EA} dx + \sum \int_0^l \frac{\overline{V}_1 V_2}{GA} dx \cdot \eta.$$

Якщо розглядаються окремі елементи з заданим навантаженням, то не усі внутрішні зусилля формули Мора можуть бути наявні. Наприклад, балка на двох опорах завантажена вертикальними зосередженими силами. У цьому разі будуть наявні внутрішні зусилля  $M$  та  $V$ , а поздовжнього зусилля  $N$  не буде. У статично визначених фермах (залізобетонних або металевих) в поясах, стійках та розкосах з'являються тільки зусилля  $N$ , а згинальних моментів  $M$  та поперечних сил  $V$  немає.

Зазвичай користуються тільки першим додатком формули інтеграла Мора, тобто згинальним моментом  $M$ , який дає 95–97 % від загальної величини переміщення (прогину) конструкції. Тоді, користуючись співвідношенням опору матеріалів

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2V}{dx^2}; \quad \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I},$$

можна визначити кривизну елемента  $\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{E \cdot I}$ , і тоді інтеграл Мора дещо спрощується

$$f = \frac{1}{\rho} \cdot \int_0^l \frac{\overline{M_1}}{E \cdot I} dx.$$

Граничний стан за деформаціями (визначення прогинів) може на першому етапі перевірятися шляхом обмеження відношення  $l / d$  (проліт / висота перерізу). У більшості випадків граничний прогин залізобетонних конструкцій складає  $\frac{1}{250}l$ .

Вважають, що прогини не перевищують допустимих, якщо виконуються за умови:

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^3} \right] \text{ у разі } \rho \leq \rho_0, \quad (1.13)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ у разі } \rho > \rho_0, \quad (1.14)$$

де  $K$  – коефіцієнт, що враховує різні умови спирання конструкцій (табл. 1.5);

$\rho_0$  – довідковий відсоток армування,  $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}}$ ;  $f_{ck}$  – у МПа;

$\rho$  – необхідний відсоток армування розтягнутої арматури після розрахунку на згин у середині прольоту;

$\rho'$  – необхідний відсоток армування стиснутої арматури в середині прольоту.

Тобто основним параметром, що визначає величину прогину, необхідно вважати відсоток армування залізобетонних конструкцій (балок та плит) із урахуванням умов закріплення конструкцій на опорах. При цьому напруження в арматурі у розтягнутій зоні складають 310 МПа (що наближено відповідає  $f_{yk} = 500$  МПа).

Але якщо рівень напружень перевищує 310 МПа, тоді потрібно формули (1.13) і (1.14) помножити на коефіцієнт  $\frac{310}{\sigma_3}$ , який можна обчислити так:

$$\frac{310}{\sigma_3} = \frac{500A_{s,prov}}{f_{yk}A_{s,red}}, \quad (1.15)$$

де  $A_{s,red}$  та  $A_{s,prov}$  – необхідна після розрахунків площа арматури та фактично прийнята.

Таблиця 1.5 – Основні показники проліт / висота ( $l/d$ ) для залізобетонних елементів

Конструктивна схема	К	Співвідношення $l/d$	
		$\rho = 1,5-2 \%$	$\rho = 0,5-0,8 \%$
Шарнірно обперта балка або плита в одному або у двох напрямках	1,0	14	20
Крайній проліт нерозрізної балки або плити, або обпертої у двох напрямках і нерозрізної вздовж довгої сторони плити	1,3	18	26
Внутрішній проліт балки або плити, обпертої в одному чи двох напрямках	1,5	20	30
Безбалкова плита	1,2	17	24
Консоль	0,4	6	8

Наведені в таблиці 1.5 величини параметрів К та  $l/d$  необхідно вважати орієнтованими на значення прогинів  $(1/250)l$ , а в кожному окремому випадку бажано виконувати більш детальний розрахунок прогинів.

У загальному випадку нормативні документи пропонують визначати прогин за такою формулою:

$$f_m = \int_0^l M_x \left( \frac{1}{r} \right)_x dx, \quad (1.16)$$

де  $M_x$  – момент від згинання в перерізі від заданого навантаження;

$\left(\frac{1}{r}\right)_x$  – кривизна залізобетонного елемента у перерізі з найбільшим

згинальним моментом або у заданому перерізі.

Враховуючи, що вид та характер навантаження може бути різноманітним (короткотривалим або довготривалим, впливом попереднього напруження або іншим впливом), то в практичних розрахунках загальну кривизну  $1/r$  визначають за такою формулою:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}, \quad (1.17)$$

де  $\frac{1}{r_1}$  – кривизна елемента від тривалої дії постійних та тривалої частини

змінних навантажень (від снігу, від кранів, технологічного обладнання, температури та інших навантажень);

$\frac{1}{r_2}$  – кривизна елемента від нетривалої дії повного навантаження

(тривалого і короткочасного);

$\frac{1}{r_3}$  – кривизна елемента від нетривалої дії постійних і частини змінних

навантажень тривалої дії.

Для однопрольотних статично визначених елементів постійного перерізу, що працюють за балковою схемою, прогин можна визначити за такою формулою:

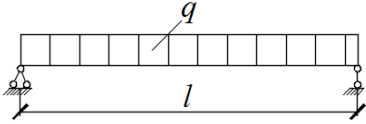
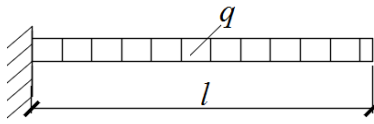
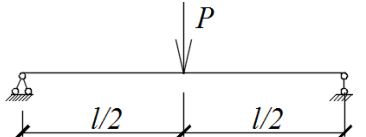
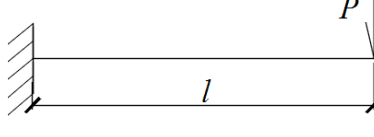
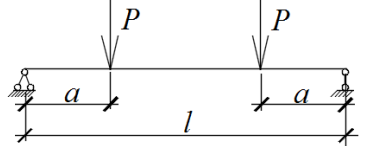
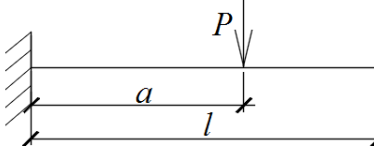
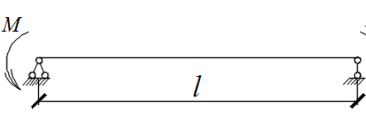
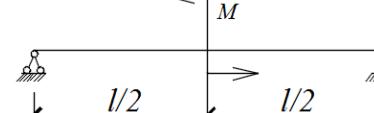
$$f = k_m \cdot \frac{1}{r} \cdot l_0^2, \quad (1.18)$$

де  $k_m$  – коефіцієнт, що залежить від розрахункової схеми і типу навантаження, його можна обрати відповідно до таблиці 1.6.

Для визначення величини кривизни для різних режимів завантаження необхідно знайти згинальні моменти для цих режимів (короткочасного та тривалого). Потім табличним способом розрахувати  $\alpha_m$ ,  $\xi$ ,  $\zeta$  та визначити теоретичну площу армування  $A_s$  і фактичну  $A_{sf}$ .

Після чого можна знайти параметри  $x$  ( $x = \xi \cdot d$ ) та  $\sigma_s$ , визначити для заданого класу бетону деформативні характеристики  $\varepsilon_{c1}$  і  $\varepsilon_{c2}$ .

Таблиця 1.6 – Коефіцієнти  $k_m$  для різних схем навантаження

Схема навантаження	$k_m$	Схема навантаження	$k_m$
	5/48		1/4
	1/12		1/3
	$\frac{1}{8} - \frac{a^2}{6l^2}$		$\frac{a}{6l} \left( 3 - \frac{a}{l} \right)$
	1/48		1/24

Далі розрахувати кривизну для кожного режиму завантаження відповідно до такої формули (1.17):

$$\frac{1}{r_i} = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}}{h}; \quad \varepsilon_{c1} = \frac{\varepsilon_s \cdot x_i}{d - x_i}; \quad \varepsilon_{c2} = \frac{\varepsilon_{c1} \cdot (h - x_i)}{x_i}; \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}.$$

Якщо враховується попереднє напруження, тоді прогин визначається окремо від зовнішнього завантаження та від вигину, спричиненого зусиллям попереднього обтиску. Тоді загальний прогин  $f_{заг}$  відносно горизонтальної лінії складатиме

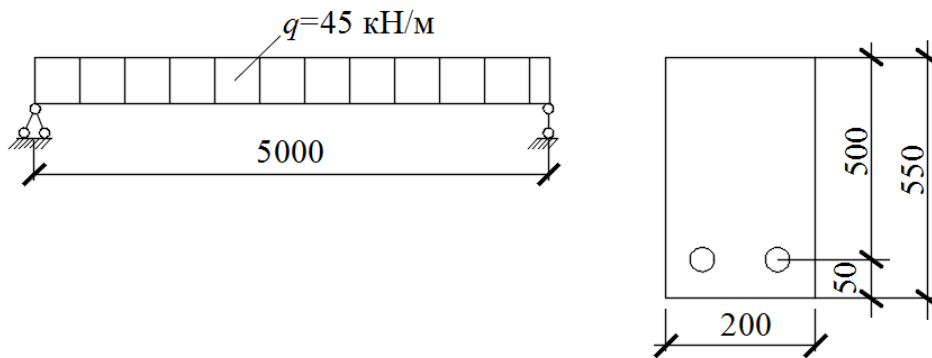
$$f_{заг} = f_1 - f_2, \quad (1.19)$$

де  $f_1$  – прогин від зовнішнього навантаження;

$f_2$  – вигин від зусилля попереднього напруження.

*Приклад 1.* Визначення прогину однопрольотної, статично визначеної балки прольотом 5 м, перерізом 200 мм × 550 мм, завантаженої рівномірно

розподіленим навантаженням  $q = 45$  кН/м. Клас бетону С16/20, режим завантаження короткочасний, клас арматури А400С.



Основні характеристики матеріалів:

1) бетон С16/20:  $f_{cd} = 11,5$  МПа;  $E_{cm} = 27 \cdot 10^3$  МПа;

2) арматура А400С:  $f_{yd} = 365$  МПа;  $E_s = 21 \cdot 10^4$  МПа.

Згинаюче зусилля в балці визначається за такою формулою:

$$M = \frac{q \cdot l_o^2}{8} = \frac{45 \times 5}{8} = 140,62 \text{ кН} \cdot \text{м} = 14\,062 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

Табличні коефіцієнти  $\alpha_m$ ,  $\xi$ ,  $\zeta$  (дод. А)

$$\alpha_m = \frac{M}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{14062}{1,158 \times 20 \times 50^2} = 0,244;$$

За таблицями  $\xi = 0,355$ ;  $\zeta = 0,858$ .

$$\text{Площа армування } A_s = \frac{M}{\zeta \cdot f_{yd} \cdot d} = \frac{14062}{0,858 \times 36,5 \times 50} = 8,98 \text{ см}^2.$$

За сортаментом арматури обираємо  $2\text{Ø}25\text{A}400\text{C}$  з  $A_{s\phi} = 9,82$  см<sup>2</sup>.

Висота стиснутої зони  $x = \xi d = 0,355 \times 50 = 17,75$  см.

Напруження в арматурі

$$\sigma_s = f_{yd} \cdot \frac{A_s}{A_{s\phi}} = 365 \times \frac{8,98}{9,82} = 333,8 \text{ МПа} = 33,38 \text{ кН} / \text{см}^2.$$

$$\text{Деформації арматури } \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{33,38}{21\,000} = 0,00159.$$

Деформації бетону

$$\varepsilon_{c1} = \frac{\varepsilon_s \cdot x}{d - x} = \frac{0,00159 \times 17,75}{50 - 17,75} = 0,000875 = 87,5 \cdot 10^{-5}.$$

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c1} \cdot \frac{h - x}{x} = 87,5 \cdot 10^{-5} \times \frac{55 - 17,75}{17,75} = 183,62 \cdot 10^{-5}.$$

Загальна кривизна визначається відповідно до формули (1.17), тільки з урахуванням першого додатка:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}}{h} = \frac{87,3 + 183,62}{55} \cdot 10^{-5} = 4,93 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}}$$

Прогин балки (1.17):

$$f = k_m \cdot \frac{1}{r} \cdot l_0^2 = \frac{5}{48} \times 4,93 \cdot 10^{-5} \times 500^2 = 1,28 \text{ см.}$$

Допустимий прогин для звичайних умов експлуатації  $f = \frac{1}{250} \cdot l$ , тобто

$$f = \frac{1}{250} \times 500 = 2 \text{ см.}$$

Таким чином, розрахунковий прогин не перевищує допустимого  $f < f_u$  (1.12), тобто  $1,28 \text{ см} < 2,0 \text{ см}$ .

## 2 ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНІ ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ

### 2.1 Сутність попереднього напруження

Сама ідея попереднього напруження в будівельних конструкціях виникла у вчених та проектувальників дуже давно, ще у XVII–XVIII сторіччях. Реалізація цієї ідеї була досягнута під час будівництва підвісних мостів. Чим сильніше були натягнуті несучі канати, тим менше прогинались опорні несучі елементи мостів.

Але пропозиції щодо використання попереднього напруження арматури в залізобетонних конструкціях з'явилися набагато пізніше, тільки наприкінці XIX сторіччя, враховуючи, що сам залізобетон як самостійний будівельний матеріал почав застосовуватись у 1880–1890-х роках.

Найбільше розповсюдження та практичне застосування попередньо напружені залізобетонні конструкції отримали у 1928–1940 рр. завдяки теоретичним та експериментальним дослідженням Е. Фрейсине (Франція), в яких наголошувалось, що для ефективної роботи попередньо напруженого залізобетону необхідні високі класи бетону (С30/35, С32/40, С40/50, С50/60) та високоміцна арматура з рівнем міцності  $f_{yk} = 600, 800, 1\ 000$  МПа.

За проектами Е.Фрейсине були збудовані гідравлічні преси, вежі, палі, багато мостів та інші інженерні споруди.

У наступні роки і на сучасному етапі у вітчизняній та закордонній практиці будівництва попередньо напружені залізобетонні конструкції дуже

широко використовуються в різних напрямках цивільного, промислового та спеціального будівництва.

Розглянемо сутність попередньо напружених залізобетонних елементів (рис. 2.1).

На рисунку 2.1, а показана загальна картина утворення тріщин та прогинів із навантаженням балки зусиллями  $P_1 = 0,6-0,8 P_{гран}$ ; за подальшого збільшення зусилля  $P_1$  балка руйнується.  $P_{гран}$  – граничне значення  $P_1$ . Арматура в цьому випадку не напружувалась (не натягувалась).

Другий випадок (рис. 2.1, б) для аналогічної балки. Арматура спочатку натягується зусиллям  $N_1$  та жорстко закріплюється. Потім виконується бетонування балки разом з арматурою. Після певного періоду (28–30 діб), коли пройшло тужавіння бетону, арматура звільняється від закріплення (обрізається) і передає своє натяжне зусилля на бетон. Відбувається обтиснення бетону (рис. 2.1, в), арматура ж лишається розтягнутою, але з меншим зусиллям ( $N_2 < N_1$ ).

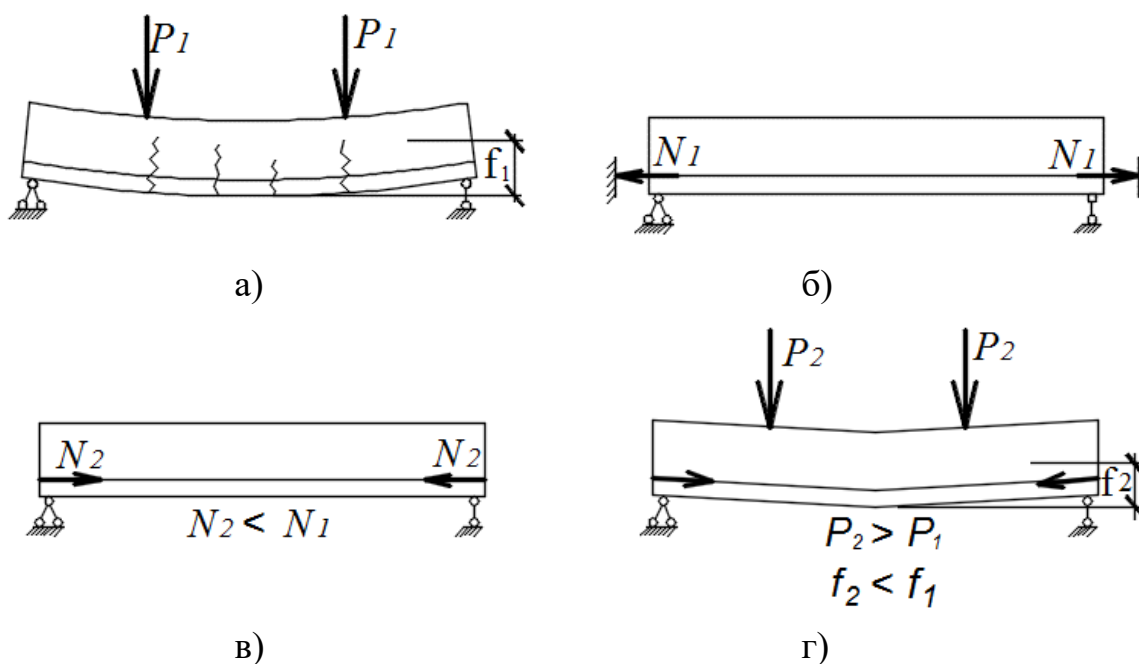


Рисунок 2.1 – Загальний вплив попереднього напруження арматури на тріщиностійкість та деформативність залізобетонного елемента:

- а – розвиток тріщин та прогинів у балці без попереднього напруження арматури;
- б – натягування арматури до бетонування балки зусиллям  $N_1$ ;
- в – бетонування та затвердіння бетону і передача зусилля  $N_2$  на бетон, арматура розтягнута, бетон стиснутий;
- г – прикладання зовнішнього зусилля  $P_2$  ( $P_2 > P_1$ ), тріщин немає, прогин зменшений ( $f_2 < f_1$ )

Завантажимо балку зусиллям  $P_2$  ( $P_2 > P_1$ ) (рис. 2.1, г). У цьому випадку треба подолати опір стиснутого бетону та опір розтягнутої арматури, і тільки в цьому випадку можлива поява тріщин, а прогин балки буде незначний ( $f_2 < f_1$ ).

Таким чином, виконання попереднього напруження арматури дозволяє суттєво *підвищити тріщиностійкість* залізобетонного елемента та *зменшити його деформативність*. У цьому і полягає головне призначення попередньо напружених залізобетонних елементів.

## 2.2 Способи та рівень попереднього напруження

Існує декілька методик виконання натягування робочої арматури в попередньо напружених залізобетонних елементах. Серед цих методик необхідно відзначити найбільш уживані та ті, що мають практичне застосування: механічне, електротермічне, електротермомеханічне, застосування поворотних столів та намотувальних машин. Кожна з цих методик має певні позитивні та негативні риси, але головне їхнє завдання – виконати натягування арматури (тобто створити попереднє напруження в арматурі заданого рівня) за мінімальних трудових та енергетичних витрат.

Вибір способу натягування арматури залежить від класу сталі, виду і розмірів конструкції, необхідного устаткування і трудомісткості.

Найпростішим, але енергомістким є *електротермічний* спосіб натягування арматури на упори. Суть його полягає в нагріванні арматури електричним струмом, видовженні її на задану величину, закріпленні у нагрітому стані на металевій формі або стенді і напружуванні під час остигання. Його широко використовують для натягування стрижневої арматури на упори металевих форм у разі нагрівання до температури 400 °С. Рідше користуються цим методом під час натягування високоміцного дроту та канатів діаметром до 15 мм.

За *механічного* способу арматуру напружують розтягуванням різними механізмами на проектну величину і закріплюють у розтягнутому стані. Найчастіше використовують гідравлічні, рідше гвинтові домкрати, а також важелі, відтяжки, вантажні пристрої з системою блоків.

Застосовують також комбінований *електротермомеханічний* спосіб натягування, за якого частина зусилля натягування створюється механічним способом. Це дає можливість зменшити рівень нагрівання та уникнути відпускання термічно зміцненого дроту.

У результаті обтискування бетону змінюються властивості залізобетонних конструкцій, наприклад їх тріщиностійкість та деформа-

тивність. Напруження в бетоні спричиняють розвиток деформацій повзучості, змінюють зростання міцності бетону в часі, впливають на початковий модуль пружності бетону. В окремих випадках напружувана арматура у стиснутій від навантаження зоні може зменшити міцність конструкцій.

Сприятливі та несприятливі впливи напруження арматури проявляються під час виготовлення і зберігання конструкцій, у стадії транспортування, монтажу чи експлуатації. Напружено-деформований стан попередньо напружених конструкцій під впливом усадки і повзучості бетону, релаксації напружень в арматурі постійно змінюється в часі. Тому проектувати попередньо напружені залізобетонні конструкції значно складніше, ніж конструкції з ненапруженою арматурою. Важливим моментом є вибір величини попереднього напружування арматури.

При цьому досягаються два головні способи натягування арматури: «на упори» та «на бетон».

Спосіб натягування «на упори» базується на тому, що арматура натягується до певного рівня і надійно закріплюється на жорстких упорах; це можуть бути масивні неподатливі конструктиви, дуже жорстка опалубка або якірні пристрої. Після цього виставляється опалубка майбутнього елемента та закладається уся конструктивна арматура. Виконується бетонування та витримується термін тужавіння бетону. Натягнута арматура звільняється від місць закріплення (може просто обрізатися) і передає зусилля натягу на затверділий бетон (рис. 2.2).

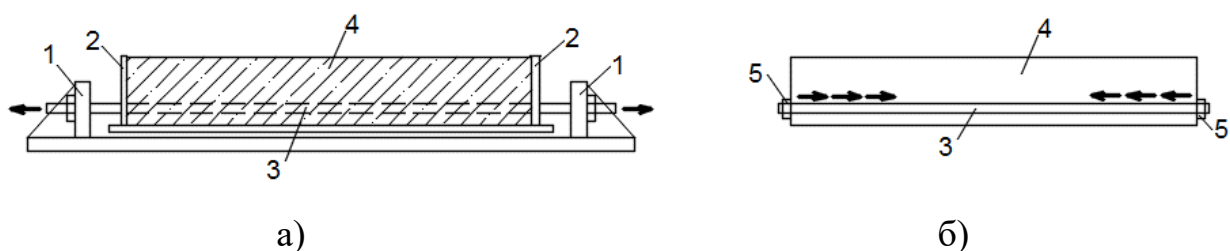


Рисунок 2.2 – Виконання натягування арматури «на упори»:

- а – технологічна схема натягування арматури та бетонування виробу;
- б – звільнена від упорів арматура та закріплення її фіксуючими анкерами на виробі; 1 – упори (спеціальні пристрої); 2 – опалубка виробу; 3 – високоміцна арматура; 4 – бетон; 5 – фіксуючі анкери

Спосіб натягування «на бетон» передбачає спочатку виготовлення залізобетонного виробу у проектному рішенні, але в ньому виконуються спеціальні пустотні поздовжні канали для пропускання в них майбутньої попередньо напруженої арматури. Після пропускання арматури (стрижнів,

дротів або канатів) у цих каналах здійснюється натягування арматури домкратами, які спираються на виготовлений заздалегідь залізобетонний виріб. Після натягування арматури канал заповнюється цементно-пісчанним високомарочним розчином. Це здійснюється для надійного зчеплення натягнутої арматури з існуючим виробом (рис. 2.3). Після закінчення натягування арматура надійно фіксується анкерними пристроями.

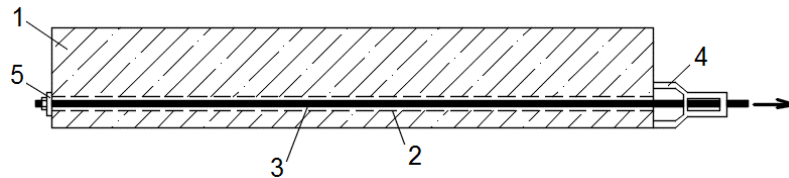


Рисунок 2.3 – Попередньо напружений залізобетонний елемент з натягуванням арматури «на бетон»:

- 1 – залізобетонний виріб; 2 – внутрішній канал; 3 – високоміцна арматура;
- 4 – домкрат подвійної дії; 5 – анкерні фіксатори

На рисунках 2.4 та 2.5 наведені гільзострижневий анкер та анкерування арматурних пучків за допомогою конусних пробок. На рисунку 2.6 показано збірно-клиновий анкер для закріплення потужних прядових пучків.

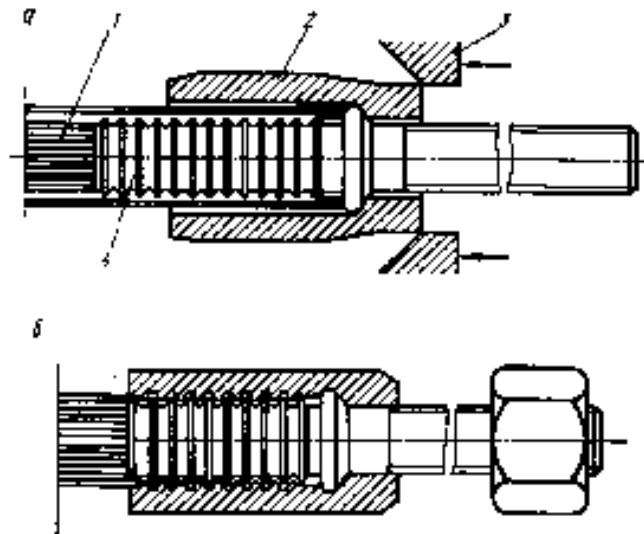


Рисунок 2.4 – Гільзострижневий анкер:

- а – до запресовки пучка; б – після запресовки; 1 – пучок; 2 – гільза; 3 – обтискуюче кільце; 4 – стрижень із нарізкою

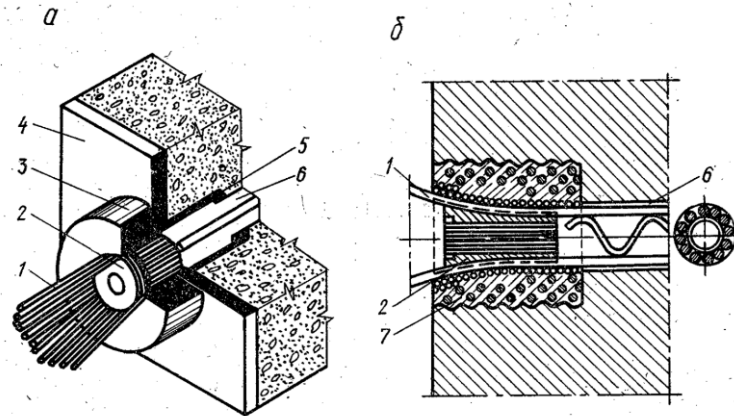


Рисунок 2.5 – Анкерування арматурних пучків за допомогою конусних пробок із використанням домкратів подвійної дії:  
 а – зі сталевими колодками; б – із залізобетонними колодками; 1 – пучок; 2 – анкерна конусна пробка; 3 – сталеві колодка; 4 – розподільчий торцевий лист; 5 – патрубок; 6 каналотворювач; 7 – залізобетонна колодка

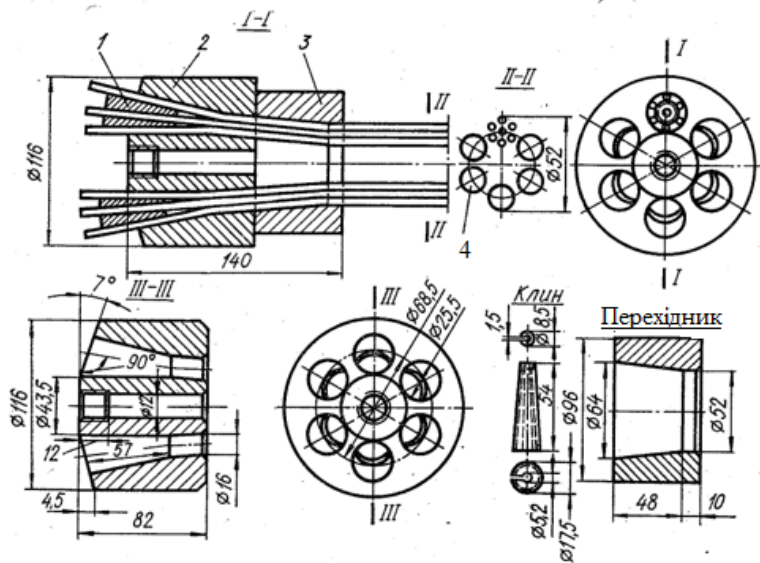


Рисунок 2.6 – Збірно-клиновий анкер для закріплення потужних прядових пучків: 1 – конічні клини; 2 – корпус; 3 – перехідник; 4 – дріт Ø5 мм (7 шт)

Нормативні документи [1, 2] обмежують величину попереднього напруження такими рівнями:

$$\sigma_{p,max} = 0,8 \cdot f_{pk} \text{ або } \sigma_{p,max} = 0,9 \cdot f_{p0,1k} \quad (2.1)$$

Вибирається найменша величина з двох.

Наприклад: для арматури класу А600  $\sigma_p = 0,8 \times 630 = 504$  МПа,  $\sigma_p = 0,9 \times 575 = 517$  МПа; обираємо найнижчий рівень напружень, тобто  $\sigma_p = 504$  МПа.

Рівень початкових напружень повинен бути таким, щоб не допустити можливість розриву арматури, але не можна допускати ослаблений рівень напружень, тому що втрати попереднього напруження можуть зовсім знищити величину заданих напружень.

У всіх випадках для будь-якого класу арматури значення  $\sigma_p$  обирають не менше за  $0,3 \cdot f_{p0,1k}$ .

Місцевому тріщиноутворенню і розколюванню бетону безпосередньо під анкерами за попереднього напруження арматури «на бетон» можна запобігти відповідними конструктивними заходами: встановленням у бетоні торцевих сіток (не менше чотирьох), влаштуванням накладних закладних деталей у вигляді листа тощо.

Напруження стиску в бетоні  $\sigma_c$ , що виникають внаслідок дії сили попереднього напруження та інших навантажень, повинні не перевищувати величини:

$$\sigma_c \leq f_{ck}(t), \quad (2.2)$$

де  $f_{ck}(t)$  – характеристичний опір стисканню бетону в момент часу  $t$ , коли до нього прикладається сила попереднього напруження.

### **2.3 Матеріали для залізобетонних конструкцій із попередньо напруженою арматурою**

Для виконання попередньо напружених залізобетонних конструкцій використовується зазвичай важкий конструкційний бетон зі щільністю 22–25 кН/м<sup>3</sup> та мінімальними характеристиками усадки і повзучості бетону. Такими властивостями володіють висококласні бетони, починаючи від класу С25/30 і закінчуючи класом С50/60 і вище. Нормативні документи України [1, 2] допускають використання для попередньо напружених залізобетонних конструкцій також і бетони низького класу, починаючи з С16/20 і С20/25, але в цьому випадку ефективність попереднього напруження зменшується, включно з тріщиностійкістю та деформативністю.

Клас бетону, в якому розміщена попередньо напружена арматура А600, А800, а також дротова Вр1200, Вр1300, повинен бути С16/20, С20/25 і вище, а якщо арматура класів А1000, Вр1400, Вр1500, К1400, К1500, то бетон необхідно обирати класів С25/30, С32/40 і вище.

Передавальну міцність бетону  $f_{cp}$  (це міцність бетону під час його обтиснення, яка визначається аналогічно класу бетону на стиск) необхідно призначати не менше ніж C12/15 (тобто  $f_{ck} = 11,5$  МПа) і не менше ніж 50 % обраного класу бетону.

Дуже важливо під час призначення класу бетону враховувати умови експлуатації конкретної конструкції (це умови: ХО; ХС1 – ХС4; ХД1 – ХД3; ХФ1 – ХФ4; ХА1 – ХА3). Залежно від цих умов клас бетону може суттєво збільшитись і починатись із класу С25/30, а для агресивного середовища ХА3 – із С30/35.

Норми передбачають також застосовувати відповідні марки бетону за морозостійкістю  $F$  та за водонепроникністю  $W$ .

Для надземних конструкцій, які зазнають впливу навколишнього середовища за розрахункової температури зовнішнього повітря в холодний період від  $-5^{\circ}\text{C}$  до  $-40^{\circ}\text{C}$ , обирають марку бетону за морозостійкістю не нижче ніж  $F75$ , а якщо розрахункова температура зовнішнього повітря вище ніж  $-5^{\circ}\text{C}$ , то для таких конструкцій марку бетону  $F$  не нормують, а обирають  $F50$ .

Для попереднього напруження залізобетонних конструкцій резервуарів, відстійників, водонапірних труб марка за водонепроникністю повинна складати  $W8 - W10$ .

Поряд із важкими бетонами для попередньо напружених конструкцій можуть використовуватись кам'яні конструкції та легкі бетони (керамзитобетон, аглопоритбетон, дрібнозернистий бетон тощо).

Арматурні сталі, які використовуються в попередньо напружених елементах, повинні мати деякі характерні властивості для забезпечення найбільш раціональних конструктивних рішень. Найбільш важливими характеристиками таких сталей є високі значення межі міцності, достатні пружні та пластичні властивості, висока межа витривалості, здібність арматури надійно зчіплюватись із бетоном та надійно працювати з ним на усіх стадіях експлуатації конструкції, збереження структурної будови сталі за короткочасного температурного підігріву від  $100^{\circ}\text{C}$  до  $450^{\circ}\text{C}$ .

У сучасних умовах таким вимогам відповідають арматурні стрижні класів А600, А800, А1000, високоміцний дріт Вр1200, Вр1300, Вр1400, Вр1500, а також канати К1400(К7) та К1500(К19) із характеристиками, наведеними у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Фізико-механічні характеристики арматури для попереднього напруження

Клас арматури	Фізико-механічні характеристики					
	$f_{pk}$ , МПа	$f_{p0,1k}$ , МПа	$f_{pd}$ , МПа	$\epsilon_{uk}$	$\epsilon_{ud}$	$E_p$ , ГПа
A600	630	575	480	0,02	0,018	190
A800	840	765	637	0,018	0,016 2	190
A1000	1 050	955	796	0,018	0,016 2	190
Bp1200	1 260	1 145	916	0,016	0,014 4	190
Bp1300	1 365	1 240	992	0,016	0,014 4	190
Bp1400	1 470	1 335	1 068	0,016	0,014 4	190
Bp1500	1 575	1 430	1 144	0,016	0,014 4	190
K1400 (К-7)	1 470	1 335	1 112	0,014	0,012 6	180
K1500 (К-7)	1 575	1 430	1 192	0,014	0,012 6	180
K1500 (К-19)	1 575	1 430	1 192	0,014	0,012 6	180

Арматурна сталь для попереднього напруження не має майданчика текучості.

Для практичних розрахунків обирають дволінійну ідеалізовану (А) або розрахункову (В) діаграму залежності «напруження – деформація» (рис. 2.1).

Розрахунковий опір сталі  $f_{pd}$  обирають рівним

$$f_{p0,1k} / \gamma_s,$$

де  $f_{pk}$  – характеристичне значення міцності попередньо напруженої арматури;

$f_{p0,1k}$  – умовна межа текучості арматури 0,1 %;

$\gamma_s$  – коефіцієнт надійності, що обирають для стрижнів і канатів – 1,2, для дроту – 1,25.

У таблиці 2.1:

–  $\epsilon_{uk}$  – нормативне значення відносної граничної деформації за максимального навантаження;

–  $\epsilon_{ud}$  – розрахункове значення відносної граничної деформації арматури (за браком більш точних значень рекомендовано обирати  $\epsilon_{ud} = 0,02$ ).

Окрім цієї арматури може використовуватись тонка дротова арматура діаметром 1–3 мм із попереднім напруженням та наступним бетонуванням. Такі вироби називаються струнобетон і використовуються у практиці виготовлення різноманітних архітектурних форм.

Необхідно відзначити ще один різновид попередньо напружених залізобетонних елементів, який ґрунтується на використанні бетону,

виготовленому на розширюючому цементі. Здебільшого це циліндричні або овальні форми, в яких спочатку намотується з натягом дріт, а потім бетонується сам виріб. Внаслідок розширення бетону виконується додатковий натяг арматури.

## 2.4 Втрати попереднього напруження в напруженій арматурі

Після натягу арматури з заданим рівнем напруження та передачі зусилля натягу на бетон відбуваються різні втрати рівня попереднього напруження арматури незалежно від способу натягу («на упори» чи «на бетон»). Під час розрахунку цих втрат потрібно умовно розділили їх на два види: миттєві (короткочасні) втрати та втрати, залежні від часу. *Миттєві* – це такі втрати, які проявляються під час технологічного процесу приготування залізобетонного елемента. *А залежні від часу* – це такі втрати, які пов'язані з довгостроковим терміном експлуатації конструкції (внаслідок усадки, повзучості бетону та довготривалої релаксації напруженої арматури).

### 2.4.1 Миттєві втрати

До миттєвих втрат належать:

- втрати внаслідок короткотривалої релаксації  $\Delta P_r$ ;
- втрати внаслідок температурного перепаду під час теплової обробки  $\Delta P_\theta$ ;
- втрати внаслідок пружної деформації бетону  $\Delta P_{el}$ ;
- втрати внаслідок тертя  $\Delta P_\mu$ ;
- втрати внаслідок проковзування арматури в анкерних пристроях  $\Delta P_{sl}$ .

*Втрати від релаксації* напружень в арматурі ( $\Delta P_r$ ) розвиваються протягом 5–7 діб після її натягування;

1) для стрижневої арматури класів А600, А800, А1000 під час натягування арматури з початковим рівнем натягу  $\sigma_{p,max}$ :

- механічного

$$\Delta P_r = (0,1 \cdot \sigma_{p,max} - 20) \cdot A_p; \quad (2.3)$$

- електротермічного

$$\Delta P_r = 0,03 \cdot \sigma_{p,max} \cdot A_p; \quad (2.4)$$

2) для арматури класів Вр1200...Вр1500, К1400, К1500 під час натягування арматури:

- механічного

$$\Delta P_r = \left( 0,22 \cdot \frac{\sigma_{p,max}}{\sigma_{p0,1k}} - 0,1 \right) \cdot \sigma_{p,max} \cdot A_p; \quad (2.5)$$

– електротермічного

$$\Delta P_r = 0,05 \cdot \sigma_{p,max} \cdot A_p. \quad (2.6)$$

Якщо розрахунок  $\Delta P_r$  дає від'ємне значення, то ці втрати дорівнюють нулю. Втрати від релаксації арматури обираються у разі натягування арматури «на упори» і «на бетон».

Високоміцна арматура в результаті її навантажування пружно видовжується на величину  $\Delta$ , а потім у ній розвиваються непружні деформації без збільшення навантаження. При цьому напруження в арматурі залишаються сталими, але довжина збільшується.

Якщо арматура розтягується і закріплюється в нерухомих упорах, як це буває в разі її натягування, пластичні деформації спричиняють зменшення напружень в арматурі, що називається релаксацією напружень.

У випадку теплової обробки збірних залізобетонних елементів, зменшення натягу в арматурі і обмеження розширення бетону виникають *втрати від теплового перепаду*  $\Delta P_\theta$ , (тобто залежать від різниці температур натягнутої арматури в зоні нагрівання і пристрою, який сприймає зусилля натягування під час прогрівання бетону) які можна визначати за таким виразом:

$$\Delta P_\theta = 0,5 \cdot \alpha_c \cdot E_p \cdot (T_{max} - T_0) \cdot A_p, \quad (2.7)$$

де  $\alpha_c$  – коефіцієнт лінійного температурного розширення бетону (зазвичай  $\alpha_c = (1,0-1,2) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ );

$E_p$  – модуль пружності напруженої арматури;

$(T_{max} - T_0)$  – різниця між максимальною і початковою температурами бетону поряд із напруженою арматурою, за браком точних даних допускається обирати  $\Delta t = T_{max} - T_0 = 65 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Видовження арматури при цьому не враховується;

$A_p$  – площа поперечного перерізу напруженої арматури.

Під час натягування арматури на форму внаслідок одночасного нагрівання форми та арматури втрати від перепаду температур дорівнюють нулю.

Втрати попереднього напруження від деформації сталевих форм (упорів) за неодночасного натягування арматури на форму визначаються за такою формулою:

$$\Delta P_3 = \frac{(n-1) \cdot \Delta l}{2 \cdot n \cdot l} \cdot E_p \cdot A_p, \quad (2.8)$$

де  $n$  – кількість стрижнів або груп стрижнів, які натягуються неодночасно;

$\Delta l$  – зближення упорів (торців опалубки) за лінією дії зусилля натягу, яке визначається з розрахунків деформації форми, найчастіше дорівнюють  $\Delta l = 2-3$  мм.

Якщо здійснюється електротермічний натяг арматури, то втрати від деформацій форм не враховуються ( $\Delta P_3 = 0$ ). За браком даних щодо конструкції форми і технології виготовлення виробу допускається обирати

$$\sigma_3 = \frac{\Delta P_3}{A_p} = 30 \text{ МПа.}$$

Під час передачі зусилля попереднього напруження на бетон враховуються *втрати від миттєвої деформації бетону*, при цьому необхідно враховувати порядок, у якому арматура напружується. Втрати  $\Delta P_{el}$  можуть обиратися як середні втрати у кожній арматурі:

$$\Delta P_{el} = E_p \cdot A_p \cdot \Sigma \left[ \frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \right], \quad (2.9)$$

де  $\Delta \sigma_c(t)$  – зміна напруження у центрі ваги арматури, прикладеного в момент часу  $t$ ;

$E_p$  та  $E_{cm}(t)$  – модулі пружності арматури та бетону.

Щоб знайти  $\Delta \sigma_c(t)$ , необхідно спочатку отримати першочергове значення сили обтиску бетону  $P_{0r1}(t)$  з урахуванням перших знайдених усіх втрат

$$P_{0r1}(t) = \sigma_{p.max} A_p - (\Delta P_r + \Delta P_\theta + \Delta P_3 + \Delta P_{\mu}(x) + \Delta P_4). \quad (2.10)$$

Після цього можна визначити  $\Delta \sigma_c(t)$  за такою формулою:

$$\Delta \sigma_c(t) = \frac{P_{0r1}(t)}{A_{red}} \pm \frac{P_{0r1}(t) \cdot e_{01} \cdot y_{sp}}{I_{red}}. \quad (2.11)$$

де  $e_{01}$  – ексцентриситет прикладання рівнодійної  $P_{0r1}(t)$  відносно центра ваги перерізу;

$y_{sp}$  – відстань від напруженої арматури (частіше нижньої арматури  $A_p$ ) до центра ваги перерізу;

$A_{red}$  і  $I_{red}$  – приведені геометричні характеристики площі та моменту інерції перерізу.

Коефіцієнт  $j$  у формулі (2.9) визначають як  $j = (n - 1) / 2n$ , де  $n$  – кількість успішно напружених ідентичних пучків. Для спрощення може обиратися  $j = 0,5$ .

*Втрати внаслідок деформації анкерів*, що наявні у разі заклинювання у каналах анкерних пристроїв протягом здійснення заанкерування, після натягування і внаслідок деформації самих анкерів визначаються за такою формулою:

$$\Delta P_4 = \frac{\Delta l}{l} \cdot E_p \cdot A_p, \quad (2.12)$$

де  $\Delta l$  – розмір величини обтиснення анкерів або зміщення стрижня в затискачах анкерів;

$l$  – відстань між зовнішніми гранями упорів.

За браком точних даних  $\Delta l = 2$  мм.

*Втрати внаслідок тертя* в арматурі, напружуваний на бетон, можуть визначатись за такою формулою:

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max} (1 - e^{-\mu(\theta+kx)}), \quad (2.13)$$

де  $P_{max}$  – найбільше зусилля натягу  $P_{max} = \sigma_{p,max} \cdot A_p$ ;

$\theta$  – сума кутових переміщень на відстані  $x$  (незалежно від напрямку або знака);

$\mu$  – коефіцієнт тертя між арматурою та її каналом (табл. 2.2);

$k$  – випадкове кутове переміщення для внутрішньої арматури (на одиницю довжини); за браком точних даних  $k$  знаходиться в інтервалах  $0,005 \leq k < 0,01$  на метр;

$x$  – відстань вдовж арматури від точки, де сила попереднього напруження дорівнює  $P_{max}$  (сила на кінці фактичної передачі протягом натягу).

Таблиця 2.2 – Коефіцієнти тертя  $\mu$  для зовнішньої арматури під час напружування «на бетон» і зовнішньої незчепленої арматури

	Внутрішня арматура <sup>1)</sup>	Зовнішня незчеплена арматура			
		Сталеві канали/ не змащені	HDPE <sup>2)</sup> канали/ не змащені	Сталеві канали/ змащені	HDPE канали/ змащені
Холоднотягнутий дріт	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Канати	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Деформовані стрижні	0,65	-	-	-	-
Гладкі круглі стрижні	0,33	-	-	-	-

<sup>1)</sup> Арматура, яка займає близько половини каналу  
<sup>2)</sup> HDPE – поліетилен високої густини

#### 2.4.2 Втрати попереднього напруження арматури, залежні від часу

Залежні від часу втрати можуть визначатись шляхом розгляду двох значень напружень:

- 1) внаслідок зменшення деформацій бетону, спричинених проявом усадки та повзучістю, яка спричинена постійним навантаженням;
- 2) зменшенням напружень в арматурі внаслідок релаксації арматури під час розтягування.

Спрощений метод визначення втрат, що залежать від часу, на відстані  $x$  під час дії постійних навантажень може бути представлений виразом:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}, \quad (2.14)$$

де  $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$  – абсолютне значення зміни напружень в арматурі внаслідок усадки, повзучості та релаксації арматури на відстані  $x$  в момент часу  $t$ ;

$\varepsilon_{cs}$  – обчислене значення деформації усадки (табл. 2.3);

$E_p$  – модуль пружності напруженої арматури;

$E_{cm}$  – середній модуль пружності бетону;

$\Delta \sigma_{pr}$  – абсолютна величина зміни напружень в арматурі на відстані  $x$  у момент часу  $t$ , спричинена релаксацією напруженої арматури. Вона визначається за напружень  $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{mo} + \varphi_2 Q)$ , де  $\sigma_p(G + P_{mo} + \varphi_2 Q)$  – початкові напруження в арматурі, спричинені попереднім напруженням, постійними та квазіпостійними впливами;

$\varphi(t, t_0)$  – коефіцієнт повзучості в момент часу  $t$  із часом прикладання навантаження  $t_0$ ; у розрахунках можна обирати  $\varphi(t, t_0) = \varphi(\infty, t_0)$ ; значення

$\varphi(\infty, t_0)$  залежить від класу бетону та вологості та коливається у межах 1,2–3,6 і більше (табл. 3.1 [2]);

$\sigma_{c,QR}$  – напруження в бетоні, прилеглому до арматури, внаслідок дії власної ваги, попереднього напруження та інших відповідних квазіпостійних впливів; величина  $\sigma_{c,QR}$  може бути наслідком частково власної ваги і початкового напруження або повного сполучення дії  $\sigma_p(G + P_{mo} + \varphi_2Q)$ , залежно від стадії роботи конструкції, що розглядається;

$A_p$  – площа всієї напруженої арматури на відстані  $x$ ;

$A_c$  – площа перерізу бетону;

$I_c$  – момент інерції перерізу бетону;

$z_{cp}$  – відстань між центром ваги перерізу бетону та напруженою арматурою.

Таблиця 2.3 – Нормативні значення усадки під час висихання  $\varepsilon_{cd,0}$  (‰) для бетону нормального твердіння на цементі згідно з ДСТУ Б В.2.7-46

$f_{ck}/f_{ck.cube}$ , МПа	Відносна вологість, %					
	20	40	60	80	90	100
16/20	0,68	0,60	0,52	0,33	0,18	0,00
32/40	0,54	0,51	0,43	0,27	0,14	0,00
50/60	0,43	0,42	0,34	0,22	0,12	0,00

Розрахунок попередньо напружених конструкцій здійснюється для стадії експлуатації на дії згинальних моментів і поперечних сил від зовнішніх впливів та для стадії виготовлення на дію зусиль від попереднього напруження арматури і зусиль від зовнішніх впливів, які виникають у цій стадії. При цьому розрахунок на стадії виготовлення (обтиску) виконується як під час позацентрового стиску зусиллям попереднього обтиску в граничному стані.

Для залізобетонних елементів, у яких розрахунковий граничний момент за несучою здатністю менше, ніж граничний момент тріщиноутворення, площа перерізу поздовжньої арматури повинна бути збільшена порівняно з необхідною з розрахунку за несучою здатністю не менше ніж на 15 % або повинна задовольняти вимогам за моментом тріщиноутворення.

Якщо армування відбувається зовнішньою попередньо напруженою арматурою, то цю арматуру можна розглядати як прямолінійну між відхиляючими чи іншими анкерувальними пристроями.

## 2.5 Розрахунок поперечно напружених згинаних залізобетонних елементів на міцність по нормальним перерізам

Попередньо розглянемо послідовність змін напружень у бетоні та арматурі для поперечно напруженого залізобетонного елемента під час зростання зовнішнього навантаження від 0 до граничного значення, за якого відбувається руйнування елемента.

При цьому можна виділити умовно шість характерних стадій. Кожна стадія наведена на рисунку 2.7. Для спрощення способів натягування арматури на рисунку 2.7 обираємо «на упори» для верхньої (стиснутої) арматури та нижньої (розтягнутої) арматури.

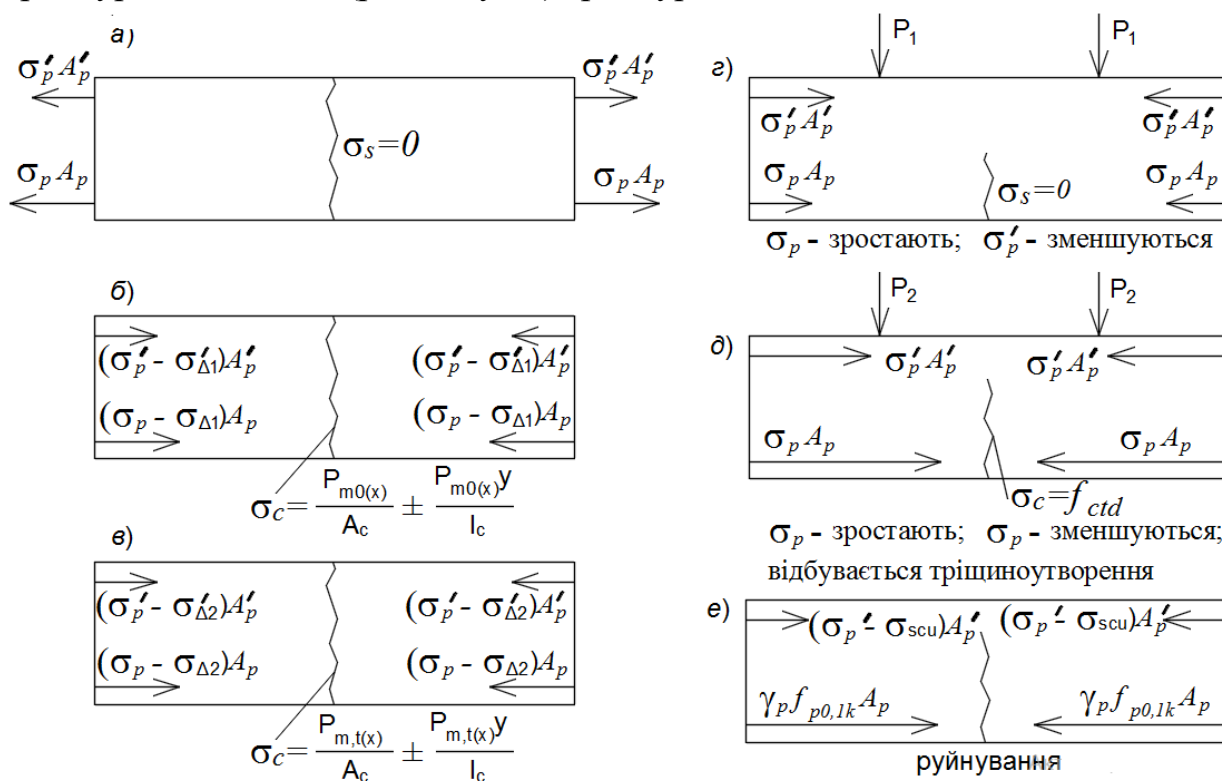


Рисунок 2.7 – Послідовність стадій напруженого стану поперечно напруженого залізобетонного елемента: а – перша стадія – натягування арматури «на упори» у верхній частині елемента та нижній; б – передача напружень на бетон після звільнення арматури від упорів та врахування миттєвих втрат; в – подальше обтиснення бетону з урахуванням втрат, залежних від часу; г – прикладання зовнішнього зусилля  $P_1$  та погашення напружень обтиску бетону в розтягнутій зоні до рівня  $\sigma_c = 0$ ; д – збільшення зовнішнього зусилля до  $P_2$ , до рівня тріщиноутворення, збільшення напружень в розтягнутій арматурі та зменшення напружень в умовно стиснутій арматурі; е – збільшення зовнішнього зусилля до  $P_3$  та руйнування залізобетонного елемента, розрахунковий опір арматури  $\sigma_p = \gamma_p f_{p0,1k}$

Усі стадії напруженого стану попередньо напруженого залізобетонного елемента характеризують особливості розвитку напружень у бетоні та арматурі як до прикладання зовнішнього зусилля, так і після його прикладання. Особливо це треба враховувати під час розрахунку залізобетонних конструкцій за першою групою граничних станів (рис. 2.7, е) та за придатністю до нормальної експлуатації (рис. 2.7, г). У першому випадку напруження в арматурі стиснутої зони (верхня частина балки) можуть трансформуватись із розтягнутих у стискаючі за розрахунок значення  $\sigma_p' = -\sigma_{scu}$ .

Розрахунок міцності нормальних перерізів згинальних залізобетонних попередньо напружених елементів у загальному вигляді здійснюють за тими ж формулами [7], що й розрахунок міцності елементів без попереднього напруження.

Величиною прикладеної поздовжньої сили  $N$  є кінцеве значення сили стиску бетону від попереднього напруження після урахування всіх втрат.

У практичних розрахунках згинальний попередньо напружений елемент можна розглядати як позацентрово стиснутий з ексцентриситетом

$$e_0 = (M + N \cdot e_{op}) / N, \quad (2.15)$$

де  $M$  – згинальний момент від зовнішнього навантаження;

$N$  – рівнодійна сила стиску бетону від попереднього напруження;

$e_{op}$  – ексцентриситет рівнодійної сили стиску бетону від попереднього напруження відносно центральної осі перерізу.

Розглянемо розрахункову схему внутрішніх зусиль для попередньо напруженого залізобетонного елемента, що сприймає згинальний момент, у стадії вичерпання несучої здатності. Принципово ця схема така ж сама, як і для звичайного залізобетонного елемента без попереднього напруження арматури (рис. 2.8).

Відповідно до прийнятої розрахункової схеми може розглядатись або перша форма рівноваги (трикутна), або друга форма рівноваги (прямокутна). На етапі руйнування до напружень у попередньо напруженій розтягнутій арматурі коефіцієнт  $\gamma_p = 1,15-1,20$ , а величина кінцевих напружень дорівнює  $\sigma_p = \gamma_p \cdot f_{p0,1k}$ . У верхній (умовно стиснутій арматурі) напруження обираються рівними  $\sigma_p' = \sigma_{scu}$ , де  $\sigma_{scu}$  – граничне значення напружень у цій арматурі, що складає 400 МПа або 500 МПа.

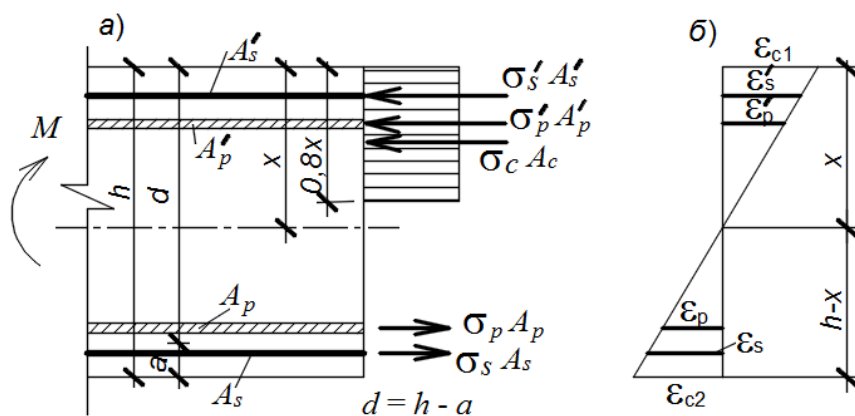


Рисунок 2.8 – Розрахункова схема внутрішніх зусиль для попередньо напруженого залізобетонного елемента, що сприймає згин, із напруженою арматурою у верхній та нижній зонах: а – розташування внутрішніх зусиль; б – еюра деформацій бетону та арматури

## 2.6 Розрахунок попередньо напружених згинальних залізобетонних елементів на міцність по похилим перерізам

В загальному випадку несуча здатність залізобетонного попередньо напруженого елемента по похилим перерізам може визначатись за спрощеною формулою:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} + V_{Rd,s}, \quad (2.16)$$

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} + K \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}} + k_l \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d, \quad (2.17)$$

де  $b_w$  і  $d$  обираються в мм,  $C_{Rd,c} \approx 0,1385$ ;  $k_l = 0,15$ .

$\sigma_{cp}$  – напруження стиску на рівні центра ваги перерізу дорівнює

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_{cd}; \quad f_{cd}, \text{ в МПа.} \quad (2.18)$$

де  $N_{Ed} = P_{m,t(x)}$  – зусилля попереднього обтиску з врахуванням усіх втрат (Н);  
 $A_c$  – площа перерізу в мм<sup>2</sup>.

Величина  $V_{Rd,c}$  повинна бути не менше ніж

$$V_{Rd,c} = (V_{c,min} + k_l \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d, \quad (2.19)$$

$$V_{c,min} = 0,035 \cdot \sqrt{K^3 \cdot f_{ck}}; \quad f_{ck} \text{ в МПа.} \quad (2.20)$$

Якщо в елементі встановлюється тільки поперечна арматура, яка сприймає поперечну силу  $V_{Rd,s}$ , тоді для розрахунку обирається найменша з величин:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} \cdot z \cdot \cot \theta; \quad (2.21)$$

$$\text{або } V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}; \quad (2.22)$$

де  $f_{ywd}$  – розрахунковий опір текучості поперечної арматури.

$$v_1 = 0,6 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right], f_{ck} \text{ в МПа,}$$

де  $A_{sw}$  – площа поперечного перерізу поперечної арматури;

$s$  – коефіцієнт, що враховує рівень напружень у стиснутому поясі.

Рекомендована величина  $\alpha_{cw}$  є такою:

$$\text{у разі } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd} \quad \alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}};$$

$$\text{у разі } 0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd} \quad \alpha_{cw} = 1,25;$$

$$\text{у разі } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0 f_{cd} \quad \alpha_{cw} = 2,5 \left( \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right).$$

Максимальна приведена площа перерізу поперечної арматури  $A_{sw,max}$  у разі  $\cot \theta = 1$  визначається за такою формулою:

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}. \quad (2.23)$$

Поряд з поперечною арматурою може використовуватись також і похила арматура, особливості її використання викладені у [2] (п. 4.6.3).

Для елементів без поперечної арматури опір поперечній силі в зонах, які не мають тріщин внаслідок згину у разі  $\sigma_s \leq f_{ctd}$  (рис. 2.9), розраховують за такою формулою:

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}, \quad (2.24)$$

де  $I$  – момент інерції перерізу;

$b_w$  – ширина поперечного перерізу по центральній осі з урахуванням наявності каналів для напружуваної арматури;

$S$  – статичний момент перерізу вище і відносно центральної осі;

$\alpha_1 = l_x / l_{pt2} \leq 1$  для арматури, напружуваної на бетон;

$\alpha_1 = 1$  для інших видів попереднього напруження;

$l_x$  – відстань від розглядуваного перерізу до початкової точки довжини передачі;

$l_{pt2}$  – величина верхньої межі довжини передачі для напружуваного елемента ( $l_{pt2} = 1,2 \cdot l_{pt}$ );

$\sigma_{cp}$  – напруження стиску бетону на центральній осі від попереднього напруження;

$f_{ctd}$  – розрахунковий опір бетону на розтяг.

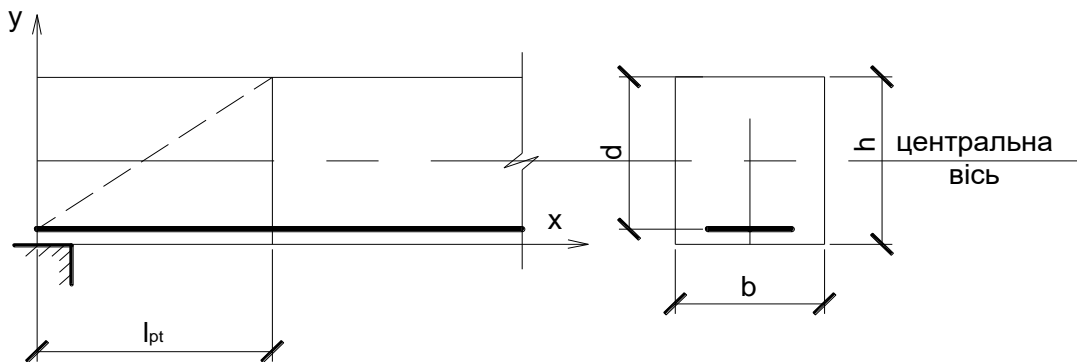


Рисунок 2.9 – До визначення базової довжини передачі напружень

Базова довжина передачі напружень визначається за такою формулою:

$$l_{pt} = (\alpha_1^I \cdot \alpha_2 \cdot \varnothing \cdot \sigma_{pm0}) / f_{bpt}, \quad (2.25)$$

де  $\alpha_1^I = 1,0$  для поступового відпускання;

$\alpha_1^I = 1,25$  для моментального відпускання;

$\alpha_2 = 0,25$  для арматури круглого поперечного перерізу;

$\alpha_2 = 0,19$  для канатів;

$\varnothing$  – номінальний діаметр напруженого елемента;

$\sigma_{pm0}$  – напруження в напруженому елементі безпосередньо після відпускання;

$f_{bpt}$  – постійне напруження зчеплення, що визначають за формулою

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}(t), \quad (2.26)$$

де  $\eta_{p1} = 2,7$  для дротів періодичного профілю;

$\eta_{p1} = 3,2$  для канатів;

$\eta_1 = 1,0$  за хороших умов зчеплення;

$\eta_1 = 0,7$  за інших умов зчеплення;

$f_{ctd}(t)$  – розрахунковий опір бетону на розтяг в момент відпускання напруженого елемента.

*Приклад.* Панель перекриття ПБ72-12-8 висотою 220 мм, шириною 1180 мм, із шістьма порожнинами діаметром 152 мм, армована 5 $\varnothing$ 12К1400 (К7) і виготовлена з бетону класу С32/40. Згинальний момент від розрахункового навантаження  $M = 89,21$  кНм, момент від експлуатаційного навантаження  $M_{ser} = 74,34$  кНм. Розрахунковий проліт панелі  $l_0 = 7,04$  м.

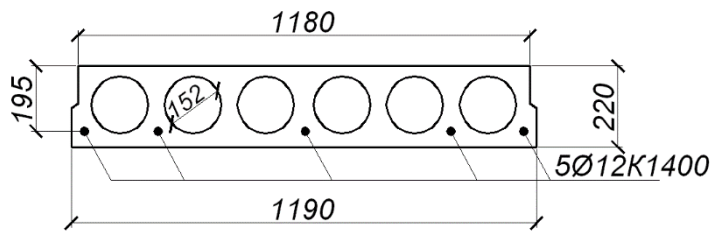


Рисунок 2.10 – До прикладу 2.1

Попереднє напруження виконують на анкерні пристрої.

Визначити силу обтиснення бетону в експлуатаційному режимі.

1. Параметри робочої арматури:

- площа перерізу  $A_p = 4,53 \text{ см}^2$ ;
- міцність  $f_{p0,1k} = 1\,335 \text{ МПа}$ ;  $f_{pd} = 1\,110 \text{ МПа}$ ;
- модуль пружності  $E_p = 180\,000 \text{ МПа}$ ;
- співвідношення  $E_p/E_{cm} = 180\,000 / 3\,600 = 5$ .

2. Початкові напруження в арматурі прийняті  $\sigma_p = 1\,100 \text{ МПа}$ ;  
початкове зусилля стиску бетону визначається за формулою

$$P = \sigma_p \cdot A_p = 110 \times 4,53 = 498,3 \text{ кН.}$$

3. Геометричні характеристики перерізу:

- $A_c = 118 \times 22 - 6 \times 3,14 \times 15,2^2 / 4 = 1\,507 \text{ см}^2$ ,
- $A_{red} = 1507 + 5 \times 4,53 = 1\,530 \text{ см}^2$ ,
- $S_{red} = 1\,507 \times 11 + 5 \times 4,53 \times 2,5 = 16\,631 \text{ см}^3$ ,

4. Координата центру ваги перерізу:

- $y_0 = 16\,631 / 1\,530 = 10,9 \text{ см}$ ,
- $I_c = 118 \times 22^3 / 12 - 6 \times 0,05 \times 15,2^4 = 88\,691 \text{ см}^4$ ,
- $I_{red} = 88\,691 + 1\,507 \times 0,1^2 + 5 \times 4,53 \times 8,4^2 = 90\,304 \text{ см}^4$ .

5. Миттєві втрати попереднього напруження

– від релаксації:  $\Delta P_r = A_p \times (0,22 \times \sigma_p / f_{p0,1k} - 0,1) \times \sigma_p = 4,53 \times (0,22 \times 110 / 133,5 - 0,1) \times 110 = 40,5 \text{ кН}$ ;

– від впливу температури:  $\Delta P_\theta = 0,5 \cdot A_p \cdot E_p \cdot \alpha_c \cdot \Delta T = 0,5 \times 4,53 \times 18\,000 \times 0,000\,012 \times 65 = 31,8 \text{ кН}$ ;

– від деформації анкерних пристроїв ( $\Delta l = 2 \text{ мм}$ ):  $\Delta P_{sl} = \Delta l \cdot E_p \cdot A_p / l = 0,2 \times 18\,000 \times 4,53 / 720 = 22,7 \text{ кН}$ ;

– від миттєвої деформації бетону:

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot E_p \cdot [j \cdot \Delta \sigma_c(t) / E_{cm}(t)] ,$$

де  $j = (n - 1) / 2 \cdot n = (5 - 1) / 10 = 0,4$ .

Зміна напружень у бетоні на рівні арматури

$$\Delta \sigma_c(t) = P / A_{red} + P \cdot e_{0p} \cdot y / I_{red} =$$

$$= 498,3 / 1\,530 + 498,3 \times 8,4 \times 8,4 / 90\,304 = 0,715 \text{ кН/см}^2;$$

$$\Delta P_{el} = 4,53 \times 18\,000 \times 0,4 \times 0,715 / 3\,600 = 6,5 \text{ кН.}$$

Сума миттєвих втрат

$$\Delta P = 40,5 + 31,8 + 22,7 + 6,5 = 101,5 \text{ кН.}$$

6. Втрати в експлуатаційному режимі від усадки і повзучості визначаються за такою формулою:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(\infty, t_0) \sigma_{c, QP}}{1 + \frac{E_p A_p}{E_{cm} A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0,8 \varphi(\infty, t_0)]}$$

де для бетону класу С32/40  $\varphi(\infty, t_0) = 1,5$ ;

Сумарну деформацію усадки (усихання і внутрішньої усадки) обираємо  $\varepsilon_{cs} = 0,0004$ .

Напруження в бетоні від зовнішнього навантаження та попереднього напруження визначаємо за формулою

$$\sigma_{c, QP} = \Delta \sigma_c(t) - M \cdot y / I_{red} = 0,715 - 7\,434 \times 8,4 / 90\,304 = 0,0235 \text{ кН/см}^2;$$

$$\Delta \sigma_{pr} = \Delta P_r / A_p = 40,5 / 4,53 = 8,94 \text{ кН/см}^2;$$

$$\Delta P_{c+s+r} = 4,53 \times \frac{0,0004 \times 18\,000 + 0,8 \times 8,94 + 5 \times 1,5 \times 0,0235}{1 + 5 \times \frac{4,53}{1\,507} \left( 1 + \frac{1\,507 \times 8,5 \times 8,5}{88\,691} \right) \times (1 + 0,8 \times 1,5)} = 32,38 \text{ кН}$$

7. З урахуванням всіх втрат кінцева сила обтиску бетону дорівнює

$$P = 498,3 - 101,5 - 32,38 = 364,4 \text{ кН.}$$

Сума втрат досягає 26,8 %.

## 2.7 Напружений стан у разі позацентрового розтягу залізобетонних конструкцій

У багатьох випадках розтягнуті залізобетонні конструкції, окрім осьового розтягу  $N$ , можуть додатково завантажуватись згинаючими моментами  $M$ . Наприклад, елементи каркасів багатоповерхових будівель, нижні пояси кроквяних безрозкісних ферм, розтягнуті елементи бортових кільцевих конструкцій оболонок, в'язі в рамах, розкоси ферм, які сприймають розтягуючі зусилля тощо.

Розрізняють два випадки позацентрового розтягнення: перший випадок (рис. 2.11, а), коли зовнішня розтягуюча сила  $N$  прикладена між рівнодійною  $R$  зусиль в арматурах  $A_{sp}$  та  $A_{sp}'$  і арматурою  $A_{sp}$ , і другий випадок (рис. 2.11,

б), коли зовнішня сила  $N$  прикладена за межами відстані між рівнодійною зусиль  $R$  в арматурах  $A_{sp}$  та  $A_{sp}'$ ; найчастіше сила  $N$  знаходиться в цьому випадку за межами габаритів поперечного перерізу залізобетонного елемента.

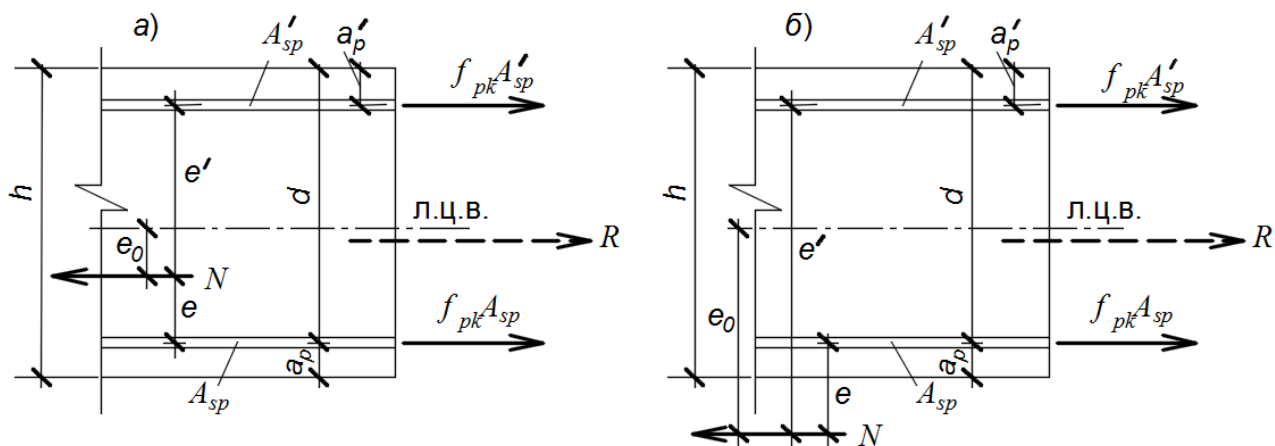


Рисунок 2.11 – Два випадки розташування розтягуючого зусилля  $N$  в позацентровано розтягнутому залізобетонному елементі: а – перший випадок (малих ексцентриситетів); б – другий випадок (великих ексцентриситетів)

Загалом у поперечному перерізі позацентровано розтягнутого елемента знаходяться як звичайна арматура  $A_s$ , так і попередньо напружена  $A_{sp}$ . Для спрощення на рисунку 2.11 показана тільки попередньо напружена арматура, яка має вирішальне значення на несучу здатність залізобетонного елемента під час позацентрового розтягнення.

Значення ексцентриситету  $e_0$  може задаватись заздалегідь, а може визначатися додатково, якщо відомі зусилля  $N$  та  $M$ . Такий випадок найчастіше трапляється в залізобетонних безрозкісних фермах для нижнього поясу, де в результаті статичного розрахунку визначаються зусилля  $M$ ,  $N$  та  $V$ .

Щоб підібрати арматуру для позацентровано розтягнутого елемента, потрібно спочатку визначити положення розтягуючого зусилля  $N$ . Для цього розраховують параметр  $e'$  – прив'язку зусилля  $N$  до найбільш віддаленої арматури  $A_{sp}'$

$$e' = e_0 + 0,5 \cdot h - a_p', \quad (2.27)$$

де  $e_0 = \frac{M}{N}$ ;

$h$  – висота перерізу елемента;

$a_p'$  – розрахунковий захисний шар верхньої арматури (рис. 2.11).

Після цього виконується порівняння  $e'$  з величиною  $d - a_p'$ .

Якщо  $e' \leq d - a_p'$ , то обирається перший випадок розташування поздовжнього розтягуючого зусилля  $N$  (умовне розташування з малим ексцентриситетом); якщо  $e' > d - a_p'$ , то обирається другий випадок розташування розтягуючого зусилля  $N$  (умовне розташування з великим ексцентриситетом).

Найчастіше армування позацентрово розтягнутих елементів вважається симетричним, тобто  $A_{sp} = A_{sp}'$ . У цьому випадку значення робочої арматури для заданого перерізу можна визначити:

1) для першого випадку

$$A_{sp} = A_{sp}' = \frac{N \cdot e'}{\gamma_{s6} \cdot f_{pk} \cdot (h - 2 \cdot a_p)}; \quad (2.28)$$

2) для другого випадку

$$A_{sp} = A_{sp}' = \frac{N \left[ \frac{1 + e}{h - 2 \cdot a_p} \right]}{\gamma_{s6} \cdot f_{pk}}, \quad (2.29)$$

де  $\gamma_{s6}$  – коефіцієнт, що враховує роботу високоміцної арматури у разі напружень вище умовної межі текучості та обирається:

для арматури класів А600, А800 .....1,2;

для арматури класів Вр1200, Вр1300...Вр1500, К 1400.....1,15;

для арматури класів А1000, К1500 .....1,1;

$f_{pk}$  – розрахунковий опір арматури;

$$e = e_0 - 0,5 \cdot h - a_p.$$

Виконання розрахунку за похилими перерізами на дію поперечної сили  $V$  для позацентрово розтягнутих елементів зберігається такими ж, як і для згинальних елементів. Усі формули наявні для цього випадку. Конструктивні вимоги зі встановлення поперечної арматури зберігаються.

Перевірка на тріщиноутворення для позацентрово розтягнутих залізобетонних елементів здійснюється для центрально розтягнутих елементів за такою формулою:

$$N_{w,ult} = f_{ctk} (A_c + 2\alpha A_{sp}) + P_{0r}, \quad (2.30)$$

де  $f_{ctk}$  – розрахунковий опір бетону на розтяг обирається залежно від класу бетону відповідно до існуючих норм [1];

$\alpha$  – коефіцієнт приведення:  $\alpha = E_s / E_{cm}$ ;

$P_{or}$  – зусилля обтиску бетону з урахуванням усіх втрат попереднього напруження.

## 2.8 Розрахунок залізобетонних конструкцій на втому

Деякі конструкції поряд зі статичним та динамічним навантаженням можуть сприймати циклічні навантаження. До таких конструкцій належать насамперед такі, що зазнають впливу періодично курсуючого транспорту. Це шляхопроводи, мости, акведуки, технологічне обладнання одноповерхових промислових будівель (підкранові балки мостових кранів, несучі конструкції покриття, до яких закріплені монорельси), залізобетонні шпали залізничних колій та метрополітенів, фундаменти пресів та обертаючих агрегатів тощо.

Тобто циклічне навантаження сприяє накопиченню невідворотних деформацій і, як наслідок, зменшенню міцності вихідних матеріалів (бетону та арматури). На ці показники насамперед впливають рівень навантажень, співвідношення  $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$  та кількість циклів.

Опір бетону втомі може вважатись достатнім, якщо виконується така умова ([1], п. 4.11.5):

$$E_{cd,max, equ} + 0,43\sqrt{1 - R_{equ}} \leq 1, \quad (2.31)$$

де  $R_{equ} = \frac{E_{cd,min, equ}}{E_{cd,max, equ}}$  – показник напружень; (2.32)

$E_{cd,min, equ}$  – мінімальний рівень напружень стиску в циклі;

$E_{cd,max, equ}$  – максимальний рівень напружень стиску в циклі.

$$E_{cd,min, equ} = \frac{\sigma_{cd,min, equ}}{f_{cd, fat}}, \quad (2.33)$$

$$E_{cd,max, equ} = \frac{\sigma_{cd,max, equ}}{f_{cd, fat}}, \quad (2.34)$$

де  $f_{cd, fat}$  – розрахункова міцність бетону у разі втоми.

$$f_{cd, fat} = k_1 \beta_{cc}(t_0) f_{cd} \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), \quad (2.35)$$

де  $t_0$  – час початку циклічного навантаження, днів, зазвичай можна обирати  $t_0 = 180$  днів;

$f_{ck}$  – характеристичне значення опору бетону, в МПа;

$k_1 = 0,85$  із кількістю циклів  $N = 10^6$ .

$$\beta_{cc}(t) = 0,25 \left[ 1 - \left( \frac{26}{t} \right)^{1/2} \right], \quad (2.36)$$

де  $t$  – вік бетону, діб (180–360 діб).

Перевірка на втому для бетону у разі стиску вважається достатньою, якщо задовольняється така умова:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd,fat}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,min}}{f_{cd,fat}} \leq 0,9, \quad (2.37)$$

де  $\sigma_{c,max}$  та  $\sigma_{c,min}$  – максимальні та мінімальні напруження стиску в одній і тій же фібрі бетону, якщо  $\sigma_{c,min}$  змінює знак, то тоді  $\sigma_{c,min} = 0$ .

Розрахунок на втому арматури залізобетонних конструкцій (звичайної або попередньо напруженої) необхідно здійснювати відповідно до рекомендацій п. 4.11.2 [2], орієнтовано можна обирати для звичайної арматури  $\Delta\sigma_{Rsk} = 162,5$  МПа, для попередньо напруженої  $\Delta\sigma_{Rsk} = 185$  МПа.

### 3 ОДНОПОВЕРХОВІ ПРОМИСЛОВІ КАРКАСНІ БУДІВЛІ

#### 3.1 Компонування будівель

Одноповерхові промислові каркасні будівлі широко використовують у промисловості та сільському господарстві. У плані вони зазвичай мають прямокутну форму з прольотами однакової ширини та висоти.

Одноповерхові будівлі бувають одно- та багатопрольотними. Промислові одноповерхові будівлі для переміщення вантажів обладнують мостовими, підвісними або напільними кранами. Вантажопідйомність мостових кранів може сягати 10 кН, 20 кН, 50 кН, 100 кН, 150/30 кН, 200/50 кН, 300/50 кН, 500/100 кН, підвісних кран-балок – 10 кН, 15 кН, 20 кН, 50 кН, тельферів – 5 кН, 10 кН, 15 кН.

*Проектування одноповерхових каркасних будівель* містить вирішення таких основних задач: компонування конструктивної системи; статичний розрахунок плоских рам та збірних елементів; статичний розрахунок просторових покриттів; конструювання елементів каркасу.

Під час компонування конструктивної системи збірні елементи одноповерхових промислових каркасних будівель об'єднують в єдину систему – просторовий каркас (рис. 3.1, рис. 3.2) Покриття, яке входить до складу просторового каркасу, може бути утворене з

лінійних елементів, які працюють як балки (ригелі, плити), або може бути просторовою конструкцією (оболонкою).

У розрахунках на дію вертикальних та горизонтальних навантажень просторовий каркас, утворений із плоских балкових елементів, умовно розчленовують на *поперечні та поздовжні рами*.

*Поперечна рама* складається з колон, защемлених у фундаментах, та ригелів (балки, ферми, арки), за якими змонтовані плити покриття (рис. 3.3).

З'єднання ригеля з колоною застосовується шарнірне (рис. 3.4). Плити кріпляться до ригелів шляхом зварювання закладних деталей ребер плит та ригелів не менше як у трьох кутах. Шви між плитами старанно замоноличують, забезпечуючи при цьому роботу покриття як залізобетонного жорсткого диска.

*Поздовжня рама* розглядається в межах деформаційного блока. Вона складається з одної низки колон, підкранових балок, вертикальних в'язів, розпірок між колонами і конструкції покриття. Ця рама забезпечує жорсткість просторового каркасу будівлі в поздовжньому напрямку і сприймає навантаження від вітру та гальмування кранів.

До елементів каркаса належать також фахверкові колони, які сприймають навантаження від стінових панелей і тиску вітру, що діє на ці панелі. За допомогою фахверкових колон навантаження від вітру передається на поздовжні рами.

Типізація та уніфікація збірних елементів забезпечується єдиною системою приєднання колон до поздовжніх і поперечних координаційних осей.

Колони можуть бути обрані суцільні (прямокутного або двотаврового перерізу) чи наскрізні (надкранова частина суцільна, підкранова – двовіткова).

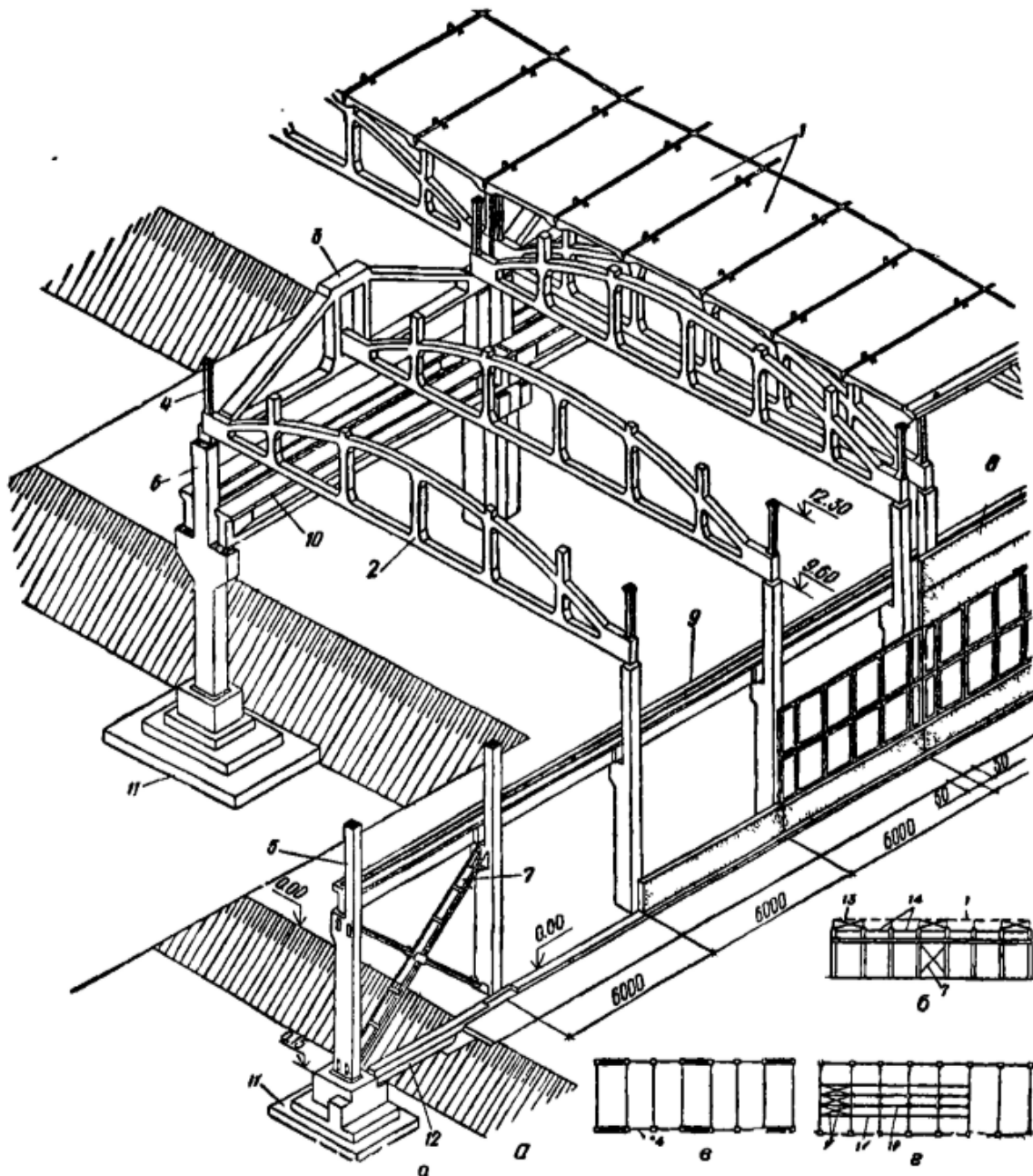
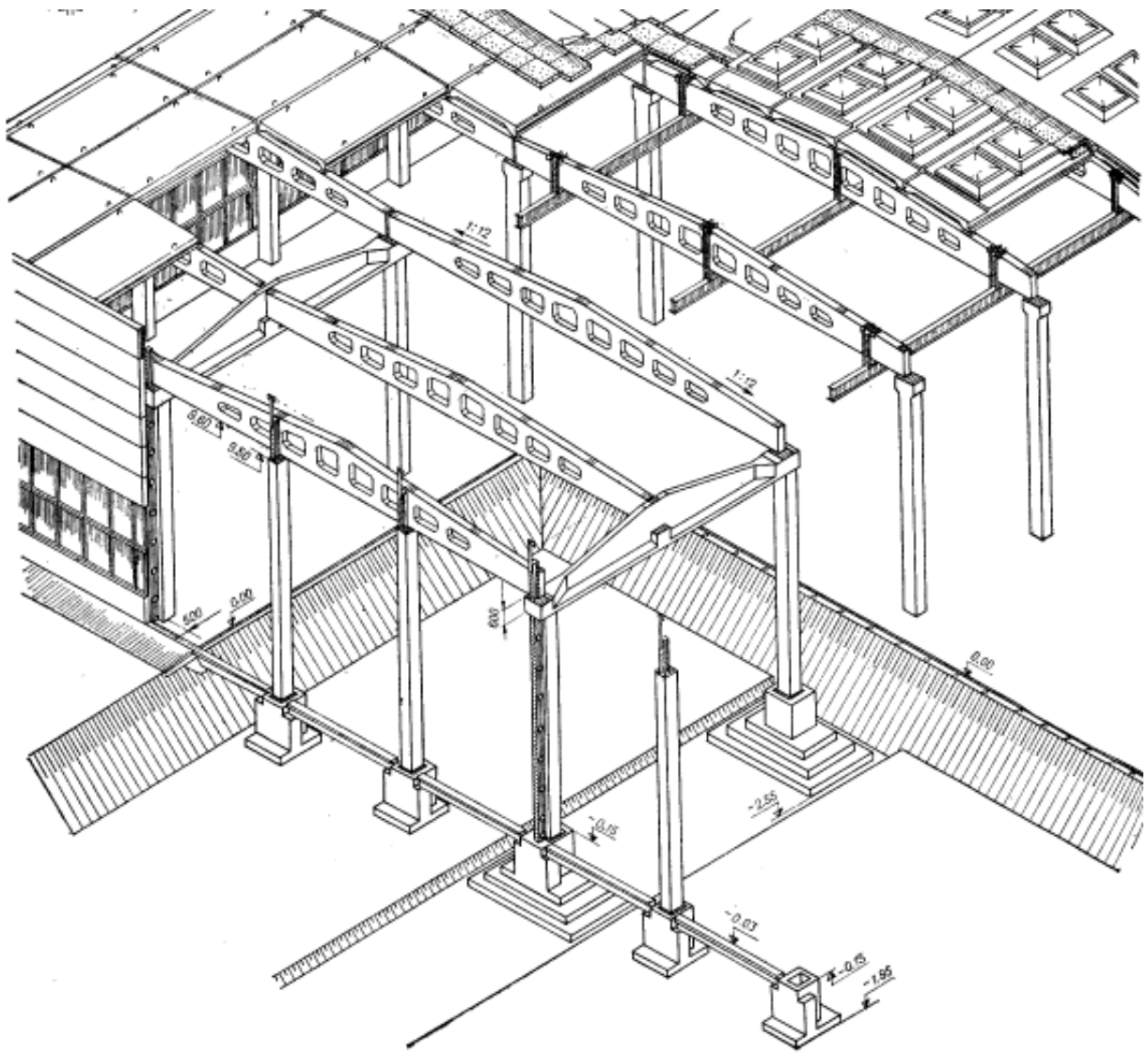


Рисунок 3.1 – Збірний залізобетонний каркас одноповерхової промислової будівлі і схеми в'язей (1-ий варіант):

а – загальний вигляд каркаса будівлі; б – встановлення вертикальних в'язей; в – те саме, горизонтальних розпорок; г – те саме, горизонтальних діафрагм;  
 1 – плити покриття  $3 \text{ м} \times 6 \text{ м}$ ; 2 – безрозкісна ферма  $L = 18 \text{ м}$  під плоску покрівлю; 3 – підкроквяна ферма  $L = 12 \text{ м}$ ; 4 – металевий стояк; 5 – колона крайнього ряду (крок  $12 \text{ м}$ ); 6 – колона середнього ряду (крон  $12 \text{ м}$ ); 7 – хрестові в'язі по колонах з кутикової сталі; 8 – стінові панелі  $L = 6 \text{ м}$ ; 9 – підкранова балка  $L = 6 \text{ м}$  і кранова колія; 10 – підкранова балка  $L = 12 \text{ м}$ ; 11 – монолітний фундамент під колону; 12 – фундаментна балка  $L = 6 \text{ м}$ ; 13 – ферма з кутикової сталі; 14 – сталеві розпірки; 15 – в'язеві ферми в площині покриття; 16 – сталеві тяжі



52

Рисунок 3.2 – Збірний залізобетонний каркас одноповерхової промислової будівлі та схеми в'язей (2-ий варіант)

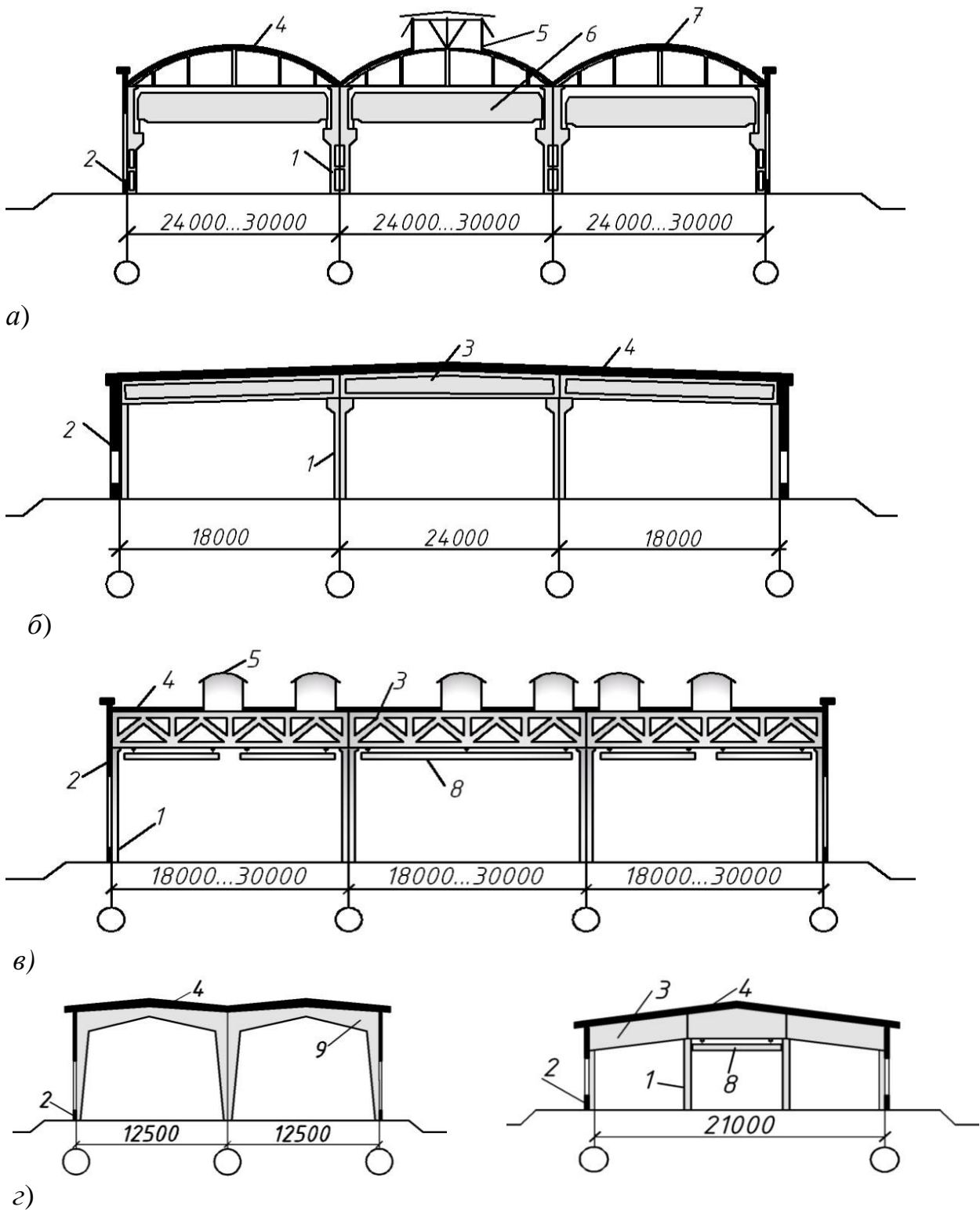
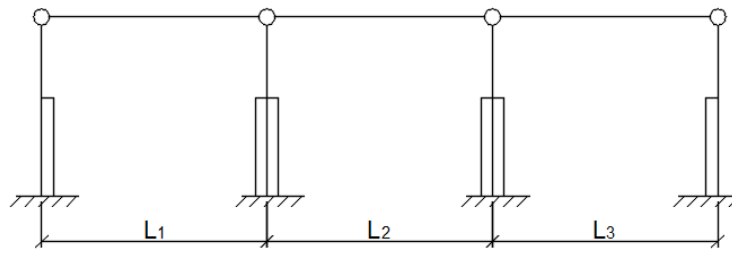


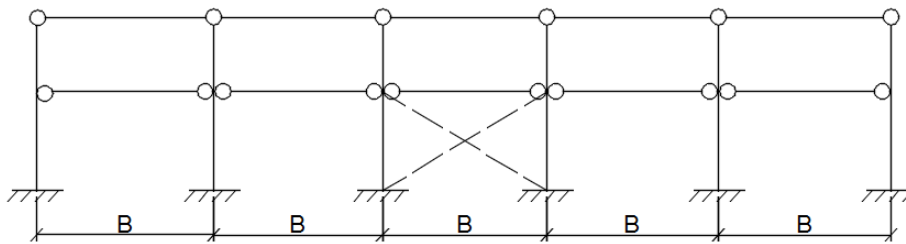
Рисунок 3.3 – Схеми поперечних рам одноповерхових виробничих каркасних будівель із залізобетонних конструкцій:

*а* – промислова будівля з мостовими кранами; *б* – промислова будівля без мостових кранів; *в* – промислова будівля з підвісними кранами; *г* – сільськогосподарські будівлі;

1 – колона; 2 – стінова панель; 3 – ригель; 4 – плита покриття; 5 – світловий ліхтар; 6 – мостовий кран; 7 – ферма; 8 – підвісний кран; 9 – рама



а)



б)

Рисунок 3.4 – Рами каркасу: а – поперечна рама; б – поздовжня рама

Суцільні колони застосовуються в будівлях з прогонами 18 м, 24 м, обладнаних мостовими кранами вантажопідйомністю до 300 кН, висота будівлі повинна бути не більше 11–12 м, крок колон – 6 м.

Двовіткові колони більш раціональні у разі прогонів 24 м і більше, висоті будівлі 12 м і більше, кроці колон 12 м, вантажопідйомності кранів більше 300 кН.

Зауважимо, що в уніфікованих конструктивних схемах одноповерхових промислових будівель за висоти будівлі більше 12 м у всіх випадках (незалежно від прогону і кроку колон) застосовуються двовіткові колони.

Розміри колони за висотою визначаються в цьому проекті з огляду на задану відмітку рівня головки підкранової рейки –  $H_1$ .

Висота надкранової частини ступінчатої суцільної або двовіткової колони визначається з виразу (рис. 3.5):

$$H_B = H_{кр} + h_{н.б.} + 0,15 + a, \text{ м}, \quad (3.1)$$

де  $H_{кр}$  – габаритний розмір висоти крана;

$h_{н.б.}$  – висота підкранової балки, яка обирається 1,4 м за кроком колон 12 м і 1,0 м за кроком – 6 м;

0,15 – висота кранової рейки (КР-70 або КР-80) з кріпленням рейки та підкладками;

$a$  – відстань між верхом кранового візка і низом залізобетонних кровляних конструкцій,  $a = 100 \text{ мм} - 200 \text{ мм}$ .

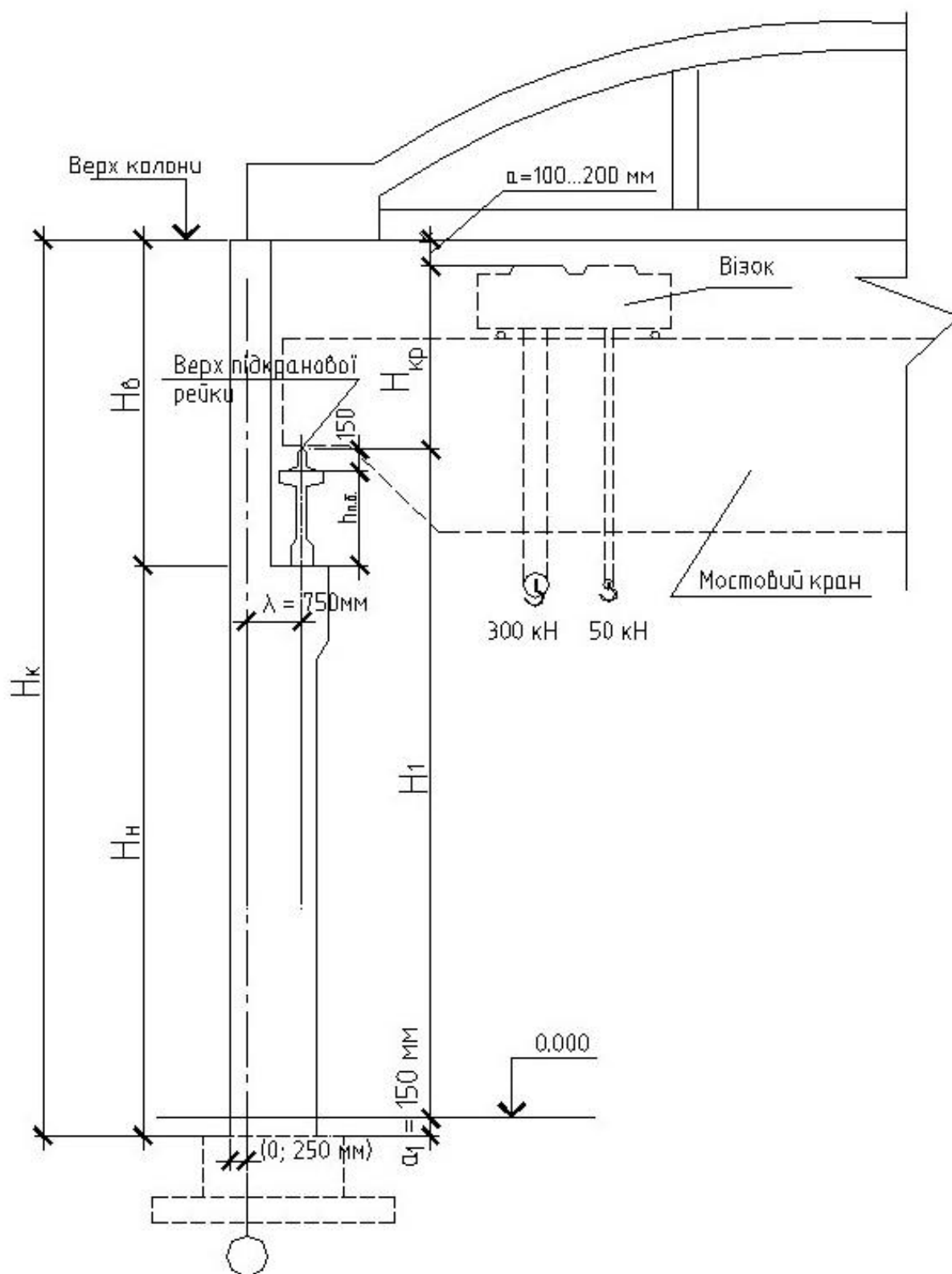


Рисунок 3.5 – Визначення висоти колони

Висота підкранової частини колони визначається за такою формулою:

$$H_H = H_1 - (h_{\text{н.б.}} + 0,15) + a_1, \text{ м}, \quad (3.2)$$

де  $H_I$  – відмітка рівня підкранової рейки;

$h_{н.б.}$  – висота підкранової балки;

$a_I$  – відстань від рівня підлоги до рівня верхнього обрізу фундаменту (рекомендується обирати рівною 0,15 м).

Загальна висота колони  $H_k$  повинна складати не менше суми  $H_B + H_H$  і бути такою, щоб габаритний розмір висоти будівлі  $H = H_k - a_I$  (рис. 3.5) ділився на модуль 0,6 м; 1,2 м; 1,8 м.

Розміри перерізу верхньої та нижньої частин колони рекомендується обирати з огляду на існуючі типові серії. Ширина перерізу колон ( $b_{col}$ ), що тримають кранові навантаження, повинна бути не менше ніж 400 мм за кроком колон 6 м и не менше ніж 500 мм – за кроком колон 12 м. Окрім того, значення  $b_{col}$  для будівлі з мостовими кранами під час влаштування вертикальних в'язів по колонах повинна призначатись не менше  $1/25 H_H$ .

Висота перерізу надкранової частини колони ( $h_{col}$ ) для крайніх колон обирається не менше ніж 380–400) мм, для проміжних колон середнього ряду не менше ніж 500 мм (зазвичай ніж 600 мм).

Висота перерізу підкранової частини колон ( $h^H_{col}$ ) обирається рівною не менше ніж  $1/9 - 1/12 H_H$ .

Розміри перерізів колон рекомендується робити такими, щоб вони ділилися на 100 мм. Розміри перерізів гілок двовіткових колон (у площині рами) можуть бути дільними 50 мм (200 мм, 250 мм, 300 мм, 350 мм).

Відстань між осями розпірок двовіткових колон обирається рівною 1 400–2 000 мм.

Щодо приєднання крайніх колон до розбивочних осей, то вона може бути «нульовою», якщо крок колон 6 м, вантажопідйомність кранів до 300 кН і висота будівлі  $H < 12$  м, або зміщеною на 250 мм (рис. 3.5), якщо крок колон 12 м, вантажопідйомність кранів більше ніж 300 кН,  $H \geq 12$  м, а прогін будівлі дорівнює 24 м і більше.

Розмір  $\lambda$  (приєднання колеса крана до осі будівлі) здебільшого обирається рівним 750 мм у будівлях, обладнаних мостовими кранами загального призначення вантажопідйомністю до 500 кН включно.

### 3.2 Вибір і проєктування покриття

Компонування конструктивної системи покриттів (плоских) здійснюють за двома схемами: прогонній і безпрогонній (рис. 3.6).

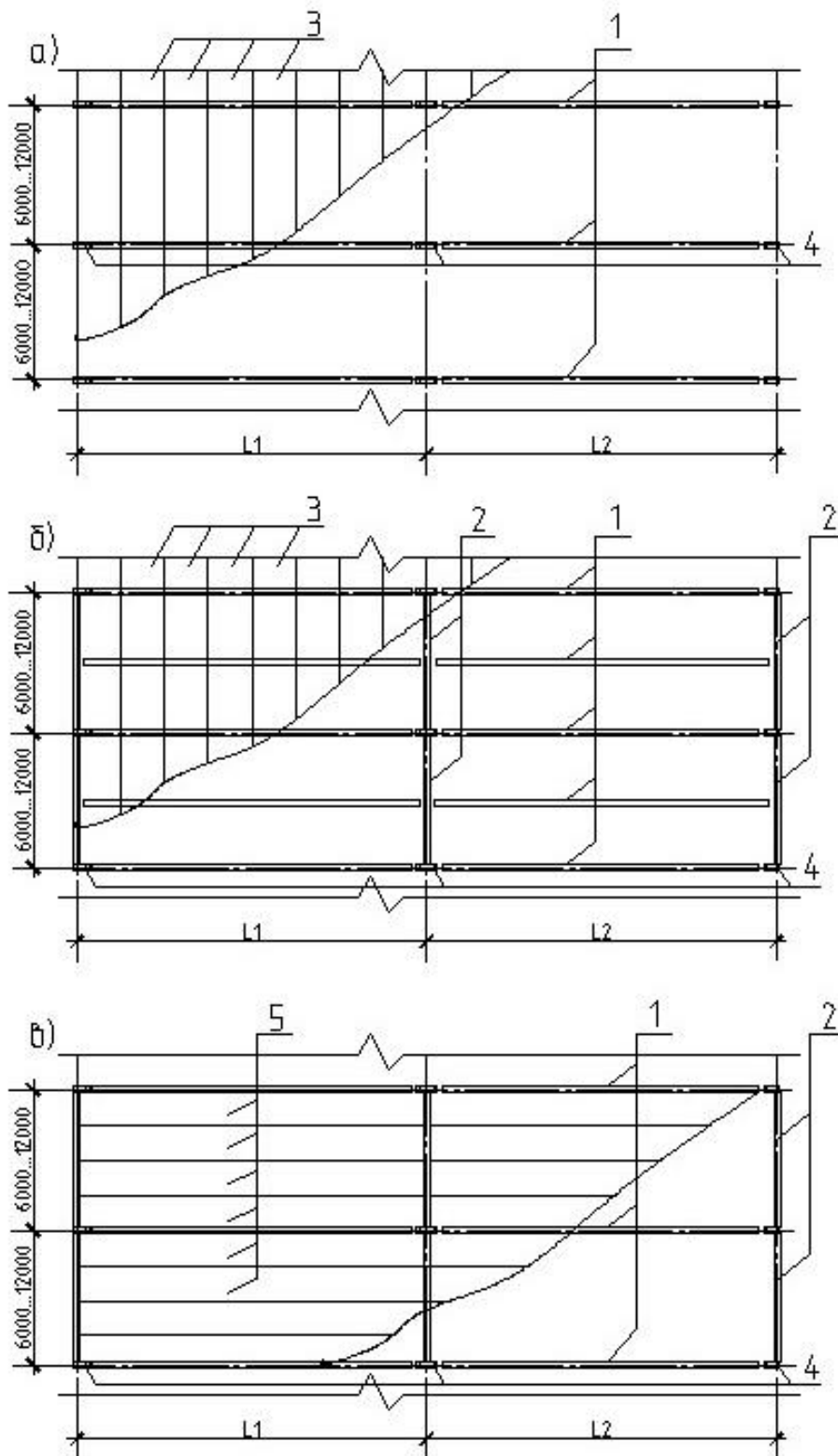


Рисунок 3.6 – Варіанти розміщення кроквяних конструкцій в балочних покриттях: а – тримальні кроквяні конструкції в площині поперечних рам; б – тримальні ригелі спираються на проміжні підкроквяні конструкції; в – великопрольотні плити покриття спираються на поздовжні «балки»; 1 – кроквяні конструкції; 2 – підкроквяні конструкції; 3 – плити покриття; 4 – колони; 5 – великопрольотні плити (ВЗС або малоухильні)

У разі застосування *прогонної системи* залізобетонні плити монтують спочатку по прогонах таврового або прямокутного профілю, укладених на ригелі. Плити у таких схемах застосовують прольотом 1,5–3,0 м.

Ця схема монтажу плит застосовується рідко, але може бути ефективною в будівлях, де технологічні процеси змушують до частой заміни плит або реконструкції покриттів через швидку корозію залізобетону від впливу агресивної дії конденсатів, які утворюються на стелях.

У разі застосування *безпрогонної системи* плити покриття завдовжки 6–12 м безпосередньо монтують по ригелях рам. Будівлі з покриттям із плоских лінійних елементів, що працюють за балочною схемою, тобто безпрогонне покриття, найбільш поширені у будівництві.

Можливі такі варіанти розміщення кроквяних конструкцій у покриттях подібного типу (рис. 3.6):

1) тримальні ригелі встановлюються в напрямку поперечних рам, якщо для покриття будівлі використовуються плити довжиною 6 м і 12 м;

2) тримальні ригелі встановлюються в площині поздовжніх рам, якщо для покриття будівлі використовуються великорозмірні плити довжиною 18 м, 24 м (малоухильні плити та плити типу ВЗС – великорозмірні залізобетонні склепінчасті).

Під час підбору тримальних конструкцій покриття необхідно керуватися типовими серіями на виготовлення цих конструкцій, зокрема для плит це можуть бути серії 1.465-3; 1.465-7, для двоскатних балок – серія 1.462-3, вип. 1, 3; для ферм безроскісних – серія 1.463-3, вип. 1, 3. Обов'язково вибираються вагові характеристики конструкцій. Крім того, можна керуватися такими міркуваннями:

– кроквяні двоскатні балки з покриттям та із суцільними стінками двотаврового перерізу або балки наскрізні прямокутного перерізу допускається використовувати за прольотів до 18 м включно, а в деяких випадках і за прогонів 24 м;

– кроквяні безроскісні ферми – за прогонів 18 м, 24 м, а також і за прогонів 30 м;

– кроквяні арки покриття з попередньо напруженою затяжкою – за прогонів 30 м, 36 м.

### **3.3 Складання плану та розділення будівлі на температурні блоки**

Керуючись вихідними даними та правилами архітектурного проектування, складається план будівлі на відмітці 0,000. Крайні торцеві

колони зміщуються відносно поперечних розбивочних осей на 500 мм. Це зміщення пов'язане з трьома обставинами:

1) на випадок реконструкції будівлі (її розширення) залишається проміжок між колонами старої і нової будівлі;

2) зміщення основних колон дозволяє зручніше влаштувати фахверкові колони та стінові конструкції;

3) наявність зміщення дозволяє створити новий температурний або осадковий шов на випадок прибудови нової будівлі.

У поздовжньому напрямку колони приєднуються до розбивочних осей відповідно до поперечного перерізу будівлі («нульова» прив'язка або зі зміщенням на 250 мм) (рис. 3.7).

Дуже важливим значенням для проєктування одноповерхової промислової будівлі є розбивка її на температурні блоки. Ця задача виникає у разі значної довжини промислової будівлі, коли з'являються суттєві температурні деформації залізобетонних конструкцій. Питання про розділення будівлі на окремі блоки виникає у разі довжини 84–108 м і більше. Здебільшого температурні та усадкові шви об'єднуються в один спільний температурно-усадковий шов.

Найбільші відстані між температурно-усадковими швами в будівлі за розрахункових зимніх температур зовнішнього повітря вище від мінус 40 °С, які призначаються умовно без розрахунку конструкцій (з ненапруженою арматурою та з попередньо напруженою, до яких висуваються вимоги III категорії за тріщиностійкістю) на вплив температури та усадки бетону, не повинні перевищувати:

– для опалювальних одноповерхових промислових будівель каркасного типу зі збірного залізобетону – 72 м;

– для неопалювальних будівель того ж типу – 48 м.

В усіх інших випадках відстань між температурно-усадковими швами повинна визначатись розрахунком. Зазначені шви розташовуються так, щоб вони розділяли будівлю на два, три і більше рівні по довжині будівлі блоки. Якщо розбити на два рівні блоки неможливо, тоді один блок проєктується меншим від іншого на один або два кроки колон.

На рисунку 3.5 наведено приклад складання плану промислової будівлі довжиною 108 м і кроком колон 12 м.

У зв'язку з тим, що крок колон 12 м, то розділити будівлю на два рівні блоки неможливо (54 м не діляться на 12 м). Тому один блок має бути довжиною 48 м (ділиться на 12), а другий 60 м (також ділиться на 12). Аналогічно чинять, якщо довжина будівлі дорівнює 114 м, 126 м тощо.

У середині температурно-усадкового відсіку влаштовуються вертикальні в'язі хрестоподібної форми із кроком колон 6 м і порталні – з кроком колон 12 м. На плані будівлі ці в'язі показують пунктирними лініями (рис. 3.7). На плані також потрібно показати осі підкранових балок та приєднання (750 мм) цих осей до поздовжніх осей промбудівлі. Схематично показують на плані мостові крани з їхньою вантажопідйомністю по великому і малому гаках (300/50 кН).

### **3.4 Вибір схеми в'язів, що забезпечують просторову жорсткість будівлі**

Для забезпечення жорсткості будівлі у цілому, а також жорсткості її окремих елементів (покриття, торцевих стін, кроквяних конструкцій тощо) у конструктивній схемі, що проєктується, передбачається система вертикальних та горизонтальних в'язів (рис. 3.8), які забезпечують надійну експлуатацію будівлі.

Вертикальні металеві в'язі по колонах, які встановлюються в середині температурного блока, забезпечують просторову жорсткість будівлі у поздовжньому напрямку. Встановлюються ці в'язі у межах одного кроку колон на висоту від підлоги до низу підкранових балок. По крайніх низках колон використовують хрестоподібні або порталні в'язі, відповідно для кроку колон 6 м і 12 м. Для середніх низок переважно використовують порталні в'язі.

Жорсткість одноповерхової промислової будівлі у поперечному напрямку забезпечується защемленням колон у фундаментах, відповідними розмірами перерізу колон та жорсткістю усього диска покриття.

Просторова жорсткість каркаса одноповерхових виробничих будівель у поздовжньому напрямку забезпечується плитами покриття, стінами, підкрановими балками, а також встановленням вертикальних в'язів із сталю прокату (рис. 3.8) посередині кожного температурного блока.

Розпірки (у площині поздовжніх рам) на верхніх кінцях колон та вертикальні металеві в'язі на кінцях кроквяних конструкцій (рис. 3.8, а) використовуються з висотою ригелів на опорах більше ніж 900 мм.

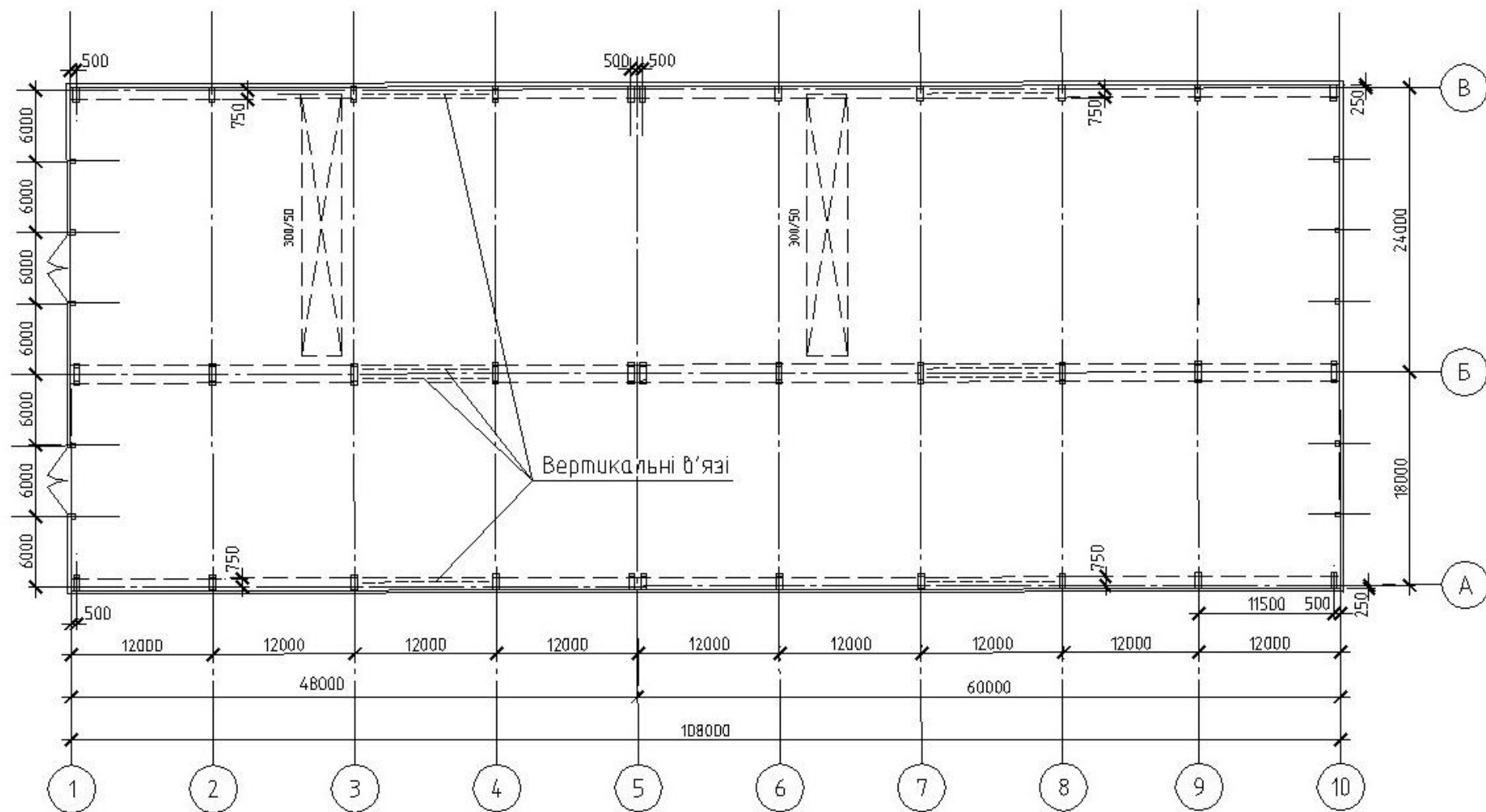


Рисунок 3.7 – План промислової будівлі

Ці в'язі та розпірки забезпечують передачу з горизонтального диску покриття зусиль (діючих у напрямку поздовжніх рам) на колони. Вертикальні в'язі між кроквяними конструкціями встановлюються зазвичай тільки на кінцях температурних відсіків.

Із висотою кроквяних конструкцій на опорах менше ніж 900 мм вертикальні в'язі та розпірки на рівні їхніх опорних частин не роблять. Останнє зауваження стосується також конструктивних схем із підкроквяними конструкціями.

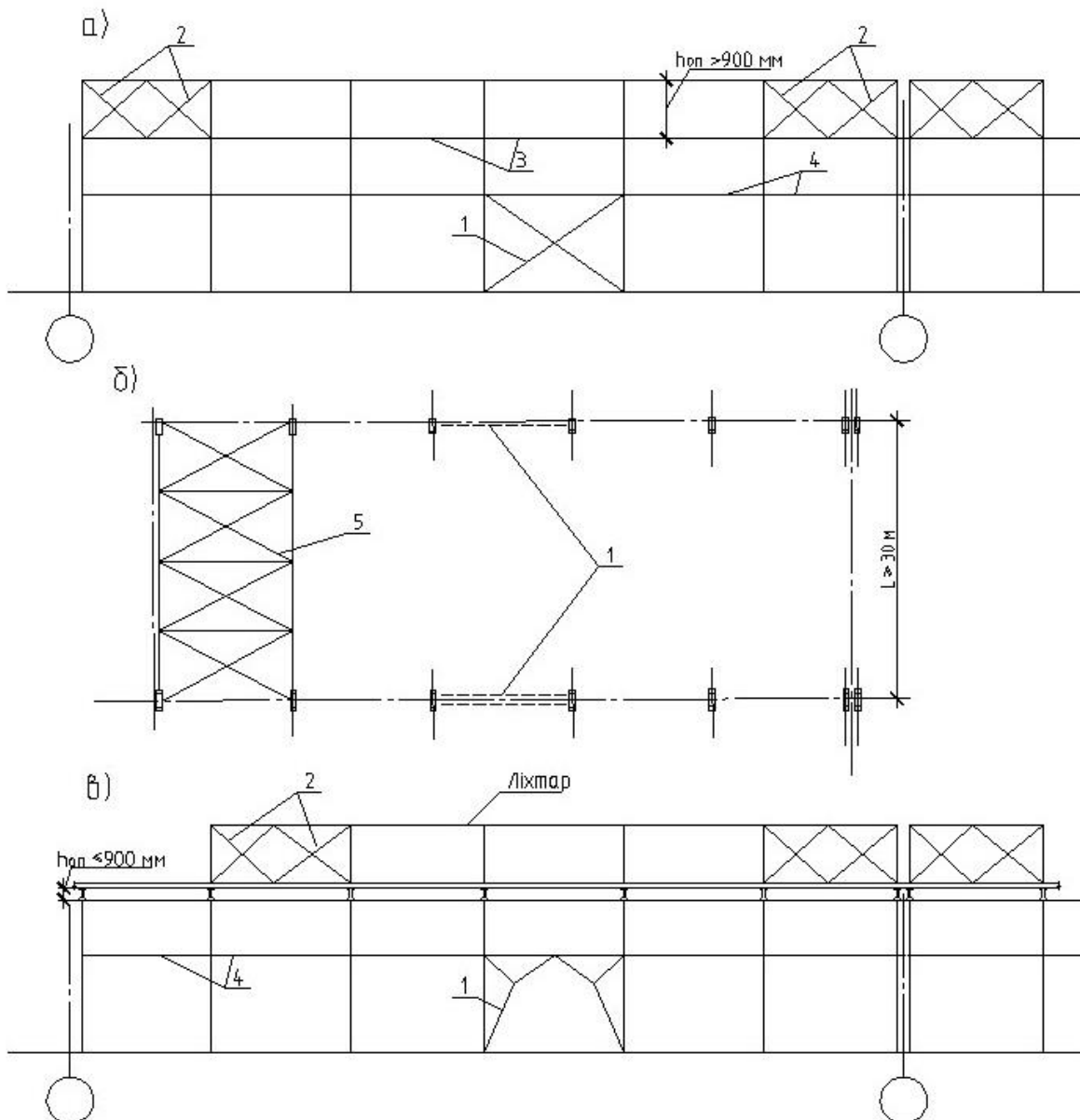


Рисунок 3.8 – Схеми влаштування в'язів:

а, в – вертикальні в'язі по колонам; б – горизонтальні в'язі;

1 – хрестоподібні та порталні в'язі;

2 – в'язі на опорах кроквяних конструкцій та ліхтарів;

3 – поздовжні розпірки; 4 – підкранові балки;

5 – горизонтальні в'язі

Відносно горизонтальних в'язів існують такі рекомендації. Жорсткість диска покриття (для будівель із мостовими кранами режимів 3–6 к) забезпечується шляхом застосування великорозмірних залізобетонних плит та приварки їх до кроквяних конструкцій. Яких-небудь додаткових горизонтальних в'язів у цьому випадку не потрібно.

За значної висоти будівлі (16 м і більше від підлоги до низу кроквяних конструкцій) і прольотах 30 м і більше у торцевих стін будівлі можуть влаштовуватись горизонтальні в'язі по фермах, які слугують опорами для колон фахверку. Ці в'язі встановлюються або на рівні низу кроквяних конструкцій, або, що трапляється частіше, на рівні підкранових колій (рис. 3.8, б).

У прогонах будівель зі світлоаераційними ліхтарями в середній частині кроквяних конструкцій встановлюються сталеві розпірки і, окрім того, у двох чарунках кожного температурного відсіку кроквяні ферми (на верхньому) поясу «розв'язуються» у межах ширини ліхтаря горизонтальними сталевими в'язями. Для забезпечення жорсткості ліхтарів у поздовжньому напрямку передбачаються вертикальні в'язі, як це показано на рисунку 3.8, в.

### 3.5 Визначення навантажень на поперечну раму

На поперечну раму, яка виділяється з одного температурного блока одноповерхової промислової будівлі, діють такі основні навантаження: *постійно діючі* від власної ваги несучих конструкцій; *змінні*: від снігу; від вертикальних та горизонтальних зусиль мостових та інших вантажопідйомних кранів; від вітрового впливу.

Додатково на поперечну раму діють температурні та кліматичні навантаження, а також сейсмічні та технологічні впливи.

У розрахунках конструктивну систему замінюють на розрахункову схему (рис. 3.9).

Для встановлення невігідних комбінацій зусиль, що виникають у перерізах колон, рама розраховується окремо на кожний вид навантаження.

*Постійно діючі навантаження.* Ці навантаження враховують вагу покриття та ригеля, вагу верхньої частини колони та нижньої, вагу підкранової балки з рейкою, а також вагу стінових панелей.

*Снігове навантаження.* Значення снігового навантаження для кожного району визначається за характеристичною його величиною відповідно до [4].

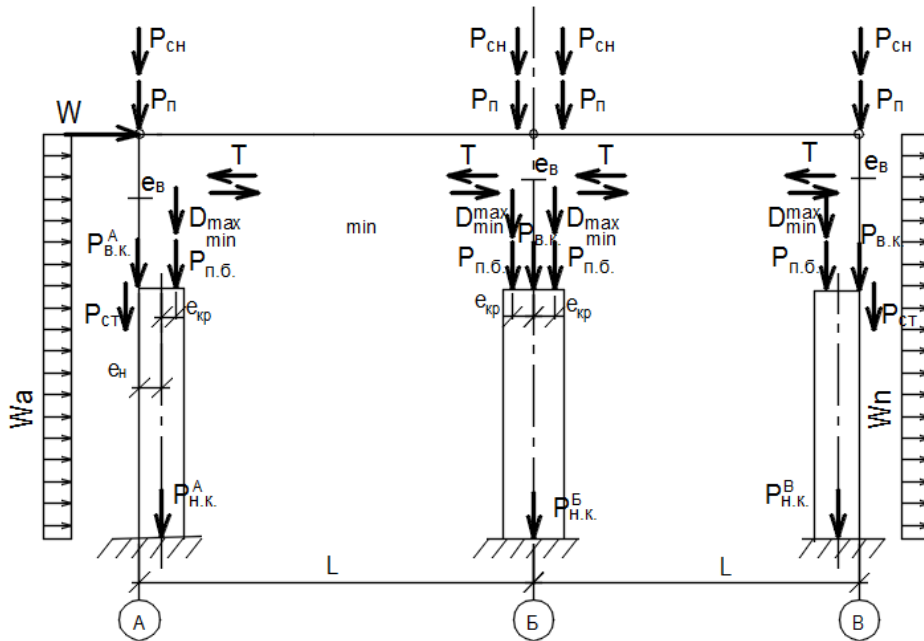


Рисунок 3.9 – Загальний вигляд розрахункової схеми поперечної рами

Граничне розрахункове значення снігового навантаження на горизонтальну проекцію покриття (конструкції) визначається за формулою

$$S_m = \gamma_{fm} S_0 C, \quad (3.3)$$

де  $S_0$  – характеристичне значення снігового навантаження залежно від району будівництва,  $\text{kH}/\text{m}^2$ ;

$\gamma_{fm}$  – коефіцієнт надійності, який залежить від терміну експлуатації будівлі;

$C$  – коефіцієнт геометричного вигляду покриття (дод. Ж [4]).

Загальне зусилля від снігового навантаження визначається за формулою

$$P_{ch} = p_{ch} A_{sup}. \quad (3.4)$$

Треба враховувати ймовірність розміщення снігових мішків. При цьому вводиться додатковий коефіцієнт  $\mu = 2,0; 2,5; 3,0; 3,5$ .

Точка прикладання зусилля  $P_n$  та  $P_{ch}$  знаходиться на відстані третини довжини опори ригеля, відрховуючи від внутрішньої грані колони (рис. 3.10). Тому для нульової прив'язки це зусилля у верхній частині колони прикладено з ексцентриситетом  $e_B = 175 - h_B / 2$  (рис. 3.10, г), а для прив'язки 250 мм –  $e_B = 175 + 250 - h_B / 2$  (рис. 3.8, а). У розрахунках ураховують наявність ексцентриситету  $e_H = h_H / 2 - h_B / 2$  між геометричними осями підкранової і надкранової частин крайніх колон (рис. 3.10, б).

Навантаження  $P_{н.б.}$  передається на консолі колон у вигляді опорного тиску (D) підкранових балок (рис. 3.10, в). Його значення за сталого кроку колон дорівнює вазі підкранової балки і кранової рейки. Відносно підкранової частини колон навантаження  $P_{н.к}$  діє з ексцентриситетом  $e_n$ . Для нульової прив'язки крайніх колон  $e_n = \lambda - 0,5h_n$ ; для прив'язки 250 мм –  $e_n = \lambda + 250 - 0,5h_n$ ; для середніх колон  $e_n = \lambda$ ;  $\lambda = 750$  мм у разі застосування кранів вантажопідйомністю  $Q \leq 50$  т, а якщо  $Q > 50$  т, то  $\lambda = 1\ 000$  мм.

Поздовжня сила  $N_{ст}$  від маси навісних стінових панелей передається на колону в місцях їх закріплення з ексцентриситетом, що дорівнює півсумі товщини панелей і висоти поперечного перерізу колони.

Зусилля від маси снігу на покритті передається ригелем на колону з тим же ексцентриситетом, що і зусилля від покриття.

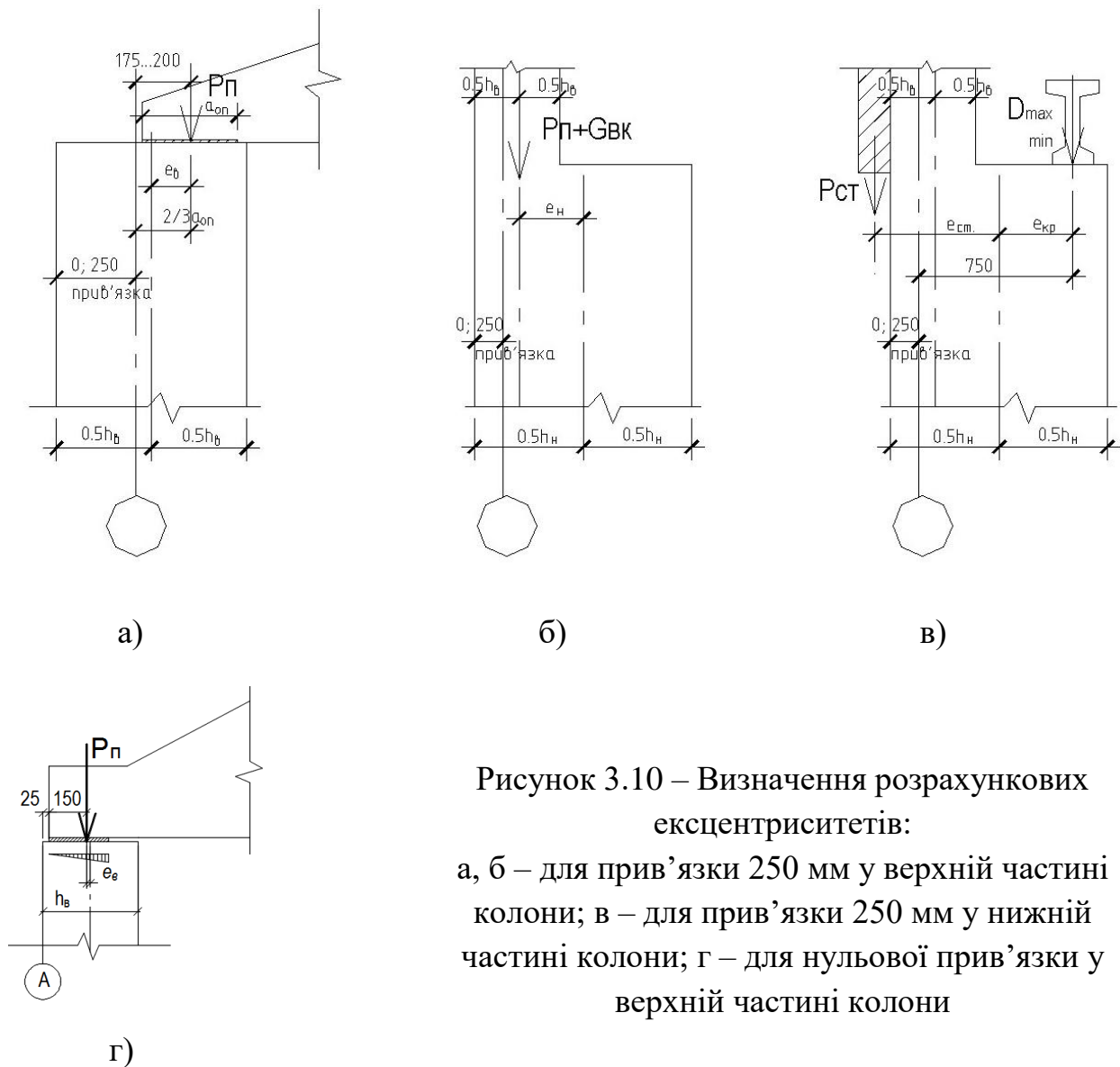


Рисунок 3.10 – Визначення розрахункових ексцентриситетів:

а, б – для прив'язки 250 мм у верхній частині колони; в – для прив'язки 250 мм у нижній частині колони; г – для нульової прив'язки у верхній частині колони

Навантаження від мостових кранів передається на колони у вигляді горизонтального  $T$  та вертикального  $D$  тиску. Горизонтальні навантаження  $T$  виникають у поперечному напрямку будівлі внаслідок перекосів мостових кранів та непаралельності кранових колій. Вертикальні навантаження – це тиск  $D$  від коліс крана, який через підкранову балку передається на підкранову частину колони з ексцентриситетом  $e_n$ .

Усі крани мають певний режим праці від 1 к до 8 к.

Значення кранового навантаження обирається за паспортними даними мостових або підвісних кранів. За цими даними визначається найбільший тиск ( $D_{max}$ ) на одне колесо крана та найменший ( $D_{min}$ ), їхні характеристичні значення, а також геометричні параметри крана

$$D_{max}^{ser} = \left[ \frac{(Q + G_g) \cdot (L_{кр} - a)}{L_{кр}} + \frac{Q_m}{2} \right] \cdot \frac{1}{n_0}; \quad (3.5)$$

$$D_{min}^{ser} = \frac{Q + Q_m + G_g}{n_0} - D_{max}^{ser}, \quad (3.6)$$

де  $Q$  – вантажопідйомність крана;

$Q_m$  – вага мосту крана (паспортні дані);

$G_g$  – вага візка (паспортні дані);

$L_{кр}$  – прогін крана ( $L - 1,5$  м);

$L$  – прогін рами;

$a$  – відстань від крюка крана до осі підкранової балки;

$n_0$  – кількість колес на одній стороні ( $n_0 = 2$ ).

Горизонтальне навантаження визначається за формулою

$$T_n^{ser} = \frac{K_n \cdot (Q + G_g)}{n_0}; \quad K_n = 0,05. \quad (3.7)$$

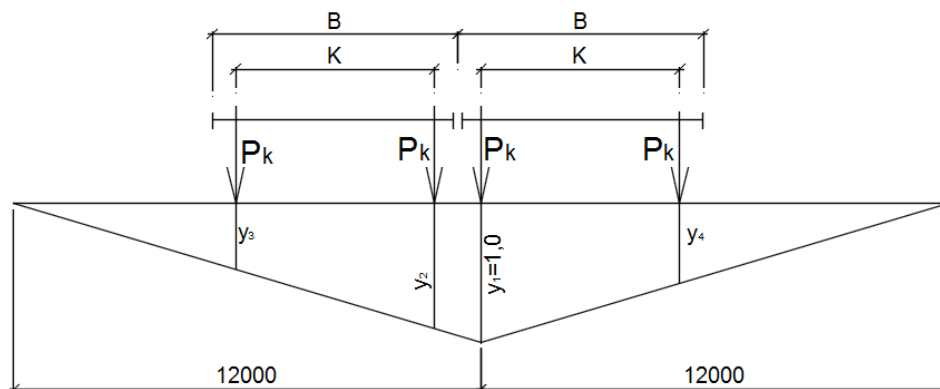
Загальна дія крана на колону визначається під час завантаження лінії впливу опорної реакції, що передається на колону; при цьому лінію впливу завантажують обов'язково двома кранами (рис. 3.11).

Значення ординат  $y_2, y_3, y_4$  визначається під час розгляду подібних трикутників;  $B$  – ширина крана;  $K$  – база крана (паспортні дані).

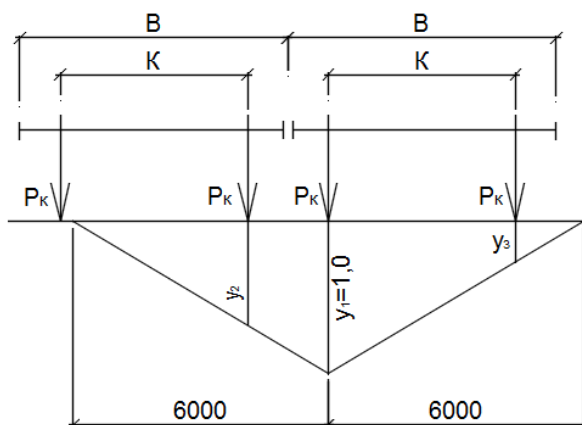
Загальні значення навантажень можна визначити за такими формулами:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{max}^{ser} = P_{max}^{ser} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4); \\ D_{min}^{ser} = P_{min}^{ser} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4); \\ T = T_n^{ser} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4). \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Розрахункові значення  $P_{max}$ ,  $P_{min}$  та  $T$  отримують множенням характеристичних значень на коефіцієнт надійності  $\gamma_f = 1,1$  (режим роботи 4–б к) та на коефіцієнт сполучення  $\gamma_s = 0,85$ .



а)



б)

Рисунок 3.11 – Навантаження двома кранами у не вигідному положенні лінії впливу опорної реакції для підкранової балки: а – 12 м; б – 6 м

Значення характеристичного вітрового навантаження  $W_0$  визначається за даними [4] залежно від району, де будується промислова будівля. На величину вітрового навантаження впливає багато чинників, серед яких найголовнішими будуть: висота проєктованої будівлі; напрямок вітрового потоку; місцезнаходження будівлі (відкрита місцевість чи забудована); висота будівлі над рівнем моря; термін експлуатації тощо. Усі ці чинники враховуються в нормах за допомогою окремих коефіцієнтів.

Граничне розрахункове значення вітрового навантаження визначається за такою формулою:

$$W_m = \gamma_{fm} \cdot W_0 \cdot C. \quad (3.9)$$

Коефіцієнт  $\gamma_{fm} = 0,77$ , якщо повтор навантаження відбувається за 15 років;  $\gamma_{fm} = 1,07$ , якщо повтор відбувається за 70 років;  $\gamma_{fm} = 1,14$ , якщо повтор відбувається за 100 років.

Найбільш суттєвим потрібно вважати коефіцієнт  $C$ :

$$C = C_{aer} \cdot C_h \cdot C_{alt} \cdot C_{rel} \cdot C_{dir} \cdot C_d, \quad (3.10)$$

де  $C_{aer}$  – аеродинамічний коефіцієнт;

$C_h$  – коефіцієнт висоти споруди;

$C_{alt}$  – коефіцієнт географічної висоти;

$C_{rel}$  – коефіцієнт рельєфу;

$C_{dir}$  – коефіцієнт напрямку вітру;

$C_d$  – коефіцієнт динамічності.

Для прямих поверхней:

–  $C_{aer} = 0,8$  для активного напрямку вітру;

–  $C_{aer} = 0,6$  для пасивного напрямку вітру.

Інші поверхні нормуються змінними  $C_{aer}$ .

Під час проєктування цивільних та промислових будівель значення вітрового навантаження розраховується на характерних висотах будівлі (5 м, 10 м, 20 м), а також на окремих конструктивних рівнях (верх колони, верх ферми тощо). Отримана ламана лінія вітрового навантаження замінюється на еквівалентну прямолінійну (рис. 3.12), по якій будується в наступних розрахунках еюра внутрішніх зусиль  $M$ ,  $N$ ,  $V$ . Визначається момент в защемленні  $M_3$ , а потім  $W_{ek} = \frac{2M_3}{H^2}$ .

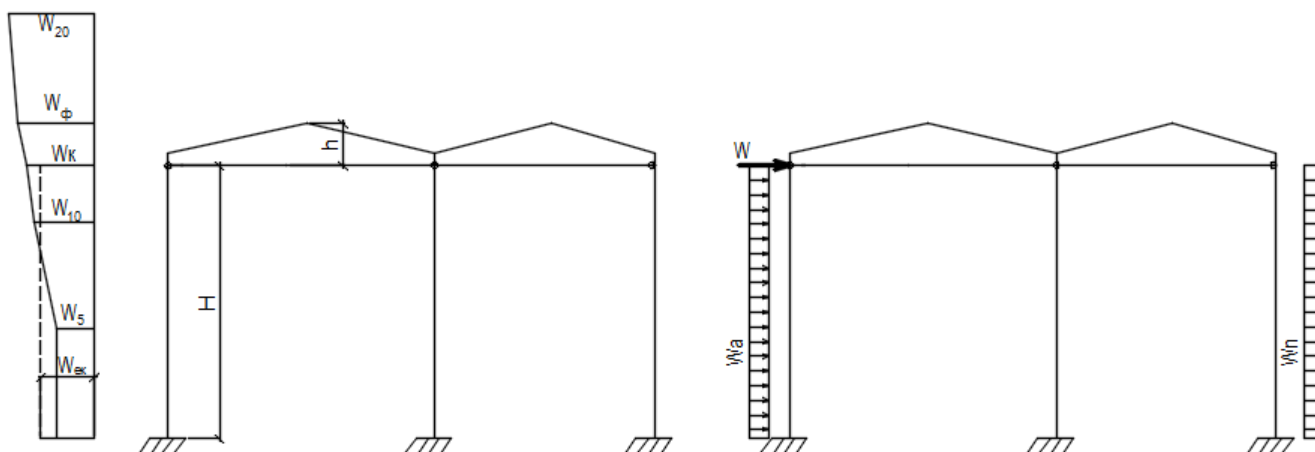


Рисунок 3.12 – Еюра вітрового тиску

Частина вітрового навантаження, що знаходиться вище за колону колони, замінюється на зосереджену силу  $W$ , що є рівнодійною від  $W_\phi$  та  $W_k$  на заданій висоті ригеля  $h$ .

### 3.6 Визначення зусиль в елементах поперечної рами одноповерхової промислової будівлі. Врахування просторової роботи каркасу промислової будівлі

Поперечна рама розраховується одним із відомих методів будівельної механіки – методом сил або методом переміщень. Застосування методу переміщень – найбільш доцільно, оскільки цей метод у розрахунках рам, які розглядаються, приводить до рівнянь із одним невідомим (рис. 3.13), а метод сил – потребує складати рівнянь стільки, скільки рама має прольотів.

Послідовність розрахунку поперечних рам за методом переміщень містить такі етапи:

– вибирається основна система, а саме, на рівні ригеля рами у вузлі по осі  $B$  вводиться додаткова в'язь, яка обмежує вільне переміщення цього вузла;

– задаються розмірами поперечних перерізів колон і визначають їхню жорсткість як для бетонних перерізів за умови пружної роботи бетону, а згинальну жорсткість ригеля у своїй площині обирають  $EI = \infty$  (нескінченність);

– для основної системи окремо для кожного  $i$ -го зовнішнього завантаження записуються канонічні рівняння методу переміщень, які відображають в дійсності відсутність виникнення зусиль у в'язі у вузлі 1:

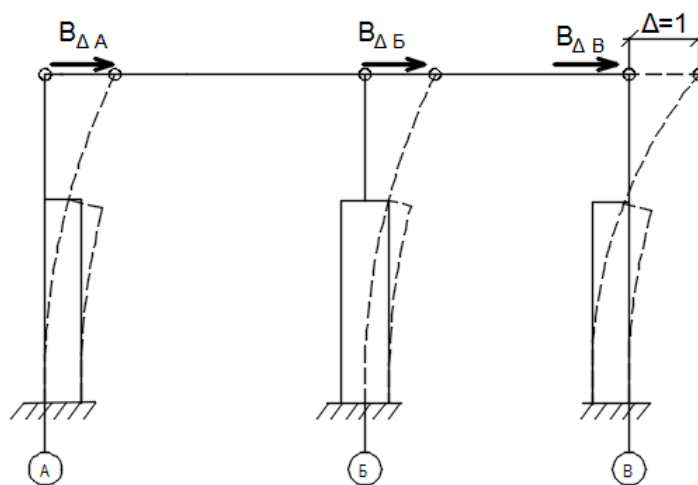


Рисунок 3.13 – Схема розрахунку рами методом переміщень

Розрахунок рами необхідний для визначення поздовжніх зусиль  $N$ , згинальних моментів  $M$  та поперечних сил  $V$  у заданих перерізах колони.

На першому етапі розрахунку рами визначають горизонтальні пружні реакції ( $B_{np}$ ) на рівні з'єднання стійок із ригелями. Маючи для кожної колони  $B_{np}$  і значення навантажень, що впливають на них, знаходять  $M$ ,  $N$  і  $V$  у заданих перерізах колони, розглядаючи її як консольний елемент (рис. 3.14).

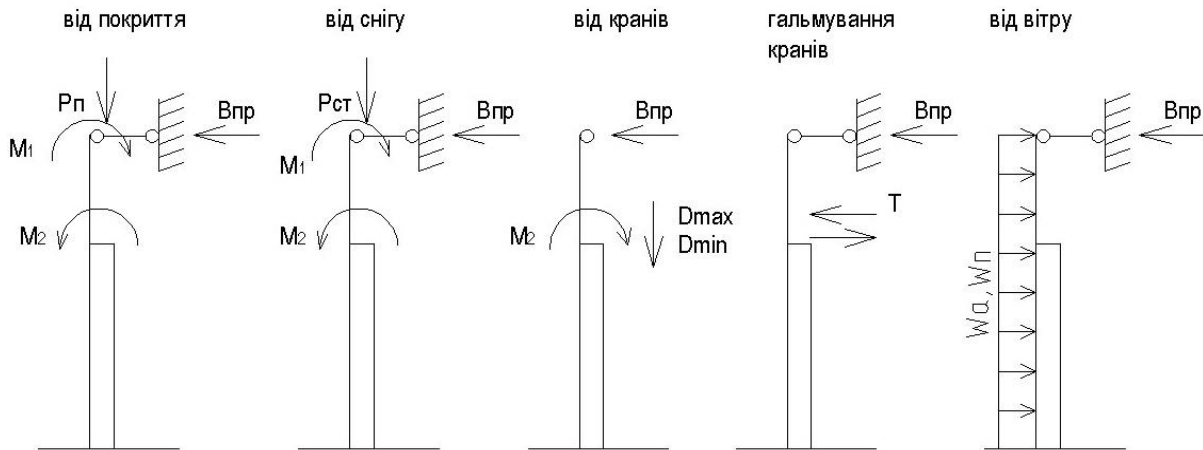


Рисунок 3.14 – Розрахункові схеми для крайньої колони від різних навантажень для визначення в ній  $M$ ,  $N$ ,  $V$

Формули для визначення реакцій у горизонтальному зв'язку основної системи наведена в додатку Б цих методичних рекомендацій. Загальна формула для визначення додаткових невідомих (переміщень) має такий вигляд:

$$C_{dim} \cdot \Delta_1 \cdot r_{11} + R_{ip} = 0, \quad (3.11)$$

де  $\Delta_1$  – додаткове невідоме;  $\Delta_1 = -\frac{R_{ip}}{C_{dim} \cdot r_{11}}$ ;

$r_{11}$  – сумарна реакція у введеному зв'язку одиничних зміщень усіх колон;  
 $r_{11} = \sum B \cdot \Delta_i$ ;

$R_{ip}$  – реакція у введеному зв'язку від зовнішнього навантаження;

$C_{dim}$  – коефіцієнт просторової роботи каркасу, який додається тільки для кранового навантаження (для кроку колон 6 м можна прийняти  $C_{dim} = 4,5$ ; для кроку колон 12 м –  $C_{dim} = 3,7$ ). Загальна формула визначення  $C_{dim}$  має такий вигляд:

$$C_{\text{dim}} = \frac{1}{\frac{1}{n} + \frac{x_0^2}{2 \sum_{i=1}^n x_i^2}}, \quad (3.12)$$

де  $x_0$  – відстань від середини температурно-усадкового блока до другої від торця будівлі поперечної рами;

$n$  – загальна кількість поперечних рам;

$x_i$  – відстань кожної рами від середини блока до торцевої рами в одному напрямку.

Маючи величину  $\Delta_l$ , можна визначити пружну реакцію кожного навантаження (рис. 3.14) окремо за такою формулою:

$$B_{np} = B + \Delta_l \cdot B_{\Delta}, \quad (3.13)$$

де  $B$  – реакція в зв'язку від зовнішнього навантаження відповідно до додатка Д;

$B_{\Delta}$  – одинична реакція зміщення колони, якщо  $\Delta = 1$ .

Можна не враховувати зміщення верху колони, тобто не визначати  $\Delta_l$ , коли кількість прогонів у рамі три і більше для кранових навантажень.

Для вітрових навантажень зміщення  $\Delta_l$  враховується у кожному разі.

### 3.7 Колони одноповерхових промислових будівель

Для будівництва одноповерхових виробничих каркасних будівель зазвичай використовують уніфіковані збірні залізобетонні колони, що відповідає вимогам індустріалізації.

Збірні залізобетонні колони як складові елементи каркасів застосовують в одноповерхових виробничих будівлях із  $H \leq 18$  м, кроком поперечних рам  $B \leq 12$  м, мостовими кранами вантажопідйомністю  $Q \leq 50$  т. За більших значень параметрів  $H$ ,  $B$  і  $Q$  звичайно застосовують сталеві колони, а залізобетонні – тільки за відповідного техніко-економічного обґрунтування.

Збірні залізобетонні колони (рис. 3.15, 3.16) виготовляють суцільними або наскрізними. Поперечні перерізи суцільних колон за формою можуть бути кільцевими, прямокутними або двотавровими. Наскрізні колони проєктують двовітковими з поперечним перерізом кожної гілки найчастіше у формі прямокутника.

Найбільшого поширення набули суцільні прямокутні колони. Суцільні двотаврові колони застосовують рідше через їхню

більшу трудомісткість під час виготовлення, хоча за витратами бетону до 20 % вони більш економічні за суцільні прямокутні колони.

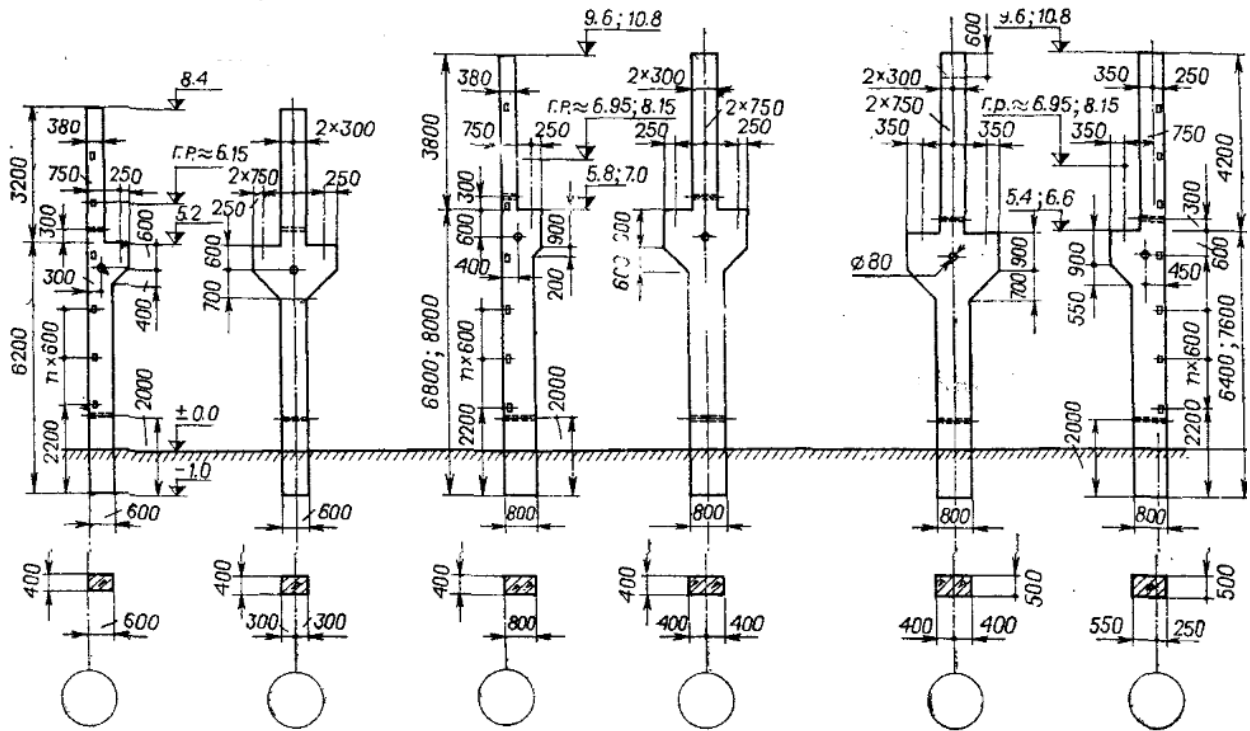


Рисунок 3.15 – Суцільні колони за серією КЭ-01-49

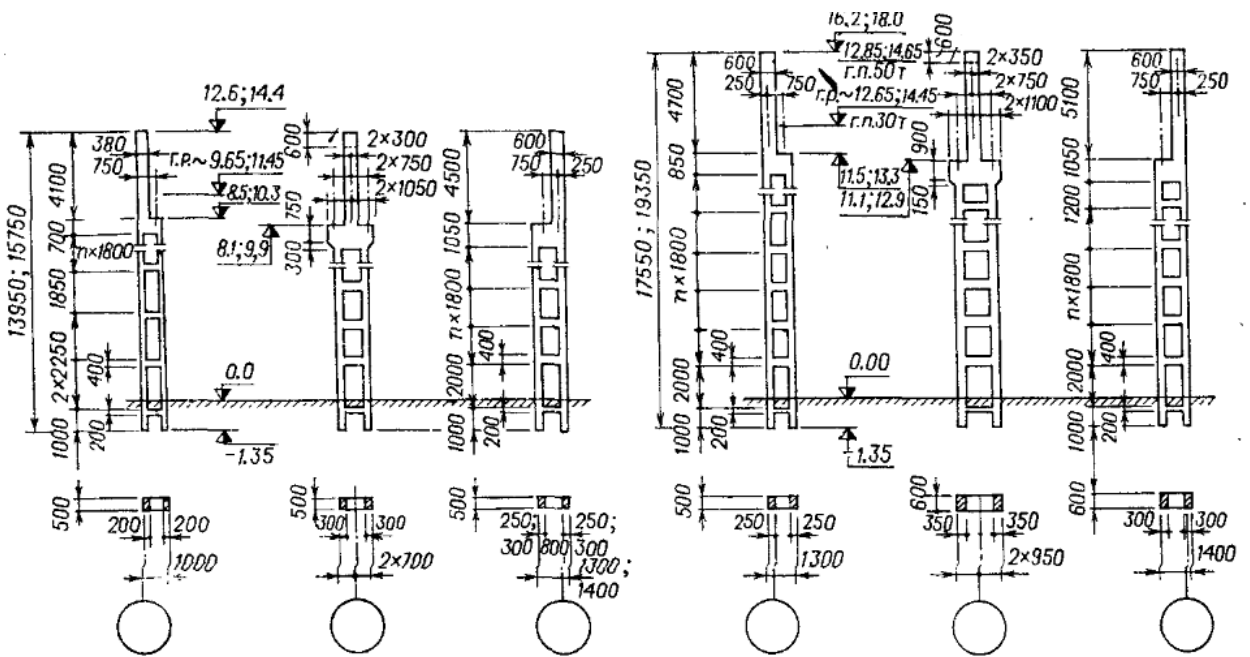


Рисунок 3.16 – Двогілкові колони за серією КЭ-01-52

Розміри поперечного перерізу надкранової частини колон призначають із урахуванням умов спирання ригелів на торець колони.

Зазвичай висота поперечного перерізу надкранової частини

колони складає: для крайніх колон – 380 мм, для середніх – 600 мм. Висоту поперечного перерізу підкранової частини колони проєктують у межах (1/10...1/14) висоти цієї частини і зазвичай обирають не меншою ніж 600 мм. Ширину поперечного перерізу надкранової  $b_t$  і підкранової  $b_b$  частин колони обирають сталою в межах (1/20...1/25) висоти колони і зазвичай не меншою ніж 400 мм (рис. 3.15).

У двовіткових колонах у підкрановій частині обидві гілки проєктують із висотою поперечного перерізу  $h = 200$  мм, 250 мм, 300 мм та шириною  $b = 400$  мм, 500 мм. Ці гілки з'єднують розпірками з прямокутним поперечним перерізом.

Висоту поперечного перерізу усіх розпірок, за винятком верхньої, та нижньої проєктують рівною 400 мм. Розміщують розпірки з кроком 1,4–2 м, причому від рівня підлоги до низу другої розпірки призначають відстань не менше 1,8 м, а верх першої розпірки не повинен виступати вище підлоги. Це робиться з метою забезпечення безперешкодного проходу. Відстань між гілками також не повинна ускладнювати вільний прохід людей.

Для спирання підкранових балок у колонах передбачають консолі, розміри яких повинні задовольняти умовам спирання на них балок і умовам несучої здатності на дію навантажень від крана.

У місцях колон, де закріплюються ригелі, підкранові балки, стінові панелі або в'язі, установлюють закладні металеві деталі.

Для виготовлення колон зазвичай використовують бетон класів С12/15...С25/30. Застосування бетонів більш високих класів дозволяє одержувати їх економію за об'ємом. Наприклад, застосування бетонів класу С40/50 дає змогу зекономити бетону до 20 % порівняно з бетоном класу С16/20.

*Армування колон* одноповерхових виробничих будівель здійснюють зварними каркасами відповідно до вимог конструювання позацентрово стиснутих елементів. Для поздовжньої робочої арматури використовують стрижневу арматуру класу А400С, А500С діаметром  $\varnothing \geq 16$  мм, а для поперечної – класу А240С діаметром  $\varnothing \geq 5$  мм і не менше 0,25 діаметра поздовжніх робочих стрижнів та арматурний дріт класу Вр-I (В500). Поздовжні стрижні потрібно розташовувати один від одного на відстані не більше ніж 400 мм. Якщо відстань перевищує ці розміри, то між ними посередині додатково установлюються конструктивні стрижні  $\varnothing \geq 12$  мм. Поперечна арматура розташовується з кроком не більше ніж 500 мм і не більше  $15 \varnothing$  – у в'язаних каркасах і  $20 \varnothing$  – у зварних ( $\varnothing$  – мінімальний

діаметр робочого стрижня).

Розрахунок суцільних колон виконують на позацентрове стиснення від зусиль, визначених під час розрахунків рам. Площу перерізу арматури суцільних поперечних перерізів визначають за формулами для розрахунків міцності позацентрово стиснутих елементів з урахуванням поздовжнього згину. Розрахунок виконують для чотирьох перерізів на дію несприятливих комбінацій зусиль ( $M_{max}$  і відповідна йому поздовжня сила  $N$ ; найбільший за абсолютним значенням від'ємний момент  $M_{min}$  і відповідна йому поздовжня сила  $N$ ; найбільша поздовжня сила  $N_{max}$  і відповідний їй момент  $M$ ). Якщо моменти різних знаків у цих комбінаціях близькі за абсолютними значеннями, то доцільно армування виконувати симетричним. Розрахункову довжину колон беруть за довідником.

Особливість розрахунку двовіткових колон полягає в тому, що підкранова частина цієї колони має дві гілки, які працюють разом, і в цьому випадку необхідно визначити радіус інерції складового перерізу колони.

Гнучкість нижньої двовіткової частини колони буде залежати від гнучкості загальної розрахункової довжини колони  $\lambda_n$  та гнучкості окремо гілок  $\lambda_{zil}$  на довжині між розпірками  $S$ . Тоді у загальному вигляді гнучкість складового перерізу має такий вигляд:

$$\lambda_{red}^2 = \lambda_n^2 + \lambda_{zil}^2. \quad (3.14)$$

У наведеній формулі (3.14) значення гнучкості записано в квадраті. Це пов'язано з тим, що радіус інерції перерізу, як відомо з курсу «опір матеріалів», є величиною квадратного кореня з моменту інерції, поділеного на площу перерізу, тобто:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}.$$

Тоді усі теоретичні викладки зручно будувати відносно невідомих величин у вигляді квадратів відомих величин.

$$\lambda_n = \frac{l_0}{i_n}; \quad i_n = \sqrt{\frac{I_n}{A_n}},$$

$$i_n = \frac{b_z \cdot h_z \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot 2}{b_z \cdot h_z \cdot 2} = \frac{c^2}{4}. \quad (3.15)$$

Розрахункова довжина нижньої частини колони може бути записана у такому вигляді:

$$l_0 = n \cdot s \cdot \psi, \quad (3.16)$$

де  $n$  – кількість панелей (отворів) в колоні;

$s$  – відстань між розпірками;

$\psi$  – параметр, що перетворює геометричну довжину колони на розрахункову; найчастіше  $\psi = 1,5$ .

Відповідно до формули (3.16)  $s = \frac{l_0}{n\psi}$ .

Радіус інерції гілки:

$$i_{z_{il}}^2 = \frac{I_{z_{il}}}{A_{z_{il}}} = \frac{b_{z_{il}} \cdot h_{z_{il}}^3}{12 \cdot b_{z_{il}} \cdot h_{z_{il}}} = \frac{h_{z_{il}}^2}{12}.$$

Тепер формула (3.14) може бути записана так:

$$\frac{l_0^2}{i_{red}^2} = \frac{l_0^2}{c^2} + \frac{l_0^2}{n^2 \psi^2 h_{z_{il}}^2}. \quad (3.17)$$

Після скорочення на  $l_0^2$  та спрощення запису отримаємо:

$$\frac{1}{i_{red}^2} = 4 \cdot \left( \frac{1}{c^2} + \frac{3}{n^2 \cdot \psi^2 \cdot h_{z_{il}}^2} \right). \quad (3.18)$$

Остаточне значення радіуса інерції складеного перерізу нижньої частини двогілкової колони має такий вигляд:

$$i_{red} = \sqrt{\frac{c^2}{4 \cdot \left( 1 + \frac{3 \cdot c^2}{n^2 \cdot \psi^2 \cdot h_{z_{il}}^2} \right)}}. \quad (3.19)$$

Ця формула використовується для визначення гнучкості нижньої частини колони

$$\lambda_n = \frac{l_0}{i_{red}}. \quad (3.20)$$

Внутрішні зусилля  $N$  в гілках колони можна визначити за такою формулою:

$$N_{b,r} = \frac{N}{2} \pm \frac{M}{c} \eta, \quad (3.21)$$

де  $N_b$  – поздовжнє зусилля у внутрішній гілці колони зі знаком «+» у формулі (3.10);

$N_r$  – поздовжнє зусилля у зовнішній гілці колони зі знаком «-» у формулі (3.10);

$N, M$  – розрахункові зовнішні зусилля, отримані під час комбінації усіх видів навантаження на колону у конкретному перерізі.

Величина  $\eta$  враховує збільшення деформацій (випучення) колони під впливом короткочасного і довготривалого завантаження. Для визначення параметра  $\eta$  можна використати таку формулу:

$$\eta = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N} - 1}, \quad (3.22)$$

де  $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$ ,  $c_0 = 8$  (за браком поперечного навантаження);

$c_0 = 9,6$  (у разі параболічної епюри моментів);  $c_0 = 12$  (у разі трикутної епюри моментів);

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}; \quad EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s; \quad K_c = \frac{0,3}{1 + 0,3 \varphi_{ef}};$$

де  $\varphi_{ef} = 1,8 \dots 2,5$ , приведений коефіцієнт повзучості бетону  $K_s = 1$ .

Момент інерції арматури визначається за такою формулою:

$$I_s = b \cdot h \cdot 0,01 \cdot (0,5 \cdot h - a)^2;$$

де  $b, h$  – розміри колони.

Якщо колона двогілкова, то величина моменту інерції для арматури визначається за такою формулою:

$$I_s = b_2 \cdot h_2 \cdot \frac{c^2}{2}, \quad (3.23)$$

де  $b_2, h_2$  – ширина та висота перерізу гілки;

$c$  – відстань між серединами гілок.

$E_{cd}$  та  $E_s$  – модулі деформацій бетону та арматури.

### 3.8 Залізобетонні кроквяні балки покриттів

*Залізобетонні кроквяні балки покриттів* – це горизонтальні несучі елементи поперечних рам каркасів, які сприймають навантаження від плит покриття, технологічного обладнання та підвісних кранів і передають його на опори (колони, стіни тощо). У сучасному будівництві одноповерхових виробничих будівель кроквяні балки застосовують як збірні елементи покриттів із кроком колон 6 м, 12 м і прольотами 6 м, 9 м, 12 м, 18 м, а в окремих випадках кроком 6 м і прольотом – 24 м. Залежно від профілю покрівлі балки покриттів поділяються на *двосхилі* (рис. 3.17, 3.18), *односхилі*, з *паралельними поясами*, і можуть мати поперечні перерізи у формі прямокутника, тавра або двотавра.

*Двосхилі кроквяні балки* виготовляють із постійним схилом

верхнього поясу  $i = 1:12$  (рис. 3.17, 3.18) або з перемінним. Двосхилі кроквяні балки через їхню економічність найбільш поширені. Їх виготовляють як суцільними (рис. 3.17), так і гратчастими (рис. 3.18). Гратчасті балки застосовують у рамах із прольотами 12 м і 18 м у випадках необхідності розташування комунікацій на рівні покриттів (пневмопроводи, трубопроводи тощо).

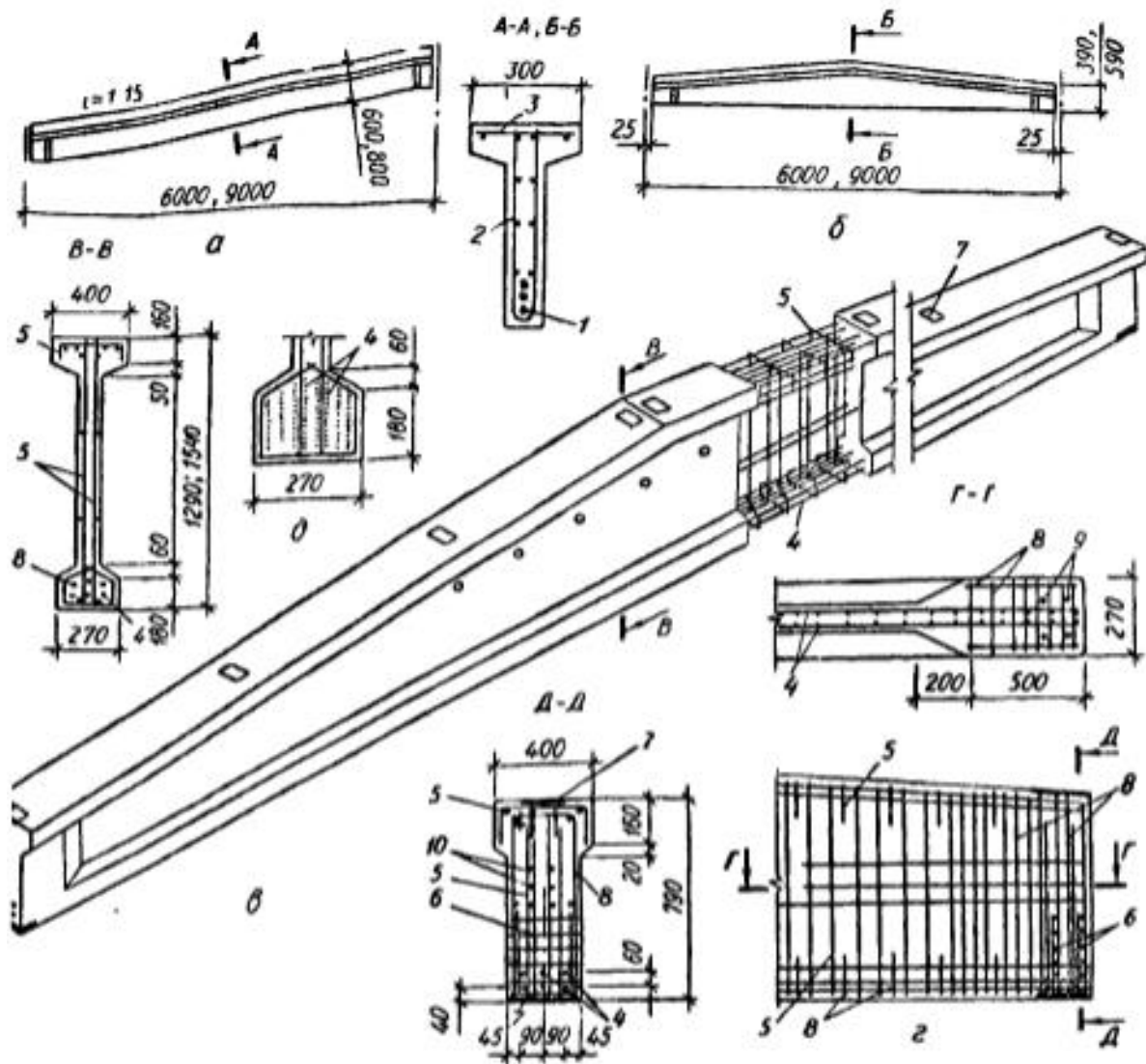


Рисунок 3.17 – Балки покриття з ненапруженою і напруженою арматурою:

- а – односхила; б – двосхила; в – попередньо напружена двосхила балка покриття; г – армування опорного вузла;
- д – варіант армування дротом  $\varnothing 5\text{Вр}1400$ ;
- 1 – пакет арматурних стрижнів; 2 – гнута зварна сітка; 3 – каркас полиці;
- 4 – попередньо напружена арматура; 5 – зварний каркас; 6 – зварні сітки на опорі; 7 – закладна деталь; 8 – хомути; 9 – анкерні стрижні закладної деталі; 10 – окремі стрижні  $\varnothing 10\text{А}400\text{С}$

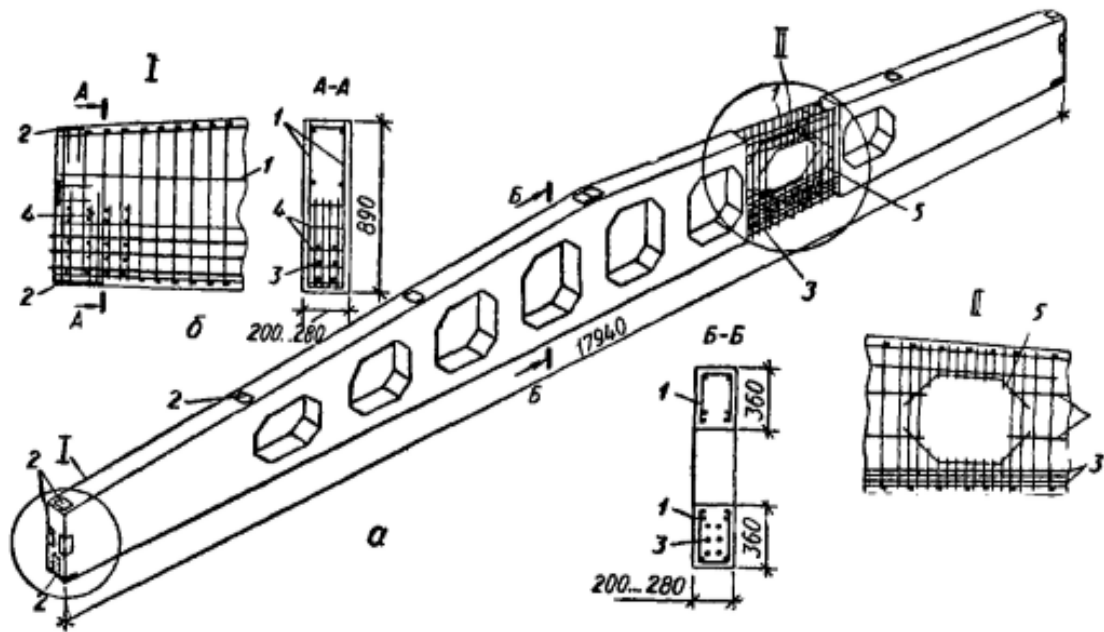


Рисунок 3.18 – Попередньо напружена двосхила гратчаста балка покриття з постійним ухилом верхнього поясу:

1 – зварний каркас; 2 – закладна деталь; 3 – попередньо напружувана арматура; 4 – сітка; 5 – додатковий стрижень

*Кровляні балки з паралельними поясами під час застосування в будівництві поступаються місцем перед двосхилими, оскільки приводять до перевитрат бетону (найбільша висота перерізу потрібна тільки в середині прольоту). Крім того, двосхила балка зручніша під час виготовлення покрівель за ознакою відведення дощових вод із покриття. Щоб зменшити відмічений недолік балок із паралельними поясами, виготовляють балки з ламаним нижнім поясом).*

Кровляні балки для перекриття прольотів 6 м і 9 м виготовляють із тавровим поперечним перерізом, а для перекриття прольотів 12 м і 18 м – двотавровими. Висота перерізів береться в межах  $1/10 \dots 1/15$  прольоту. На опорі висота балки складає 790 мм, 890 мм. Ширина верхнього поясу для забезпечення умов опирання плит покриття береться  $1/50 \dots 1/60$  прольоту – 200–400 мм. Ширина нижнього поясу зазвичай складає 250–300 мм і визначається вимогами розташування тут розтягнутої арматури, міцністю бетону на дію зусиль обтиснення попередньо напруженою арматурою, умовами опирання на колони. Товщина стінки посередині балки коливається в межах 60–80 мм і обирається відповідно до умов технології виготовлення балки і розташування в ній поперечної арматури. Товщина стінки балки біля опор визначається умовами її міцності на дію головних напружень стиску в смузі між похилими тріщинами. Виготовляють

балки зі звичайного важкого бетону класу C20/25...C40/50, та з бетону класу C20/25...C32/40 на поруватих заповнювачах.

*Армування балок* прольотами 12 м, 18 м здійснюють попередньо напруженою стрижневою арматурою класу A600, A800, A1000, високоміцним дротом класу Bp1200 діаметром 5 мм або канатами класу K1400. Натягування арматури здійснюють на упори. Стінки балки армують зварними каркасами, в яких поперечні робочі стрижні з арматури класу A500C, а монтажні – з арматури класу A240C або дроту Bp-I (B500). Поперечну стрижневу арматуру класу A500C розраховують на дію поперечної сили  $V$ .

У верхньому поясі розташовують зварні каркаси із поздовжніх стрижнів класу A500C і поперечних – із дроту класу Bp-I. Нижній пояс армується хомутами із арматури класу A240C або Bp-I. Опорні частини балок, із метою запобігання утворенню поздовжніх тріщин під час їх обтиснення попередньо напруженою поздовжньою арматурою, армують додатково поперечними сітками і вертикальними стрижнями, привареними до закладних опорних металевих деталей. Поперечні сітки також поліпшують анкерування напруженої арматури у приопорній ділянці.

У окремих випадках верхній пояс балок також армують попередньо напруженою арматурою. Це переважно здійснюють тоді, коли в ньому можуть з'явитись тріщини від зусиль розтягу, які виникають у момент передачі на балку зусилля обтиснення попередньо напруженою арматурою в нижньому поясі. У верхньому поясі балок передбачено встановлення закладних деталей для закріплення плит покриття.

*Статичний розрахунок* кроквяних балок покриттів виконується як розрахунок звичайних однопролітних балок, шарнірно опертих із двох кінців. Їхній розрахунковий проліт береться рівним відстані між лініями дії опорних реакцій. Навантаження на балки з плит через ребра передається у вигляді зосереджених зусиль.

Якщо кількість таких зусиль більше за п'ять, то навантаження з плит на балку приводять до еквівалентного, рівномірно розподіленого. Крім того, на балку також діє рівномірно розподілене навантаження від маси балки. Оскільки у двосхилих кроквяних балках висота поперечного перерізу змінна, – збільшується від опори до середини прольоту, – то в розрахунках міцності таких балок зі схилом 1 : 12 небезпечним буде переріз не посередині балки, а на деякій відстані  $x$  від опори (рис. 3.9). Це пояснюється тим, що швидкість зростання внутрішнього моменту  $M_u$

менша, ніж швидкість зростання згинального моменту  $M_q$ . Для розглянутого типу балок найбільш небезпечний переріз знаходиться на відстані  $x = 0,37 \cdot l$  від опори.

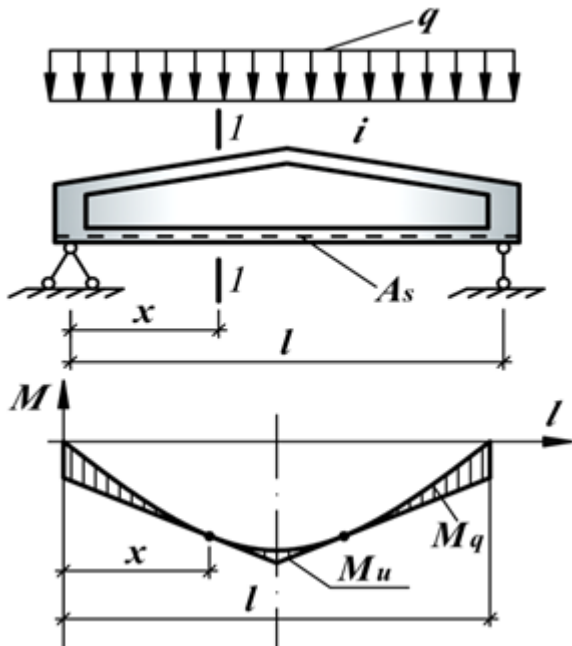


Рисунок 3.19 – Схема до статичного розрахунку балок покриттів:  
 $M_q$  – епюра згинальних моментів від навантаження  $q$ ;  $M_u$  – епюра внутрішніх згинальних моментів балки

Якщо конструкцією будівлі передбачено світлові ліхтарі, то розрахунковим у балці може виявитись переріз під ліхтарним стояком.

### 3.9 Залізобетонні кроквяні ферми

Залізобетонні кроквяні ферми покриттів, як і залізобетонні кроквяні балки, – це горизонтальні несучі елементи поперечних рам каркасів, які сприймають навантаження від панелей покриття і передають його на опори (колони). Ферми застосовують як складові збірні елементи покриттів одноповерхових виробничих будівель, в яких координаційна сітка колон каркасу має прольоти 18 м, 24 м, 30 м, а крок – 6 м і 12 м.

Ферми можуть бути використані в будівлях і з більшими прольотами, але в таких випадках це обґрунтовується спеціально, оскільки ферми з прольотами, більшими за 30 м, важкі, трудомісткі в монтажі, незручні під час транспортування. Залежно від профілю покрівлі ферми поділяються на: *сегментні* розкісні з верхнім ламаним або криволінійним поясом (рис. 3.20, а); *аркові* розкісні з рідкою решіткою (рис. 3.20, б) або *безрозкісні* з жорсткими вузлами (рис. 3.20, в); з *паралельними поясами* або *двосхилі* розкісні (рис. 3.20, г) або безрозкісні; *трикутні* розкісні або безрозкісні.

*Сегментні* ферми (рис. 3.20, 3.21) найбільше поширилися в

будівництві, що пояснюється їх економічністю за витратами бетону і арматурної сталі. Зусилля вздовж поясів таких ферм змінюються мало, а в елементах решітки вони невеликі, оскільки обриси верхнього поясу майже співпадають з кривою епюри тиску. Невелика висота опорних частин цих ферм дозволяє зменшувати висоту стін і загальну довжину елементів решітки.

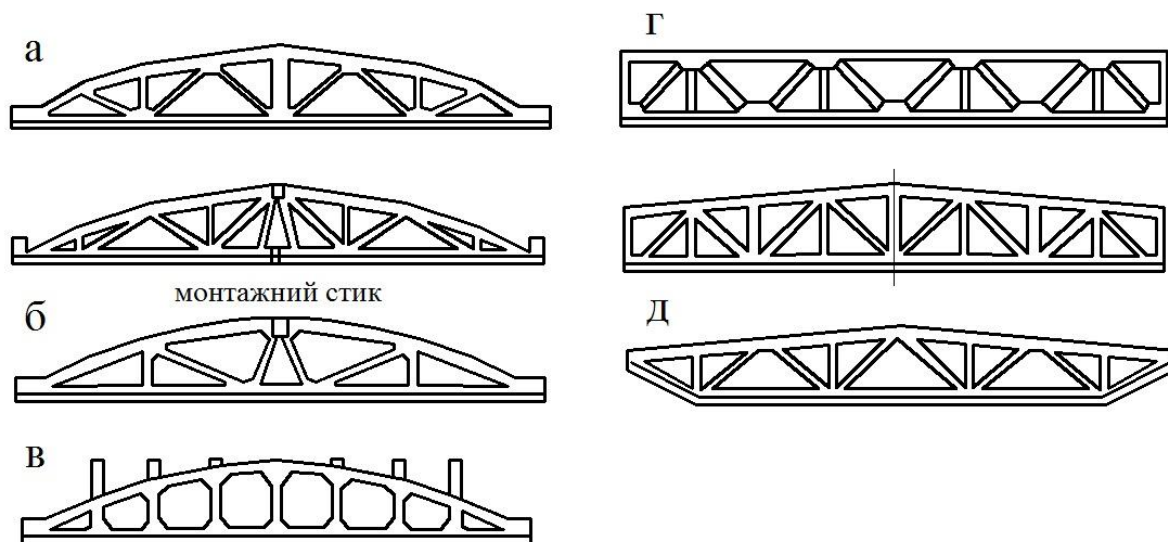


Рисунок 3.20 – Конструктивні схеми залізобетонних ферм

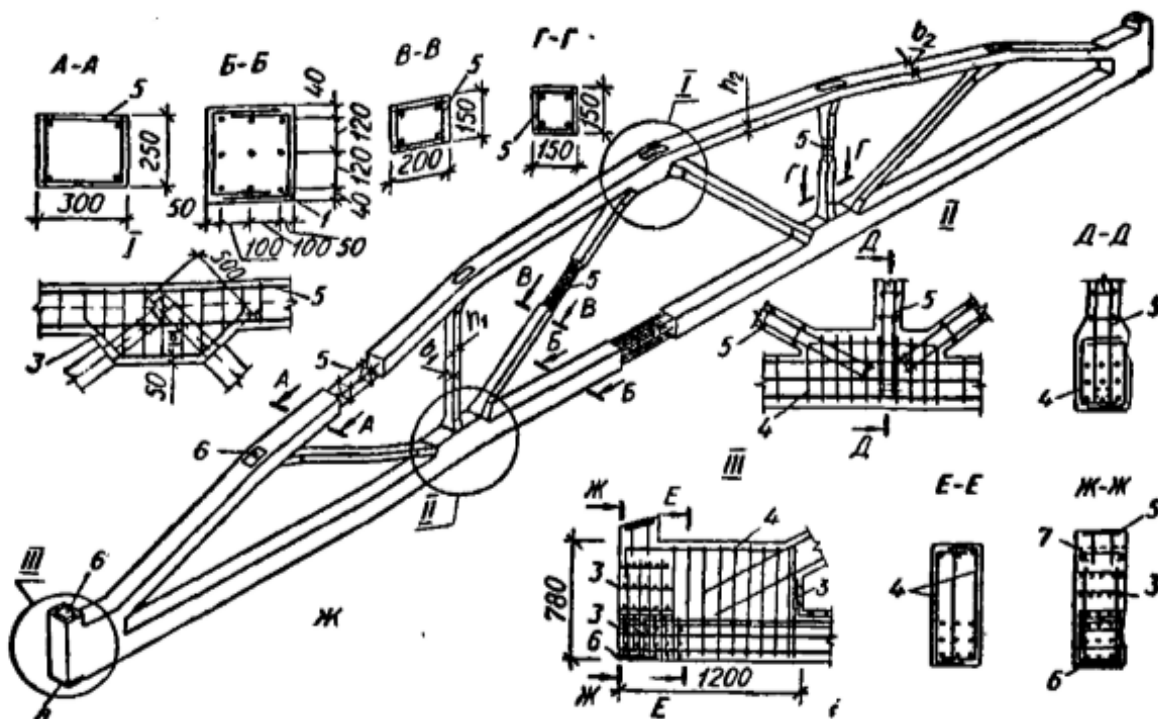


Рисунок 3.21 – Конструкція сегментної ферми:

- 1 – напружена арматура; 2 – монтажний стик; 3 – зварна сітка;
- 4 – зварний каркас; 5 – зварний просторовий каркас; 6 – закладна деталь;
- 7 – шпилька  $\varnothing 6$  А240С

До недоліків сегментних ферм належить те, що вони призводять до підвищеної трудомісткості робіт під час виготовлення покрівель зі схилами.

Аркові безрозкісні ферми (рис. 3.20, 3.22) від інших вигідно відрізняються простотою і зручністю виготовлення як у вертикальному, так і горизонтальному положеннях. Цей тип ферм доцільно застосовувати в будівлях, технологія виробництва яких насичена підвісним транспортним обладнанням або міжфермовий простір яких можна використовувати для розміщення комунікацій і технічних поверхів. Такі ферми зі встановленням додаткових стояків на верхньому поясі можна застосовувати для влаштування плоских покрівель. Недоліком аркових безрозкісних ферм є те, що в місцях поєднань стояків із поясами виникають згинальні моменти. Це призводить до додаткових витрат арматури і подорожчання ферм.

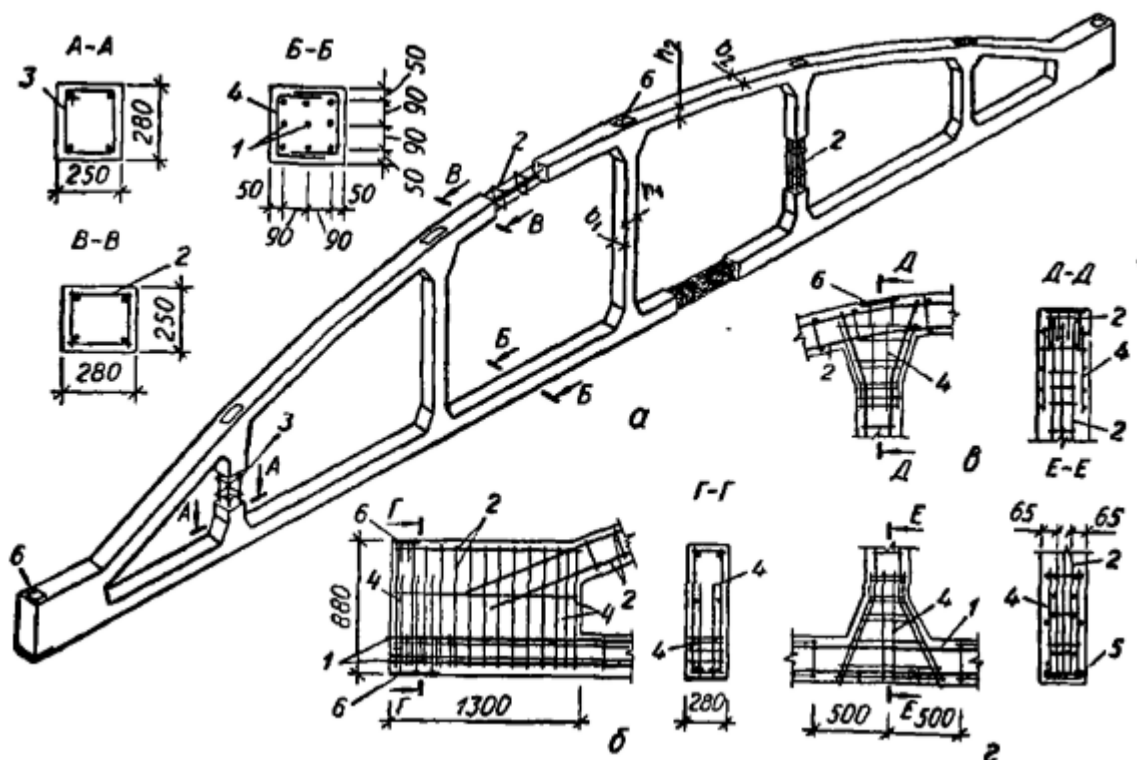


Рисунок 3.22 – Безрозкісна ферма:

- а – конструкція; б, в, г – армування опорно вузла, верхнього вузла, нижнього вузла; 1 – попередньо напружена арматура; 2 – зварний каркас; 3 – в’язаний каркас; 4 – сітка; 5 – шпилька  $\varnothing 6$  A240C; 6 – закладна деталь

Аркові розкісні ферми (рис. 3.20, б), на відміну від усіх інших, дозволяють передавати навантаження від плит покриття на верхній пояс між вузлами. Це уможлиблюється тому, що згинальні додатні моменти  $M_{Ed,P}$ , які виникають від вертикального позавузлового прикладення навантаження  $P$ , зменшуються за рахунок від’ємних згинальних моментів

$M_{Ed,N}$ , спричинених у верхньому поясі дією позacentрово прикладених поздовжніх зусиль стиску  $N$  (рис. 3.23).

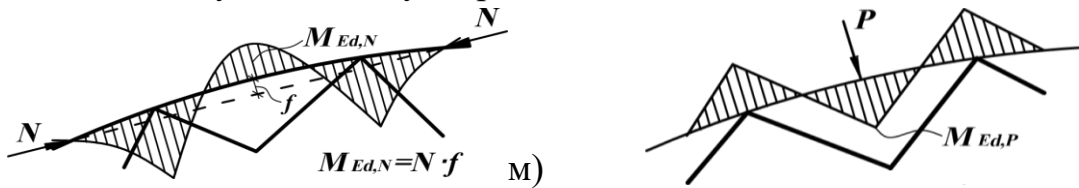


Рисунок 3.23 – Епюри згинальних моментів у верхньому поясі ферми

Аркові ферми з прольотами, більшими за 30 м, більш економічні ніж сегментні.

Залізобетонні ферми з паралельними поясами як розкісні, так і безрозкісні, застосовують насамперед у будівлях, покрівлі яких запроєктовані плоскими. Але цим фермам властиві значні недоліки. Так, за витратами бетону вони менш економічні, ніж сегментні і мають велику висоту на опорі, що потребує для їхньої стійкості додатково встановлювати вертикальні в'язі в площині опорних стояків. Велика висота на опорі призводить також до збільшення висоти зовнішніх стін. Техніко-економічні показники розкісних ферм із паралельними поясами запропоновано покращувати шляхом відведення частини попередньо напруженої арматури з нижнього поясу в розтягнуті розкоси.

Трикутні ферми належать до найбільш неекономічних через великі витрати матеріалів і значну висоту. Але, не дивлячись на це, їх можна з успіхом застосувати в одноповерхових будівлях, де покрівля виготовляється з профільованих тонкостінних листів (асбестоцементних, металевих тощо), які потребують значних ухилів.

За способом виготовлення ферми бувають двох типів: із закладною решіткою і суцільнозabetоновані. Під час виготовлення ферм за першим способом попередньо виготовлені розкоси і стояки закладають в загальну форму, а тоді бетонують вузли і верхній та нижній пояси. За другого способу виготовлення ферм – усі елементи ферм бетонуються одночасно в одній формі. Перший спосіб більш економічний, оскільки під час його застосування елементи решітки можна виготовляти із бетонів нижчих класів і меншими за поперечними перерізами, ніж пояси.

Ферми можуть виготовлятися із двох відправних частин, які на будівельному майданчику об'єднуються зварюванням у стиках (рис. 3.20, б). Але такі ферми під час експлуатації менш надійні в роботі на динамічні навантаження і дорожчі від суцільнозabetонованих на 10–15 %. Цей спосіб для виготовлення ферм застосовують тоді, коли їх довжина

складає 30 м і більше, а транспортування веде до значних ускладнень.

Під час проектування ферм їхню висоту посередині прольоту обирають у межах  $1/8$ – $1/10$  прольоту. Розміри поперечних перерізів окремих елементів ферми повинні бути розраховані на сприйняття зусиль, які в них діють, а також повинні відповідати конструктивним вимогам. Ширина перерізів поясів ферм із прольотами 18 м і 24 м із кроком 6 м обирається 200–300 мм, а з кроком 12 м – 250–350 мм. Висота перерізів верхнього поясу в типових конструкціях складає 200–350 мм, нижнього – 220–380 мм залежно від кроку ферм. Розміри перерізу елементів решітки конструюють залежно від способу виготовлення ферм.

Для виготовлення ферм застосовують бетон класів С25/30...С40/50.

Армування нижнього поясу ферм здійснюється попередньо напруженою стрижневою арматурою класів А600, А800, А1000, канатами класів К1400 та дротяною арматурою класу Вр1200, Вр1300. Уся поздовжня арматура в нижньому поясі обрамляється поперечними хомутами з дроту класу Вр-І із кроком 500 мм. Створення попереднього напруження зазвичай здійснюють натягуванням арматури на упори. Перерізи верхнього пояса, розкосів та стояків армують зварними каркасами з поздовжніх стрижнів класу А500С та поперечних стрижнів із дроту класу Вр-І.

Вузли з'єднань елементів решітки із поясами армують в'язаними або зварними сітками зі стрижнів класу А500С. Особлива увага приділяється армуванню вузлів, у яких кількість арматури визначається згідно з розрахунками на сприйняття зусиль, що тут діють. Для армування вузлів застосовують суцільно гнуті контурні стрижні діаметром 10–18 мм, а вертикальні поперечні стрижні застосовують діаметром 6–10 мм з кроком 100 мм.

Арматурні стрижні розкосів та стояків із метою надійного анкерування заводять у вузли, попередньо приваривши на кінцях розтягнутих стрижнів анкери. Надійність анкерування перевіряють розрахунками. В опорному вузлі, для забезпечення сприйняття ним зусиль обтиснення та поперечних сил, установлюють поперечні стрижні, об'єднані контурними стрижнями в плоскі каркаси. Плоскі каркаси в кожному вузлі об'єднують у просторові.

В опорному вузлі також установлюються сітки, призначення яких – запобігати виникненню поздовжніх тріщин від дії зусиль обтиснення та покращувати умови анкерування попередньо напруженої арматури. Окрім того, появу таких тріщин відвертають також вертикальні стрижні,

приварені до закладних опорних пластин. Розкриття тріщин, які можуть виникнути в місцях з'єднання нижнього поясу з верхнім, обмежують за рахунок встановлення додаткових сіток, які розміщують у вутах – розширеній ділянці поєднання елементів ферми.

Арматура всіх елементів решітки повинна бути заведена в пояси і надійно заанкерована.

*Статичний розрахунок* ферм виконують на дію *постійних* (від маси покриття та ферми) і *тимчасових* (від маси снігу, підвісного обладнання) навантажень. Навантаження від маси покриття, ферми та снігу прикладають у вузлах верхнього поясу, а від підвісного обладнання у вузлах нижнього поясу у вигляді зосереджених сил. Зусилля в елементах ферми визначають у разі комбінацій нерівномірного завантаження снігом біля ліхтарів і по всьому покриттю, зокрема розглядається завантаження снігом і підвісним обладнанням тільки однієї половини ферми.

Для розкісних ферм у розрахункових схемах обирають ферми з шарнірним з'єднанням елементів у вузлах; для безрозкісних ферм з'єднання у вузлах обирають жорстким. Ферми за другою схемою розраховують приблизним або точним методом на ЕОМ як статично невизначені рами із замкненим контуром.

Розрахунок ферм виконують також на зусилля, які виникають під час їх виготовлення, транспортування та монтажу.

Верхній пояс розкісної ферми розраховують як позацентрово стиснутий елемент, а нижній пояс розраховують на центральне розтягнення. Елементи решітки, в яких діє зусилля стиску, розраховують як позацентрово стиснуті елементи, а елементи решітки, в яких діє зусилля розтягу, розраховують як центральне розтягнуті. Для безрозкісних ферм, а також для випадків позавузлового завантаження, верхній пояс розраховують як стиснутий елемент із розрахунковим ексцентриситетом, а нижній пояс – як позацентрово розтягнутий.

У безрозкісних фермах елементи решітки розраховують на позацентровий стиск, у разі дії в них зусиль стиску, або позацентровий розтяг, якщо в них діють зусилля розтягу.

Розрахунок стиснутих розкосів і стояків виконують як у площині, так і з площини ферми.

Розрахункову довжину елементів обирають (0,8–0,9) відстані між центрами вузлів їх закріплення. Розрахунок нижнього поясу і розтягнутих розкосів виконують на утворення, розкриття і закриття тріщин, залежно від вимог до тріщиностійкості з урахуванням жорсткості вузлів ферми.

Вузли ферм розраховують окремо.

Заслугують окремої уваги підкрівляні ферми (рис. 3.24, 3.25) які дуже широко використовувались і використовуються в теперішній час.

Ці конструкції застосовують із кроком кроквяних конструкцій 6 м і колон – 12 м.



Рисунок 3.24 – Підкрівляні ферми:  
а – за серією ПК-01-110/68; б – за серією ПП-01-04/68 (вип. I)

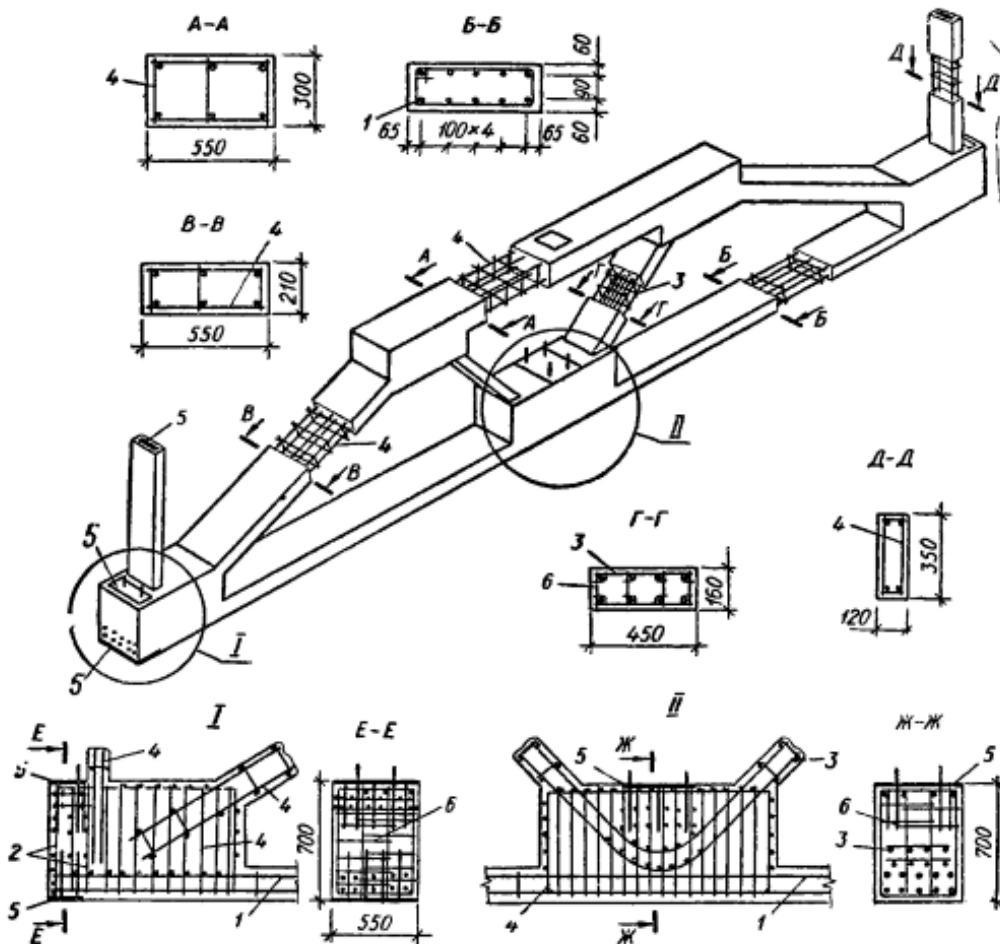


Рисунок 3.25 – Підкрівляна ферма прольотом 12 м із нижнім прямолінійним поясом;  
1 – напружена арматура; 2 – зварна сітка; 3 – зварний каркас;  
4 – зварний просторовий каркас; 5 – закладна деталь; 6 – шпилька

Підкроквяні ферми кріплять до колон зварюванням закладних деталей, а кроквяні конструкції до підкроквяних – анкерними болтами та монтажними зварними швами в місці опирання і вгорі.

Підкроквяні ферми прольотом 12 м мають трапецевату форму. Кроквяні ферми спираються на вузол нижнього поясу підкроквяної ферми, де сходяться розтягнуті розкоси. Поперечні перерізи елементів підкроквяної ферми прямокутні. Армують їх подібно до кроквяних ферм. Нижній пояс армують попередньо напруженою арматурою класів А600, А800, А1000, Вр1200 та К1500. Щоб забезпечити надійність стрижневої арматури розтягнутих розкосів, її анкерують одночасно для двох розкосів із вигином у нижньому вузлі (рис. 3.25, П).

Зусилля в елементах підкроквяних ферм визначають з урахуванням жорсткості вузлів від зосередженого навантаження, прикладеного в нижньому середньому вузлі (від реакції кроквяних ферм), і навантаження від крайньої низки плит, що спираються на верхній пояс ферми.

### 3.10 Залізобетонні кроквяні арки

Під *аркою* розуміють великопрольотну будівельну конструкцію у вигляді вигнутого в бік прикладеного навантаження криволінійного бруса, горизонтальне переміщення опор якого обмежене. Арки переважно працюють на стиск, що спричинено наявністю розпорів. Тому застосування арок в одноповерхових виробничих будівлях із прольотами понад 30 м порівняно з фермами є економічнішим.

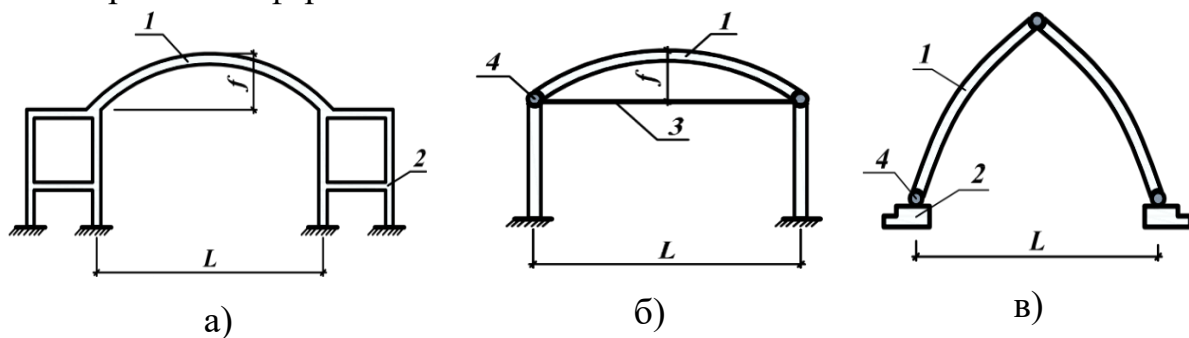


Рисунок 3.26 – Конструкції арок покриттів:

а – безшарнірна арка; б – двошарнірна арка з затяжкою; в – тришарнірна арка без затяжки; 1 – арка; 2 – опора; 3 – затяжка (стягель); 4 – шарнір

Залізобетонні кроквяні арки поділяються на *безшарнірні, двошарнірні і тришарнірні* (рис. 3.26, а, б, в). Найбільшого розповсюдження набули двошарнірні пологі арки із затяжкою зі стрілою підйому  $f = (1/8...1/6)L$  (рис. 4.18, б, г). У будівлях зі значними прольотами і можливим

зміщенням опор у горизонтальному і вертикальному напрямках застосовують тришарнірні арки, оскільки в цих арках зміщення опор незначно відбивається на зусилля в перерізах.

Двошарнірні арки переважно застосовують там, де можуть виникати вертикальні переміщення опор за незначних горизонтальних. У безшарнірних арках зміщення опор у будь-якому напрямку викликає значні додаткові зусилля, тому цей тип арок застосовується тільки з незначним переміщенням опор.

Найбільш раціональним обрисом арки є квадратна парабола, що визначається за формулою

$$y = 4 \cdot f \cdot x \cdot (L - x) / L^2, \quad (3.24)$$

оскільки вона у разі рівномірно розподіленого навантаження співпадає з кривою тиску. Але навіть за такої форми арок уникнути згинальних моментів у її перерізах повністю не вдається, оскільки вони часто є причиною одностороннього завантаження, процесів усадки і повзучості бетону. Тому обрис арки обирається таким, за якого згинальні моменти будуть якнайменші, а виготовлення конструкції не виявиться складним. Зазвичай пологі двошарнірні арки із затяжкою обирають за обрисом у вигляді дуги кола з прямокутним або двотавровим поперечним перерізом розмірами  $h = (1/30 - 1/50) L$ ,  $b_{eff} = (0,4 - 0,5) h$ .

Залізобетонні арки можуть бути збірними або монолітними. Виготовляють їх з бетону класів С25/30...С40/50. Збірні арки складаються з окремих блоків (рис. 3.27) довжиною 6 м кожний. З'єднання блоків здійснюють за допомогою зварювання випусків поздовжньої арматури з наступним старанним замонолічуванням стиків дрібнозернистим бетоном. Залізобетонні плити до арок прикріплюють за допомогою зварювання закладних деталей. Плити слугують також горизонтальними в'язями. Затяжки арок виготовляють попередньо напруженими з високоміцного дроту класу Вр1200... Вр1500 та канатів класу К1400, К1500. З метою запобігання провисанню затяжок установлюють підвіски з кроком 6 м.

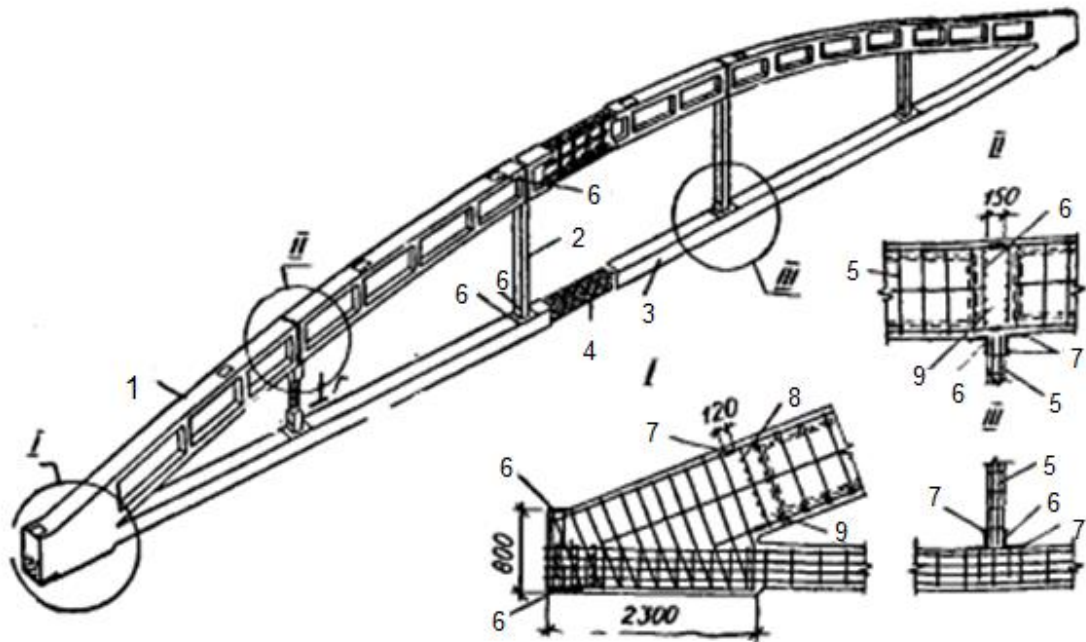


Рисунок 3.27 – Залізобетонна арка:

1 – збірний елемент арки; 2 – почіпка; 3 – стягель; 4 – напружувана арматура;  
 5 – зварний каркас; 6 – закладна деталь; 7 – зварювання;  
 8 – сітка; 9 – бетон замонолічування

*Армування* поперечних перерізів арок, з метою сприйняття моментів різних знаків, здійснюють симетрично поздовжньою стрижневою арматурою класу А500С. Для поперечного армування застосовується арматура класу А240С і Вр-І, оскільки поперечні сили незначні.

*Розрахунок арок* здійснюють у два етапи. На першому – визначають розпір з урахуванням деформацій елементів конструкцій. Наприклад, для пологої залізобетонної арки, яка має переріз сталої величини і за обрисом описується дугою кола або квадратної параболи, значення розпору за рівномірного її завантаження навантаженням  $q$ , визначається за такою формулою:

$$H = kqL^2 / 8f, \quad (3.25)$$

де  $k$  – коефіцієнт, який враховує вплив пружного обтиснення арки на розпір (попередньо обирають  $k = 0,9$ ).

На другому етапі, використовуючи обчислене значення  $H$ , визначають відповідно до розрахункової схеми (рис. 3.28) розрахункові зусилля в перерізах арки за такими формулами:

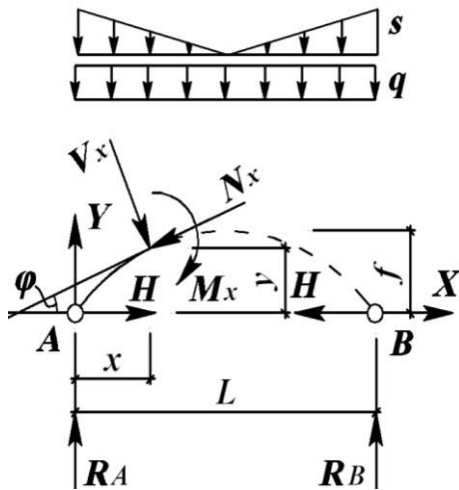


Рисунок 3.28 – Розрахункова схема арки

$$M_x = M_{0x} - Hy, \quad (3.26)$$

$$N_x = H \cos \varphi + V_{0x} \sin \varphi, \quad (3.27)$$

$$V_x = V_{0x} \cos \varphi - H \sin \varphi, \quad (3.28)$$

де  $M_x$ ,  $N_x$ ,  $V_x$  – відповідно згинальний момент, поздовжня і поперечна сили, які діють у перерізах арки з координатами  $x$ ,  $y$ ;

$M_{0x}$ ,  $V_{0x}$  – зусилля для вільноопертої балки в перерізі з абсцисою  $x$ ;  $\varphi$  – кут між дотичною до осі арки в цьому перерізі та горизонтальною прямою.

Зусилля в перерізах арки визначають на дію постійних  $g$  (від маси арки і маси покриття) і тимчасових  $v$  (від маси снігу і підвісного обладнання) навантажень у різних комбінаціях. Варіанти найбільш небезпечних навантажень від маси снігу обирають залежно від обрисів арки відповідно до норм [4]. Часто такими варіантами є суцільні навантаження по всьому прольоту арки та однобічне на половині прольоту.

Для арок із великими прольотами визначають зусилля, що викликані усадкою та повзучістю бетону.

Арки з великими значеннями стріли підйому  $f$  розраховують на дію вітрового тиску. Визначені зусилля від різних навантажень зводять у таблицю, за якою встановлюють максимальні і мінімальні розрахункові сполучення в перерізах. На ці зусилля підбирають площу поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури арки як для позацентрово стиснутих елементів. Розрахункову довжину елементів для двохарнірних арок обирають рівною  $0,54l$ , для тришарнірних арок –  $0,59l$ , для безшарнірних –  $0,36l$  ( $l$  – довжина дуги арки).

Затяжку розраховують на міцність і тріщиностійкість як центрально розтягнутого елемента. При цьому не враховують дію згинальних моментів від власної ваги затяжки.

Підвіски розраховують на центральний розтяг, спричинений дією навантаження від маси затяжки та підвісного обладнання.

Опорний вузол арки розраховують аналогічно до розрахунку опорного вузла ферми.

### 3.11 Тришарнірні рами

Тришарнірні рами у будівництві застосовують у спорудженні будівель, призначених переважно для сільськогосподарського виробництва. Рами виконують із прольотами 12 м, 18 м і 21 м у вигляді двох збірних напіврам (рис. 3.29). Найпоширенішими є рами, що складаються з двох Г-подібних напіврам, шарнірно з'єднаних із фундаментами та у гребеневому вузлі між собою. Установлюють рами з кроком 3 м, 4,5 м та 6 м під покриття як із залізобетонних плит, так і під покриття із полегшених склопластикових або азбоцементних плит.

Тришарнірні рами мають значні переваги порівняно зі звичайними стояково-балковими рамами – за рахунок жорсткого з'єднання ригеля рами зі стояком та ламаного його окреслення згинальні моменти у ригелі від дії зовнішнього навантаження значно менші, ніж у вільно опертих балках. А це дозволяє проєктувати перерізи ригелів рам меншими і таким чином економити арматуру і бетон.

Застосовують тришарнірні рами із суцільних і складених напіврам. Складені напіврами містять два елементи – ригель і стояк, що з'єднуються у місці розташування жорсткого вузла. Це спрощує технологію виготовлення і транспортування напіврам, але приводить до більших витрат металу, збільшення трудомісткості у монтажі, застосування додаткових заходів антикорозійного захисту металу в місці з'єднання ригеля зі стояком.

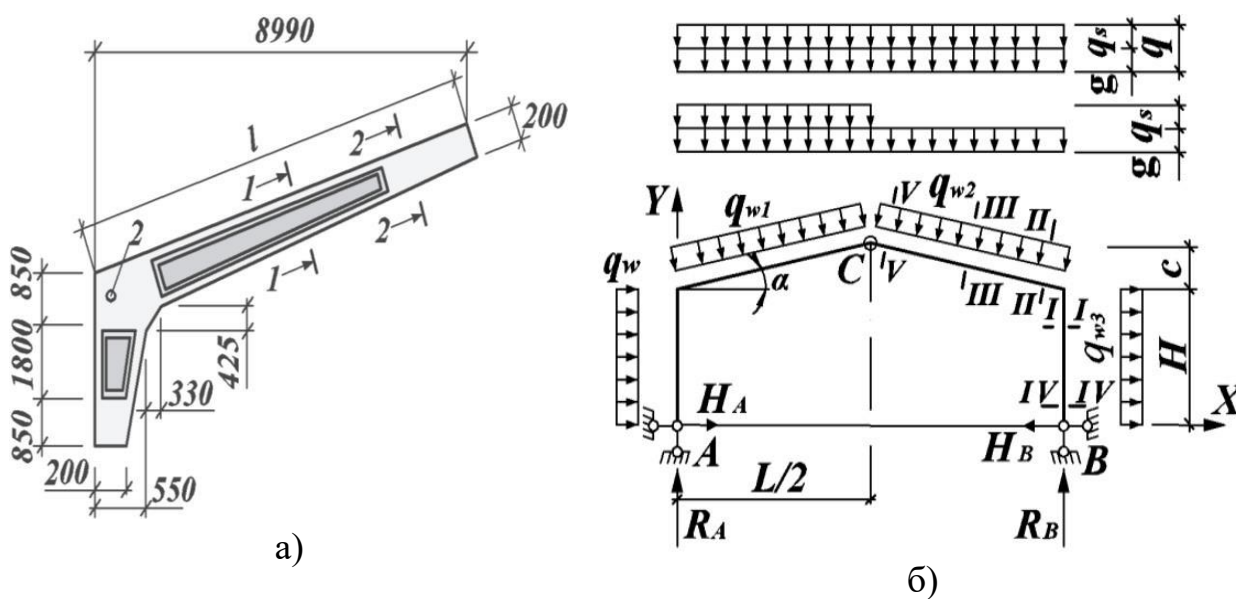
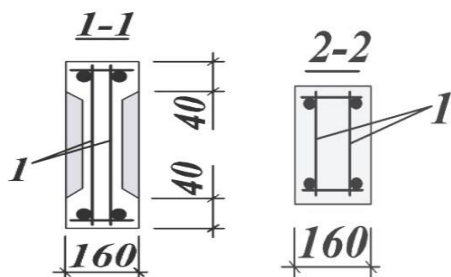


Рисунок 3.29 – Тришарнірна рама: а – збірна напіврама; б – розрахункова схема рами; 1 – зварні каркаси; 2 – монтажний отвір



Продовження рисунка 3.29

Збірні елементи напіврам між собою близькі за розмірами. Поперечні перерізи стояків та ригелів бувають прямокутні, таврові та двотаврові. Два останні види перерізів дозволяють додатково економити бетон, але ускладнюють виготовлення напіврам, через що широко не розповсюдилися.

У тришарнірних рамах розпір сприймається фундаментами, серед яких широкого застосування набули пірамідальні палі. Для виготовлення напіврам зазвичай застосовують важкий бетон класів С16/20...С25/30.

Армування напіврам здійснюють зварними каркасами зі сталі класу А500С. Їх також доцільно армувати дротяною та канатною напруженою арматурою, якщо напіврами виготовляються на спеціалізованих заводах.

Особлива увага приділяється армуванню вузлів з'єднання ригеля зі стояком. Верхні розтягнуті стрижні у цьому вузлі згинають по дузі кола з радіусом не менше ніж  $15\varnothing$ , надійно заанкерують у бетоні стиснутої зони і приварюють до закладних деталей. Поперечні стрижні ригелів установлюють із кроком  $10\varnothing$  ( $\varnothing$  – діаметр поздовжніх стрижнів). Щоб запобігти появі концентрації напружень стиску у вузлі поєднання ригеля зі стояком, із внутрішньої сторони жорсткого вузла рами влаштовують вут.

Будівлі, споруджені і з застосуванням тришарнірних рам, за витратами бетону та арматури є більш економічними порівняно з будівлями, в каркасах яких застосовані залізобетонні або сталезалізобетонні кроквяні ферми.

Розрахунок тришарнірних рам здійснюють за двома схемами навантажень (рис. 3.29, б). Перша схема враховує завантаження рами навантаженнями від її маси і маси покриття ( $g$ ), від тиску вітру ( $q_w$ ), а також від маси снігу ( $q_s$ ) уздовж всього прольоту. За другою схемою прикладаються навантаження від маси рами, покриття ( $g$ ) та тиску вітру ( $q_w$ ) так само, як і за першою схемою, а навантаження від маси снігу ( $q_s$ ) розглядається тільки на одній з напіврам.

Як за першою, так і за другою схемами завантаження вертикальні складові опорних реакцій  $R_A$  і  $R_B$  визначають з умови рівноваги моментів

усіх сил відносно шарнірних опор  $A$  і  $B$  ( $\sum M_A = 0$ ,  $\sum M_B = 0$ ). Розпір рами визначають з умови рівноваги моментів усіх сил, які діють на кожну із напіврам (праву або ліву) відносно замкового шарніра ( $\sum M_C = 0$ ).

Після визначення опорних реакцій від усіх навантажень будують епюри згинальних моментів  $M$ , поздовжніх  $N$  і поперечних  $V$  сил. Потім будують їх обвідні епюри.

Несучу здатність напіврам у поперечних перерізах розраховують на позацентровий стиск від дії максимального від'ємного згинального моменту (зліва і справа від жорсткого вузла у перерізах I–I, II–II), максимального додатного згинального моменту в ригелі (переріз III–III) і поблизу опорного та замкового вузлів (перерізи V–V, IV–IV). У результаті розрахунків одержують необхідну площу поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури для армування перерізів піврам. Розрахункову довжину  $l_0$  елементів піврам, для урахування поздовжнього згинання на їх несучу здатність, норми не регламентують. Тому точний їхній розрахунок рекомендується здійснювати на ЕОМ за деформованою схемою. Щоб частково уникнути цієї прогалини, достатню стійкість позацентрово стиснутих напівригелів зі своєї площини забезпечують надійним закріпленням до них плит.

Площу поперечної арматури визначають із розрахунків міцності напіврам у похилих перерізах біля опори, жорсткого вузла і замкового шарніра, де діють максимальні поперечні сили або висота чи товщина перерізу мають найменші значення.

Тришарнірні рами розраховують за граничними станами другої групи з метою визначення ширини розкриття тріщин у вказаних вище розрахункових нормальних і похилих перерізах (I–I та V–V). Також визначають прогин рами на рівні замкового шарніра. Цей розрахунок згідно з нормами здійснюють зазвичай на ЕОМ.

### 3.12 Плити покриттів

Для безпрогінної системи покриттів застосовують переважно ребруваті збірні залізобетонні П-подібні плити (рис. 3.30), двоконсольні плити типу 2Т (рис. 3.31), плити «на проліт» та плити типу КЖС (рис. 3.32).

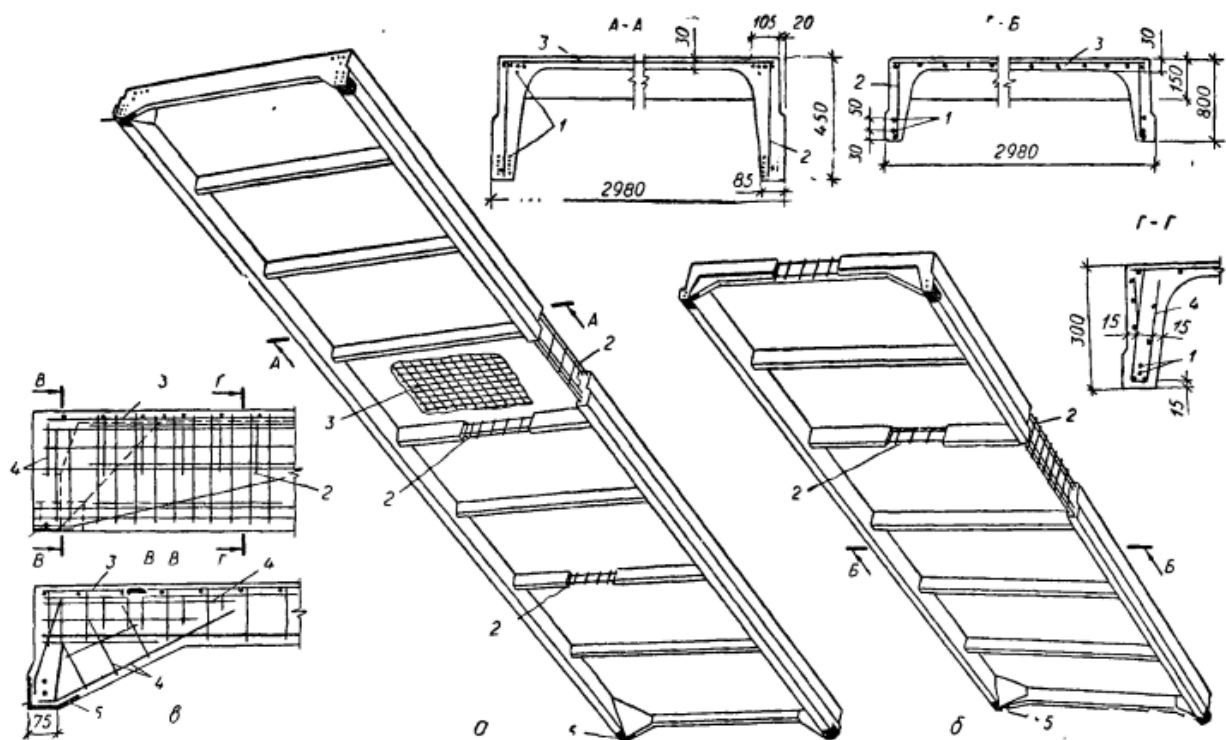


Рисунок 3.30 – Плити покриття шириною 3 м:

а – загальний вигляд плити довжиною 12 м; б – загальний вигляд плити довжиною 6 м; в – армування опорного вузла; 1 – попередньо напружена арматура; 2 – зварний каркас; 3 – плоска сітка; 4 – додаткова сітка в опорному вузлі; 5 – закладна деталь

Плити покриттів сприймають навантаження від маси покрівлі, снігу, вентиляційного та іншого обладнання, від підвісного транспорту і передають його на кроквяні (підкроквяні) конструкції або стіни. Вони забезпечують стійкість верхніх стиснутих поясів ферм і кроквяних балок у площині покриттів, а також передають навантаження від тиску вітру з торців будівлі на поздовжні низки колон каркасів.

*Ребруваті П-подібні плити* виготовляють розмірами 1,5 м × 6 м; 3 м × 6 м; 1,5 м × 12 м; 3 м × 12 м. Плити шириною 1,5 м використовують як добірні в місцях перепадів покриттів, біля ліхтарів, у районах зі сніговим навантаженням понад 1,5 кПа.

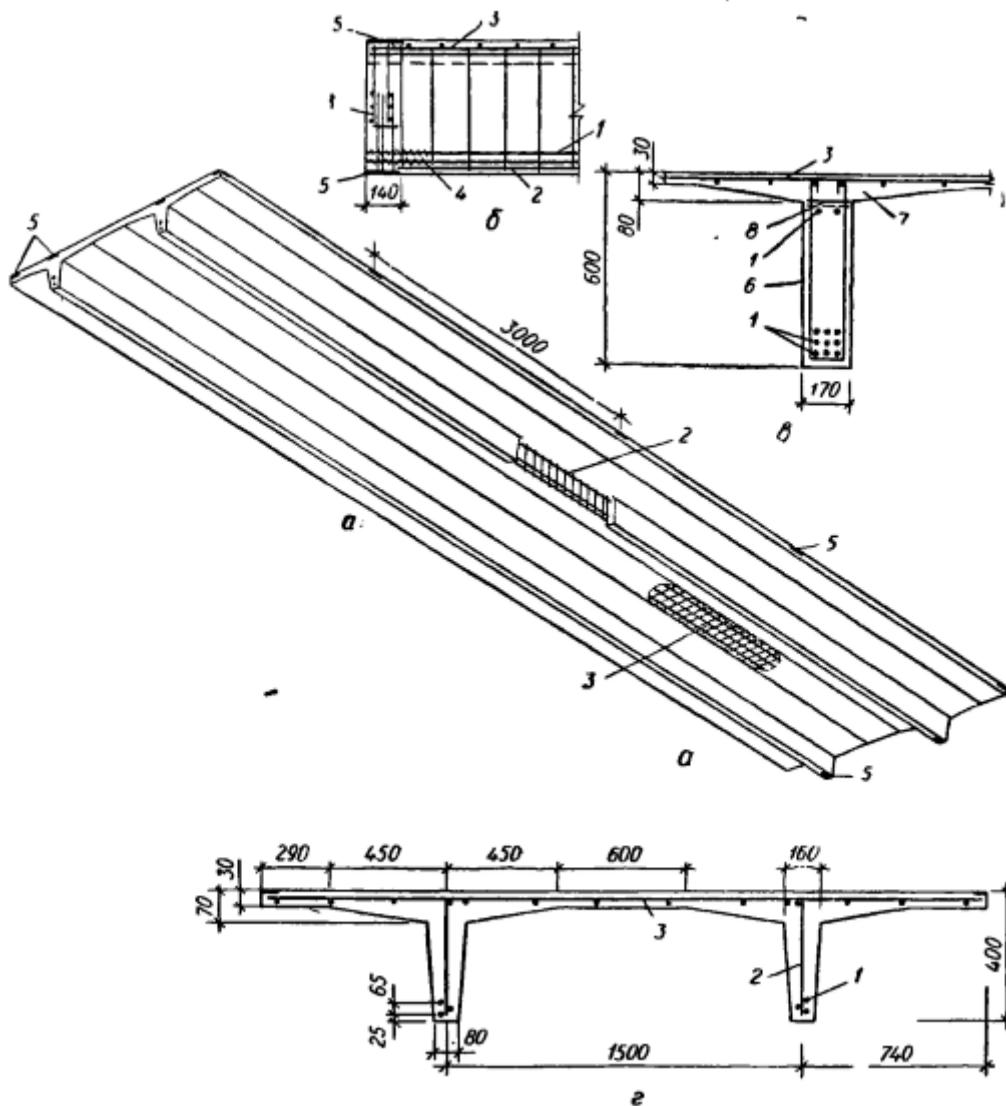


Рисунок 3.31 – Плита покриття типу «подвійне Т»:

а – загальний вигляд; б – опорний вузол; в – варіант армування для прольоту 18 м; г – поперечний переріз плити; 1 – попередньо напружена арматура; 2 – зварний каркас; 3 – зварна плоска сітка; 4 – спіраль; 5 – закладна деталь; 6 – збірне ребро; 7 – прибетонувана полиця; 8 – бетонна шпонка

Рибруваті П-подібні плити складаються із двох поздовжніх, декількох поперечних ребер та полиці, що заповнює простір між поздовжніми і поперечними ребрами. У плитах шириною 3 м поперечні ребра розташовані з кроком 1 000 мм, а в плитах шириною 1,5 – через 1 500 мм. Товщина полиці у плитах довжиною 6 м дорівнює 25 мм, висота поперечного ребра дорівнює 100 мм, а поздовжнього – 250 мм, а в плитах довжиною 12 м відповідно ці елементи мають розміри – 30 мм, 150 мм та 450 мм. Ці плити армуються в поздовжніх ребрах попередньо напруженою стрижневою арматурою класів А600С...А1000, дротяною арматурою

класів Вр1200...Вр1500 та канатами класу К1400. Крім цього, поздовжні, а також поперечні ребра армують плоскими зварними каркасами, в яких поздовжня арматура – зі стержнів класу А500С, поперечна – із дроту класу Вр-І. Полицю плити та вути армують зварними сітками з дроту класу Вр-І.

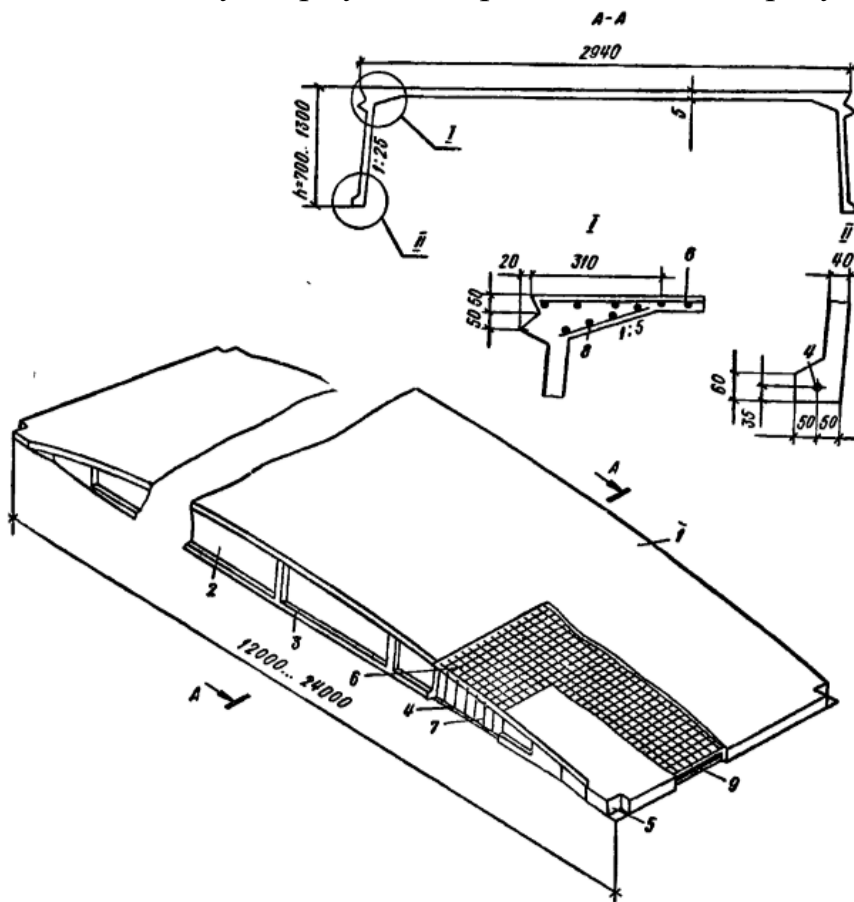


Рисунок 3.32 – Панель-оболонка КЖС:

- 1 – склепіння; 2 – діафрагма; 3 – вертикальне ребро жорсткості;  
 4 – напружена арматура діафрагми; 5 – анкер; 6 – зварна сітка оболонки;  
 7 – поперечна арматура діафрагми; 8 – сітка у вуті; 9 – торцева арматура

Для виготовлення ребруватих П-подібних плит довжиною 6 м застосовують бетон класів С12/15...С25/30, а довжиною 12 м – С25/30...С32/40. У будівлях без агресивного середовища застосовують плити із бетонів на поруватих заповнювачах.

Розрахунок ребруватих плит у поздовжньому напрямку здійснюють як однопролітних вільно опертих із кінців балок на дію постійних  $g$  (від маси плити і покрівлі) та тимчасових  $q$  (від маси снігу) навантажень. Розрахунковий проліт дорівнює відстані між серединами довжин опорних ділянок ребер плит на ригелі чи стіни.

Поперечний переріз ребруватої плити для розрахунків зводять до

таврового, після чого розрахунок плити у поздовжньому напрямку зводиться до визначення необхідної площі поперечного перерізу поздовжньої, попередньо напруженої (з розрахунку міцності у нормальних перерізах) та поперечної арматури (з розрахунку міцності у похилих перерізах), яка розташовується у поздовжніх ребрах.

Обчисливши площу поперечного перерізу поздовжньої та поперечної арматури, здійснюють розрахунки на утворення, розкриття і закриття тріщин залежно від вимог до тріщиностійкості у нормальних і похилих перерізах, обчислюють деформації плити на дію експлуатаційних навантажень. Обов'язковими є розрахунки плити на дію навантажень, що виникають у стадії виготовлення, транспортування та монтажу.

*Розрахунок полиці плити*, залежно від співвідношення відстаней між поперечними та поздовжніми ребрами, здійснюють як розрахунок нерозрізних балкових плит або плит, опертих по контуру. Розрахунковими прольотами полиці обирають відстань у просвіті між поздовжніми та поперечними ребрами. Якщо відношення більшого прольоту до меншого перевищує 3, то полицю розраховують як балкову, а якщо це відношення не перевищує 3, то полицю розраховують як оперту по контуру.

Оскільки товщина полиці порівняно мала (25–30 мм), то арматурну сітку у розрахунках вважають розташованою в ній посередині. За більшої товщини полиці, що характерно для плит із легких бетонів, сітку необхідно розташовувати відповідно до епюри згинальних моментів. Полицю розраховують на дію навантажень від маси покрівлі, маси полиці та снігу.

*Розрахунок поперечних ребер* виконують як розрахунок однопрольотних зацемлених із кінців балок, завантажених трикутноподібним навантаженням, що передається із трикутних навантажувальних площ полиць, завантажених рівномірно розподіленим навантаженням від власної маси. Трикутноподібне навантаження допускається зводити до еквівалентного, рівномірно розподіленого. Поперечний переріз ребра у розрахунках обирають тавровим із полицею у стиснутій зоні. Поперечні ребра розраховують за міцністю, утворенням і розкриттям тріщин у нормальних та похилих перерізах.

*Двоконсольні плити типу 2-Г* (рис. 3.31) виготовляють розмірами 3 м × 6 м; 3 м × 12 м; 3 м × 18 м та 3 м × 24 м із двома поздовжніми ребрами, розташованими на відстані 1 500 мм одне від одного. Висота ребер у плитах довжиною 6 м і 12 м дорівнює 300 мм, а у плитах довжиною 12 м і 24 м – 400 мм.

У цих плитах поперечних ребер немає, оскільки згинальні моменти в полиці плити значно зменшені через розвантажувальний вплив консолей у поперечному напрямку. Брак поперечних ребер значно спрощує форму плити, а отже, її виготовлення. Для армування поздовжніх ребер застосовується стрижнева арматура класу А600С...А1000, дротяна арматура класу Вр1200...Вр1500 та канати класу К-7. Полицю плити армують зварними сітками з дроту класу Вр-І аналогічно армуванню ребристих П-подібних плит. Плити типу 2Т із прольотами 18 м і 24 м застосовують у покриттях у разі розташування ригелів із кроком 6 м або 12 м.

Виготовлення плит типу 2Т прольотами 18 м і 24 м здійснюють у два етапи: спочатку виготовляють із бетону класів С20/25...С32/40 поздовжні ребра, а потім бетонують полицю з бетону класів С12/15...С16/25. З'єднання ребер із плитою забезпечується залишеними в ребрах випусками арматури.

Під час проєктування плит типу 2Т окремо розраховують поздовжні ребра як однопрольотні балки таврового поперечного перерізу. Полиці розраховують як однопрольотні двоконсольні балки шириною 1 000 мм із розрахунковим середнім прольотом  $l_0 = 150$  мм і консолями довжиною  $a = 740$  мм.

Розрахунок поздовжніх ребер плит типу 2Т здійснюють на дію постійних  $g$  (від маси покрівлі та плити) і тимчасових  $q$  (від маси снігу) навантажень аналогічно до розрахунку ребристих П-подібних плит. Розрахунок полиці цих плит має свої особливості. Вони полягають у тому, що розрахункові зусилля у полиці визначають для трьох комбінацій завантажень. Комбінації складають так, що в одній із них постійне навантаження (від маси покрівлі і полиці) сполучають із тимчасовим, рівномірно розподіленим навантаженням (від маси снігу), а у двох інших – те ж саме постійне навантаження сполучають із тимчасовим зосередженим навантаженням (від маси монтажника з інструментом), прикладеним на кінці консолі або у середині прольоту.

Ребруваті *малопохилі плити* прольотом 18 м мають трапецеваті поздовжні ребра з похилом верхнього поясу 1 : 20, 1 : 30 поперечні ребра через 1 000 мм і полицю завтовшки 25 мм. Поздовжні ребра армують попередньо напруженою дротяною чи канатною арматурою класів Вр1200 та К1400. Клас бетону С32/40. Суцільні поздовжні ребра плит перешкоджають пропуску комунікацій. Щоб уникнути цього, розроблено плити П-подібного поперечного перерізу з розмірами 3 м × 18 м та 3 м × 24 м

з поздовжніми гратчастими ребрами шпренгельного контура і поперечними ребрами, розташованими через 3 м. Плити розраховано на корисне навантаження 10 кН/м<sup>2</sup>. Їх виготовляють з бетону класу С32/40. Поздовжні і поперечні ребра поєднуються з полицею за допомогою вутів. Поздовжні ребра армують попередньо напруженою стрижневою арматурою класів А600 або А800. Поздовжні та поперечні ребра армують зварними каркасами, полицю – зварною сіткою. Поздовжні стрижні каркасів роблять зі сталі класу А500С, а поперечні стрижні каркасів та сітки – зі сталі класу Вр-І. Опорні зони армують так само, як і в ребруватих плитах.

Широкого застосування у покриттях виробничих будівель набула залізобетонна *плита типу КЖС* (рис. 3.32), яка в напрямку більшої сторони становить коротке циліндричне положисте попередньо напружене склепіння. Плита складається з двох попередньо напружених поздовжніх ребер (діафрагм) у вигляді сегмента за окресленням та двох бортових балок у торцях. Твірною оболонки є зазвичай квадратна парабола. Розміри плит у плані бувають 3 м × 12 м; 3 м × 18 м та 3 м × 24 м.

Плити типу КЖС використовують для покриттів одноповерхових одно- та багатопролітних виробничих будівель із поздовжнім розташуванням ригелів, обладнаних мостовими кранами вантажопідйомністю до 32 т, або підвісним транспортом вантажопідйомністю до 5 т. Ці плити достатньо прості у виготовленні, економічні, але мають недолік – складність виконання покрівлі по криволінійній площині. Висоту плити посередині беруть у межах 1/20...1/15 прольоту і залежно від навантаження.

Товщину оболонки (полиці) проєктують перемінною, але не меншою ніж 30 мм із потовщенням до 50–60 мм біля діафрагм і до 140–160 мм біля торців. Поздовжні ребра проєктують мінімальної товщини (40 мм) із застосуванням вертикальних ребер жорсткості. У місцях поєднань оболонки з діафрагмами влаштовують вути.

Плити КЖС виготовляють із бетонів класу С16/20...С40/50 залежно від прольоту та навантажень.

Армування діафрагм плити здійснюють стрижневою попередньо напруженою арматурою класів А600С, А800, високоміцним дротом Вр1200...Вр1500, а також канатами класу К-7. У поздовжніх ребрах ця арматура відіграє роль затяжки. Полицю плити армують зварними сітками із арматури класу Вр-І. Торцеві ребра армують зварними каркасами зі сталі класу А500С. В опорних ділянках довжиною 0,1 прольоту діафрагма також армується зварними каркасами зі сталі класу А500С для покращення

анкерування напруженої арматури. У ребрах установлюють підвіски.

У розрахунках плиту КЖС розглядають як циліндричне склепіння, яке працює разом із діафрагмами. Розрахунок здійснюють за методом граничної рівноваги. При цьому береться до уваги, що уздовж оболонки діє тільки поздовжня сила  $N$ , а впоперек – згинальні моменти  $M$  і поперечні сили  $V$ .

### 3.13 Фундаментні та обв'язувальні балки

Фундаментні балки застосовують у виробничих каркасних будівлях з окремо розташованими фундаментами для зведення самонесучих і висячих стін. Фундаментні балки опираються на фундаментні стовпчики або на уступ фундаментів (рис. 3.33, а). Їхня довжина залежить від кроку колон і визначається відстанню в просвіті між уступами фундаментів між якими розташовується балка. Верх балок розташовують на відмітці – 0,03 для виконання із цементного розчину гідроізоляційного шару між балкою та стіною.

Обв'язувальні балки мають таке ж саме призначення як і фундаменти, але вони опираються на консолі колон, оскільки застосовуються у будівлях з фундаментами значного заглиблення (рис. 3.33, б).

Як у фундаментних, так і обв'язувальних балках поперечний переріз може мати вигляд тавра або трапеції (рис. 3.33, в). Ширина перерізу зверху залежить від товщини стіни. У будівлях із кроком колон 6 м застосовують балки висотою 300 мм для стін із навісних панелей і 450 мм – для самонесучих стін. У будівлях, каркаси яких мають крок колон 12 м, застосовують балки висотою 600 мм (рис. 4.24, в). У будівлях із кроком колон 6 м застосовують балки висотою 300 мм для стін із навісних панелей і 400 мм – для самонесучих стін.

Для виготовлення балок довжиною до 6 м застосовують важкий бетон класу С12/15...С16/20. Такі балки армують зварними каркасами з поздовжніми стрижнями класу А500С і поперечними – класу А240С. Балки завдовжки 12 м виготовляють з бетону класу С25/30, армують зварними каркасами в поєднанні з попередньо напруженою арматурою.

Статичний розрахунок балок здійснюють як розрахунок вільно опертих для таких двох випадків завантажень: перший – стадія зведення будівлі, коли кладку стін здійснюють влітку або зимою методом заморожування з наступним відтаванням у разі міцності розчину до 0,2 МПа; другий – стадія експлуатації будівлі, тобто у разі проєктної міцності розчину в кладці.

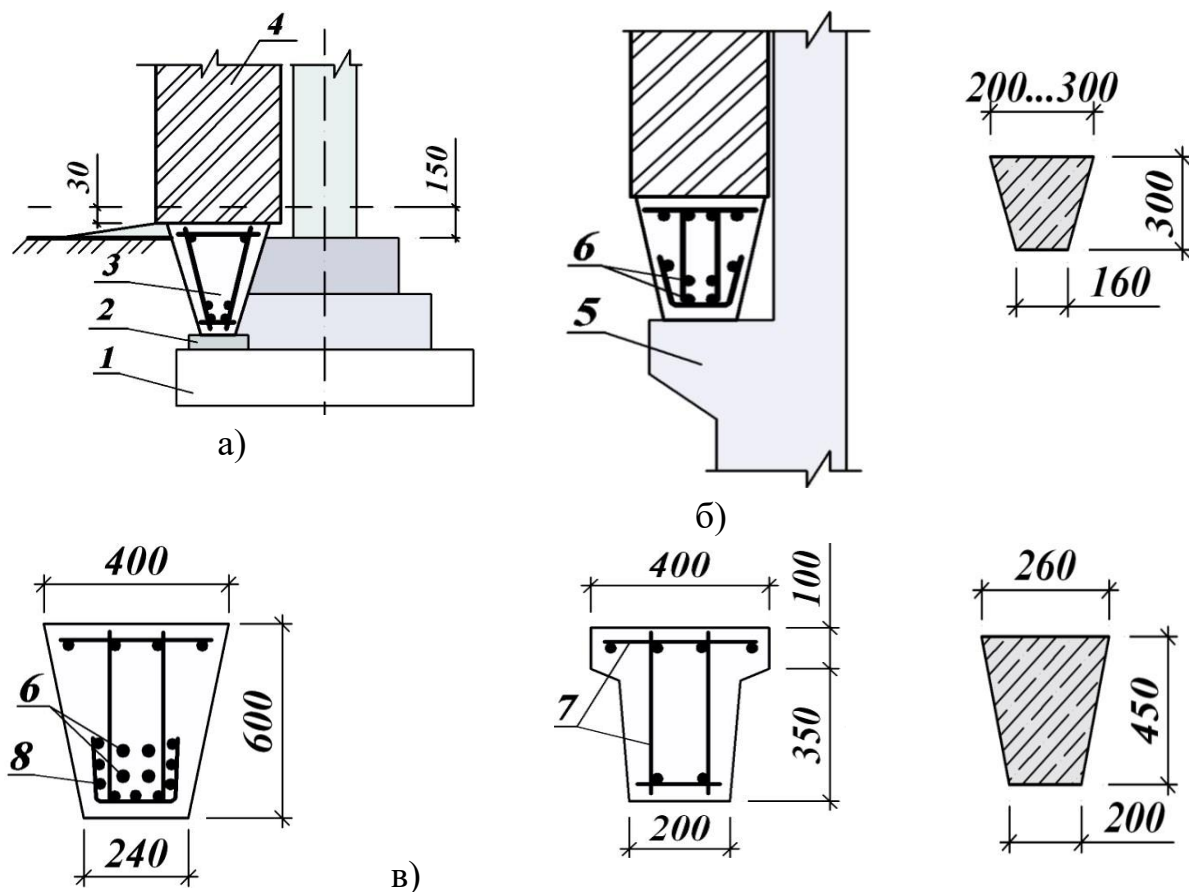


Рисунок 3.33 – Фундаментні (а) та об'язувальні (б) балки та їхні поперечні перерізи (в):

1 – фундамент; 2 – бетонний стовпчик-опора; 3 – балка; 4 – стіна; 5 – колона; 6 – попередньо напружена арматура; 7 – зварний каркас; 8 – зварна коритоподібна сітка

У стадії зведення будівлі зі стінами із цегли, керамічних або звичайних бетонних каменів балки за міцністю розраховують на дію навантажень від маси балок та маси незатверділої кладки висотою  $1/3$  прольоту за умов її виконання влітку, і цілому прольоту – за умов виконання кладки взимку (під час відтавання).

Під час зведення стін із крупних блоків розраховую висоту поясу кладки, на навантаження від маси якої повинна бути розрахована міцність фундаментної балки, необхідно брати рівній  $1/2$  прольоту, але не менше висоти одної низки блоків. За наявності прорізів і з висотою кладки до них від верха балок менше за  $1/3$  прольоту необхідно ураховувати також навантаження від маси стін, викладених до верха перемичок.

У стадії експлуатації будівлі фундаментні балки за міцністю можна розраховувати на дію навантажень у вигляді епюр тиску, що передається на балки від опор і підтримуваних балками стін.

### 3.14 Підкранові балки

Залізобетонні підкранові балки (рис. 3.34, 3.35) застосовуються для кранів із режимом роботи 2к – 5к (легкий і середній) і тільки в деяких випадках для режимів 6к – 7к (важкий). Проліт підкранових балок відповідає кроку колон і складає в загальному випадку 6 м або 12 м.

Найбільш вигідною формою поперечного перерізу цих балок є таврова. Наявність у балок верхньої горизонтальної полиці полегшує умови роботи для влаштування підкранових рейок, догляду за ними і водночас надає перерізу більшої жорсткості в поперечному напрямку, зменшуючи поперечні деформації від гальмівних поперечних зусиль.

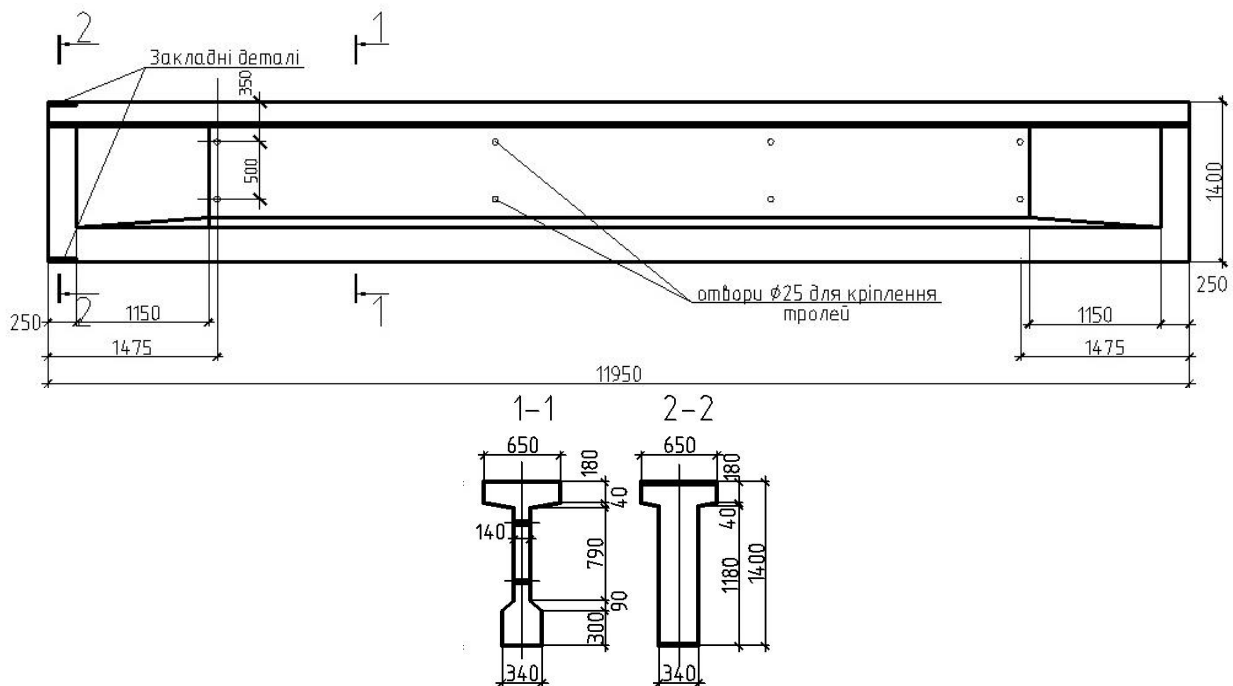


Рисунок 3.34 – Опалубка підкранової балки прольотом 12 м

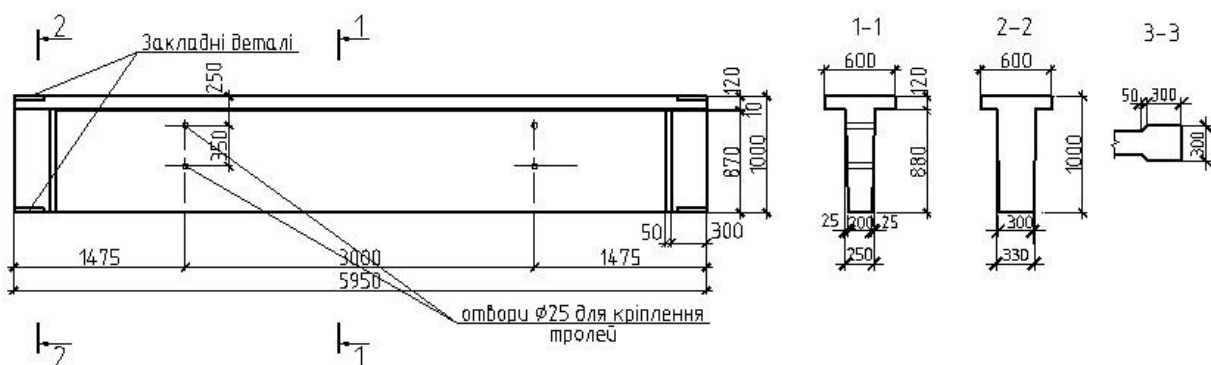


Рисунок 3.34 – Опалубка підкранової балки прольотом 6 м

Висота перерізу підкранових балок  $h$  визначається розрахунком залежно від навантаження і складає  $1/8 \div 1/10$  прольоту, товщина верхньої

полиці  $h'_f = (1/7 \div 1/8)h$ , ширина верхньої полиці  $b'_f = (1/10 \div 1/20) l$ , найчастіше  $b'_f = 500 \div 650$  мм,  $h = 800 \div 1\,000$  мм для кроку колон 6 м і  $1\,200$  мм  $\div$   $1\,400$  мм для кроку колон 12 м.

Збірні підкранові балки прольотом 6 м і 12 м звичайно виготовляють розрізними, з монтажним з'єднанням на колонах. Балки виготовляють переважно постійного перерізу.

Розрахункова схема збірної залізобетонної підкранової балки становить розрізну однопрольотну балку з умовними шарнірними опорами. Навантаження, що діють на підкранову балку, поділяються на:

- 1) постійні – власна вага балки та підкранових рейок;
- 2) змінні вертикальні від двох, розташованих поруч кранів;
- 3) змінне горизонтальне від поперечного гальмування візка, ця сила умовно прикладається в середині висоти полиці таврового перерізу.

Для розрахунку підкранових балок необхідно мати дані про вантажопідйомність крана  $Q$ , його прольот та режим роботи (2к – 5к). Ці дані беруть з довідкових таблиць або з паспортних характеристик кранів.

Особливість статичного розрахунку підкранових балок, як інших елементів, що зазнають впливу пересувних зосереджених навантажень, полягає в тому, що необхідно будувати «огинаючу» епюру моментів та поперечних сил. Визначення ординат огинаючих епюр  $M$  та  $V$  здійснюється за лініями впливу для перерізів, які обираються з кроком  $(0,1 \div 0,2)l$ .

Розрахунок на міцність, тріщиностійкість і деформативність здійснюється на розрахункове навантаження від двох зближених мостових кранів однакової вантажопідйомності, при цьому вводиться до розрахунку коефіцієнт сполучення  $\varphi_s = 0,85$ .

Розрахунок на витривалість виконується на розрахункове навантаження від одного мостового крана шляхом перемноження характеристичного навантаження на коефіцієнт використання крана  $K_s = 0,6$ .

Для підкранових балок використовується бетон класів С25/30, С32/40, С40/50, а для попередньо напруженої робочої арматури високоміцна дротова арматура класів Вр1200; Вр1400; Вр1500 або канати К1400, К1500, у деяких випадках можна використовувати стрижневу арматуру класів А600С, А800СК; для поперечної та конструктивної арматури використовують стрижневу арматуру класів А240С, А400С (гарячекатану), А500С, а також В500.

На опорах балки підсилюють потовщенням стінки і додатково армують поперечною арматурою у вигляді окремих стрижнів, хомутів і сіток, які забезпечують міцність та тріщиностійкість торців під час

відпуску попередньо напруженої арматури з упорів.

Підкранові балки до консолей колон прикріплюють зварюванням закладних деталей. Для забезпечення передавання горизонтальних зусиль на колону у стиках балок до їх верхніх закладних деталей і закладних деталей колон приварюють сталеві накладки. Кранові рейки до балки прикріплюють болтами. Між рейками і балками для амортизації ударів установлюють пружну прокладку товщиною 8–10 мм у вигляді прогумованої тканини.

## 4 ДИНАМІКА БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

### 4.1 Нормування коливань. Порядок динамічного розрахунку споруд

Будь-які динамічні впливи спричиняють коливання споруд. Коливання, що виникають в механічних системах, називають механічними, або вібраціями.

За суттю явищ, що наявні в цих системах, коливання бувають:

- вільними (власними), які відбуваються в механічній системі, що виведена зі стану рівноваги за браком зовнішнього впливу;
- вимушеними, що виникають у механічній системі як результат дії зовнішніх (збурювальних) сил;
- параметричними, що спричиняються періодичною зміною параметрів системи (наприклад, її жорсткості, маси тощо).

Процес коливань характеризується такими головними параметрами:

- амплітудою  $A = 0,5 (y_{\max} - y_{\min})$ , або найбільшим відхиленням від положення рівноваги, що дорівнює половині загального розмаху коливань, м;
- періодом  $T$ , або тривалістю повного коливання, с;

– частотою  $f = \frac{1}{T}$ , або кількістю коливань на одиницю часу, Гц;

– круговою частотою  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ , або кількістю коливань за  $2\pi$  одиниць часу, 1/с;

– фазою  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ , або кутом, що характеризує миттєвий стан коливальної системи за цих відхиленнях і часу, рад. Тут  $\varphi_0$  – значення фази на початку коливань, якщо  $t = 0$ ; час  $t$  вираховується від початку коливань, с.

Простим і найбільш важливим типом коливань є гармонічні (синусоїдальні), що змінюються за законом

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4.1)$$

Швидкість у разі гармонічних коливань визначається за формулою

$$V = \frac{d'y}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (4.2)$$

Прискорення у разі гармонічних коливань визначається за формулою

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4.3)$$

Гармонічні коливання однакової частоти називають синхронними, а синхронні коливання з однаковими фазами – синфазними.

Два синхронні коливання з фазами, що відрізняються на  $\pi$  ( $180^\circ$ ), називають протифазними.

Допустимий рівень коливань споруд та їхніх елементів визначається:

- фізіологічним впливом коливань на людей;
- несучою здатністю конструкцій, що коливаються;
- впливом коливань на технологічні процеси виробництва;
- необхідністю забезпечення достатньої жорсткості під час коливань.

Допустимий рівень коливань за санітарно-гігієнічними умовами визначається характером та інтенсивністю впливу на людей.

За характером впливу на людей вібрація може бути загальною, що діє на людину через поверхні опор, і локальною, що передається через руки людини.

Гігієнічна оцінка вібрації, що діє на людину, проводиться згідно з Державними санітарними нормами України ДСН 3.36039-99 Державні санітарні норми виробничої загальної та локальної вібрації.

Показниками коливань є середньоквадратичні або амплітудні значення віброприскорення, віброшвидкості та вібропереміщення.

Замість цих трьох параметрів часто використовують логарифмічну децибельну шкалу, що слугує певним синтезуючим умовним показником.

Загальний спектр частот коливань містить октавні частотні смуги із середньгеометричними значеннями частот: 1 Гц, 2 Гц, 4 Гц, 8 Гц, 31,5 Гц, 63 Гц, 125 Гц, 250 Гц, 500 Гц, 1 000 Гц.

Коливання з частотами до 31,5 Гц – низькочастотні, з більшими значеннями частот – високочастотні.

У будівництві допустимі рівні коливань визначаються за шістьма смугами загального впливу (табл. 4.1).

В офісах і житлових приміщеннях допустимий рівень коливань визначається за таблицею 4.2.

Якщо до коливань промислових споруд не висуваються вимоги за санітарними нормами або технологічними умовами, то треба виконувати обмеження коливань за несучою здатністю конструкцій і обмеженням динамічного прогину (табл. 4.3).

Таблиця 4.1 – Допустимі значення параметрів коливань під час загальної вібрації

Октавні смуги частот, Гц	Прискорення, м/с <sup>2</sup>	Швидкість, мм/с	Амплітуда переміщень, мм		Рівень, dB
			вироб. прим.	адмін. прим.	
2	0,40	18	1,40	0,2	108
4	0,28	6,3	0,25	0,035	99
8	0,28	3,2	0,063	0,009	93
16	0,56	3,2	0,028 2	0,003 9	92
31,5	1,12	3,2	0,014	0,002	92
63	2,25	3,2	0,007 2	0,001	92

Таблиця 4.2 – Допустимі значення параметрів коливань для офісних і житлових приміщень

Октавні смуги частот, Гц	Прискорення, м/с <sup>2</sup>	Швидкість, мм/с	Рівень, dB
2	20	1,8	–
4	14	0,63	–
8	14	0,32	115
16	28	0,28	109
31,5	56	0,28	109
63	112	0,28	109

Таблиця 4.3 – Амплітуди коливань конструкцій, що відповідають допустимому динамічному прогину

Частота, Гц	2	4	8	16	31,5	63
Амплітуда, мм	2,5	0,626	0,137	0,064	0,034	0,016

Динамічний розрахунок споруд і несучих будівельних конструкцій здійснюють у такому порядку:

- встановлюють динамічні навантаження від машин та обладнання для різних режимів роботи;
- встановлюють частоти і форми власних коливань конструкції;
- обчислюють амплітуди динамічних переміщень і перевіряють виконання санітарних і технологічних вимог щодо обмеження рівня коливань;
- визначають необхідність розрахунку на міцність;
- встановлюють амплітуди внутрішніх зусиль в конструкціях (згинальних моментів, перерізаючих сил) і виконують розрахунок на міцність і витривалість.

## **4.2 Динамічні навантаження. Розрахункові схеми споруд.**

### **Частоти і форми власних коливань**

Всі динамічні навантаження поділяються на періодичні й імпульсні.

Періодичні навантаження виникають від різних машин та устаткування. До імпульсних належать навантаження від ударів, вибухів.

Особливе місце посідають сейсмічні впливи.

Періодичні навантаження поділяються на три типи:

1. Навантаження від машин із конструктивно неврівноваженими рухомими частинами. Ці навантаження залежать від кінематичної схеми машин. До цього типу належать машини з кривошипно-шатунними й кривошипно-кулісними механізмами (поршневі компресори, стругальні й шліфувальні верстати, друкарські машини тощо).

2. Навантаження від машин з номінально врівноваженими рухомими частинами. Ці навантаження виникають від дефектів балансування, виробки підшипників. До зазначених машин належать електричні двигуни, центрифуги, вентилятори, токарні верстати.

3. Навантаження від руху оброблюваного матеріалу (у бетоно- та розчинозмішувачах, сушільних барабанах, млинах).

Для першого типу навантажень розрахунки виконують на базі даних кінематичної схеми з параметрами, що визначені паспортними даними машини.

Для другого типу машин навантаження визначаються на базі експериментальних вишукувань і статистичних даних. Ці навантаження визначаються за формулою

$$R = m \cdot e \cdot \theta \cdot \gamma_f, \quad (4.4)$$

де  $R$  – амплітуда динамічної сили;

$m$  – маса рухомих частин машини, що визначається паспортними даними (якщо ця маса не встановлена, її вважають рівною 40 % від маси всієї машини);

$\theta$  – кругова частота обертання головного вала машини;

$e$  – величина можливого ексцентриситету, що має випадковий характер і визначається за таблицею 4.4;

$\gamma_f$  – коефіцієнт надійності, що обирається за таблицею 4.5.

Таблиця 4.4 – Величини розрахункових ексцентриситетів у машинах з конструктивно врівноваженими рухомими частинами

Тип машини	$e$	Примітка
Центрифуги	$0,001D$	$D$ – діаметр ротора
Молоткові дробилки	1 мм	
Вентилятори з горизонтальною віссю, розташовані на перекриттях споруд: – за статичного балансування – за динамічного балансування	$0,3 + 0,001D$ 0,5 мм	$D$ – діаметр ротора
Вентилятори з горизонтальною віссю, розташовані в міжферменному просторі або на покрівлі	0,8 мм	
Відцентрові насоси	1 мм	
Електричні машини	$\frac{60}{20 + n^2}$	$n$ – кількість обертів ротора на секунду
Грохоти	$0,2 \cdot a$	$a$ – амплітуда коливань короба у відповідному напрямку

Таблиця 4.5 – Величина коефіцієнта надійності  $\gamma_f$

Тип машини	Назва машини	$\gamma_f$
Конструктивно нерівноважені	Щекові дробилки, кривошипні механізми	1,3
	Смугові конвеєри	1,2
	Елеватори	1,5
Конструктивно врівноважені	Грохоти, молоткові дробилки, барабани, електродвигуни	4 2

Третій тип навантажень розглядається як короткочасні імпульси, що мають випадкові величини і повторення.

Навантаження для кожної конкретної машини задаються як динамічний момент.

*Вибір розрахункових схем для динамічних розрахунків будівельних конструкцій визначається:*

- точністю вихідних даних;
- різноманітністю факторів, що впливають на характер і рівень коливань конструкцій;
- вимогами до точності розрахунків;
- методом розрахунку.

Точність вихідних даних зазвичай невисока, бо характеристика динамічних навантажень і динамічні властивості змінюються в широких межах.

Важко дати оцінку впливу різних факторів, таких як, наприклад, розподіл корисних навантажень на споруді, сумісність роботи окремих конструктивних елементів, жорсткість стиків тощо. Крім того, обсяг обчислень має бути обмеженим. Тому в практичних розрахунках обирають приблизні найпростіші схеми.

Основні спрощення розрахункових схем полягають у розчленуванні конструкцій будівель на окремі елементи (рами, балки, плити) та в окремому розгляданні вертикальних і горизонтальних коливань.

Одним із головних заходів спрощення розрахункової схеми є розгляд споруди як системи з фіксованою кількістю ступенів свободи.

Нижче наводяться окремі приклади зображення різних споруд і конструкцій у вигляді розрахункових динамічних схем. Так, консольна або однопрогонна балка може бути подана як система з однією або декількома зосередженими масами (рис. 4.1, а, б).

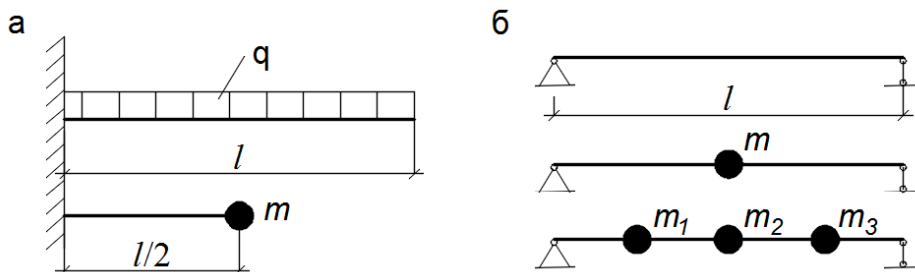


Рисунок 4.1 – Розрахункові схеми балок:  
а – консольних; б – однопрогінних

Водонапірна башта, наприклад, може бути подана як система з однією масою, що зосереджена в рівні резервуара (рис. 4.2).

Крізна конструкція (ферма, вежа) може бути подана як система з масами, що розташовані у вузлах решітки (рис. 4.3).

Поперечник одноповерхового промислового будинку з мостовими кранами може бути зображеним у вигляді динамічної схеми з двома масами, що зосереджені у рівнях верха колони і підкранової рейки (рис. 4.4).

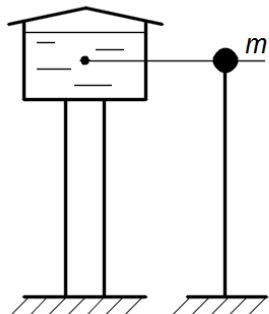


Рисунок 4.2 – Динамічна схема водонапірної башти

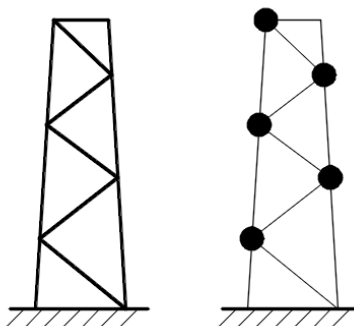


Рисунок 4.3 – Динамічна схема крізної конструкції

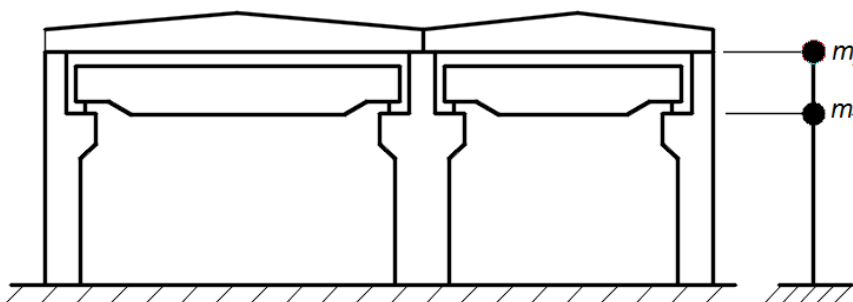


Рисунок 4.4 – Розрахункова динамічна схема одноповерхового промислового будинку

Динамічна схема багатоповерхового будинку, що сприймає вплив горизонтальних (вітрових або сейсмічних) навантажень, зображується як система із зосередженими масами в рівнях перекриттів і покриття (рис. 4.5).

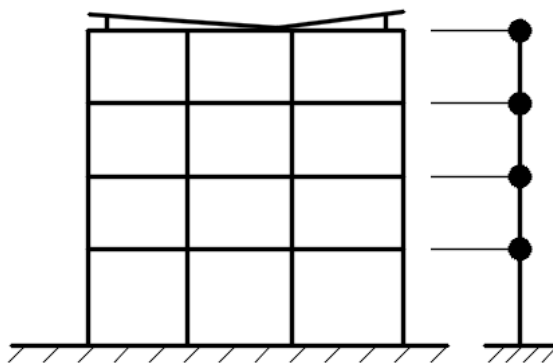


Рисунок 4.5 – Розрахункова динамічна схема багатоповерхового будинку

Частоти і форми власних коливань (рис. 4.6) – це найважливіші динамічні характеристики споруди. Під час визначення частот і форм власних коливань маси конструкцій тимчасові навантаження обирають за їхніми характеристичними (нормативними) величинами.

Після зображення споруди у вигляді динамічної схеми із зосередженими масами можна визначити кількість частот і форм власних коливань. Якщо вважати, що в цьому напрямку кожна маса має один ступінь свободи, то кількість форм власних коливань дорівнює кількості мас.

Кожній формі коливань відповідає своя частота коливань.

Першу форму власних (вільних) коливань називають фундаментальною, а інші форми коливань – вищими.

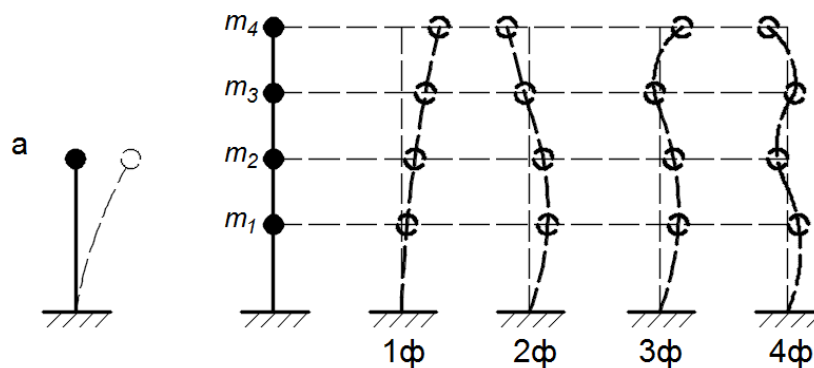


Рисунок 4.6 – Форми власних коливань:  
а – одномасової системи; б – багатоповерхового будинку

Кругова частота власних коливань системи з однією масою без затухання визначається з формули

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{cg}{Q}} = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{1}{m\delta_{11}}}, \quad (4.5)$$

де  $g$  – маса конструкції (споруди);

$c$  – коефіцієнт жорсткості системи (одинична жорсткість) або сила, що спричиняє одиничне переміщення;

$Q$  – навантаження ( $Q = m \cdot g$ );

$y_{cm}$  – статичне переміщення маси  $m$  під дією сили  $Q$ ;

$\delta_{11}$  – одинична податливість, або переміщення маси  $m$  під дією одиночної сили ( $\delta_{11} = \frac{1}{c}$ ).

У додатку Е наведені формули, за якими визначають статичні переміщення однопролітних балок для різних схем їх обпирання і навантаження.

Задача 4.1 (рис. 4.7). Визначити частоту і період власних водонапірної башти. Сумарна вага резервуара з водою і опори дорівнює  $Q = 50$  кН. Опора виготовлена з бетону С16/20.

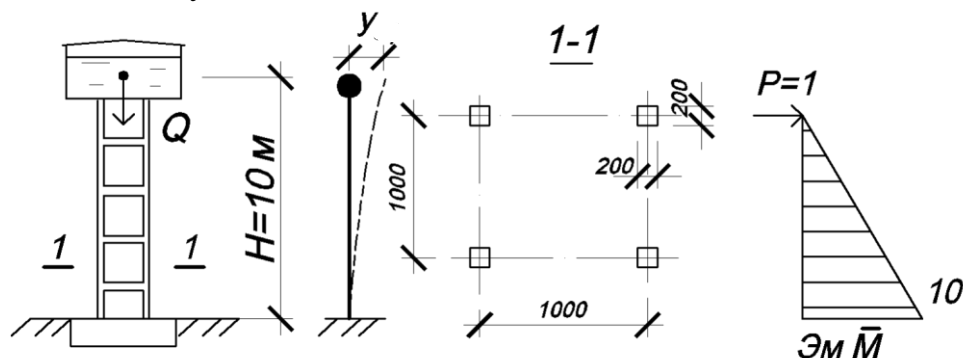


Рисунок 4.7 – Вихідні дані до задачі 4.1, еюра  $M$  («Ем» замість «Эм»; відбити три знаки пробілом у цифрах)

Динамічна схема споруди – система з однією масою, розташована на рівні центра ваги маси води в резервуарі.

У першому варіанті частота власних коливань може бути визначена за формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta_{11}}}$$

Модуль деформації бетону  $E_c = 27\,000$  МПа =  $2,7 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup> (для бетону С16/20);

$$\text{Момент інерції дорівнює: } I = 4 \times \frac{0,2^4}{12} + 4 \times 0,2^2 \times 0,5^2 = 0,0405 \text{ м}^4;$$

Одиничне переміщення визначаємо за формулою

$$\delta_{11} = \frac{\frac{H^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot H}{E \cdot I} = \frac{H^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{10^3}{3 \times 2,7 \times 10^7 \times 0,0405} = 3,05 \cdot 10^{-4} \text{ м/кН};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \cdot \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{9,81}{50 \times 3,05 \times 10^{-4}}} = 25,4 \text{ 1/с.}$$

У другому варіанті частоту власних коливань визначаємо за формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}}$$

$$y_{cm} = \frac{Q \cdot H^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{50 \times 10^3}{3 \times 2,7 \times 10^7 \times 0,0405} = 0,01524 \text{ м};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9,81}{0,01524}} = 25,4 \text{ 1/с.}$$

Період власних коливань визначаємо за формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28}{25,4} = 0,25 \text{ с.}$$

*Задача 4.2 (рис. 4.8).* Визначити період власних коливань балки з бетону С16/20, що разом з машиною, розташованою в середині прольоту, важить 40 кН.

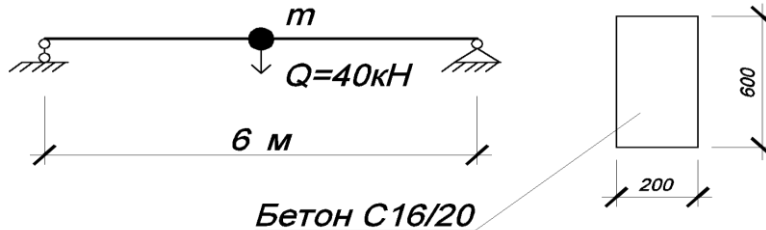


Рисунок 4.8 – Динамічна схема балки

Динамічна схема балки – система з однією масою в середині.

$E_b = 2,7 \times 10^7 \text{ кН/м}^2$  (для бетону С16/20);

$$I = \frac{0,2 \times 0,6^3}{12} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Власна вага балки визначається за формулою

$$Q_b = q \cdot l = 0,2 \times 0,6 \times 6 \times 25 = 18 \text{ кН,}$$

Вага машини визначається за формулою

$$Q_1 = 40 - 18 = 22 \text{ кН.}$$

Статичне переміщення маси визначається за формулою

$$\begin{aligned} y_{cm} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} + \frac{1}{48} \cdot \frac{Q_1 \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot I} (K_b \cdot Q_b + Q_1) = \\ &= \frac{6^3 \times (0,625 \times 18 + 22)}{48 \times 2,7 \times 10^7 \times 3,6 \times 10^{-3}} = 1,539 \times 10^{-3} \text{ м.} \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{9,81}{1,539 \times 10^{-3}}} = 79,8 \text{ 1/с;}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{6,28}{79,8} = 0,079 \text{ с.}$$

### 4.3 Резонанс. Частотні зони. Коефіцієнт динамічності. Особливості роботи будівельних матеріалів. Затухання коливань

За наявності механічного збурення амплітуда коливань визначається за формулою

$$y = \frac{y_{cm}}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \mu \cdot y_{cm}, \quad (4.6)$$

де  $y_{cm}$  – прогин системи за статичної дії збурюючої сили.

Величину  $\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2}$  називають коефіцієнтом динамічності.

Якщо  $\frac{\theta}{\omega} < 1$ , то напрям дії динамічної сили і переміщення збігаються; якщо  $\frac{\theta}{\omega} > 1$ , то напрям сили і переміщення знаходяться у протифазі.

У практичних розрахунках будівельних конструкцій головним випадком є розрахунок на резонанс. Резонансні явища виникають, якщо частота вимушених коливань  $\theta$  від збурюючої сили збігається з частотою власних коливань  $\omega$ . У цьому випадку амплітуди вимушених коливань теоретично необмежено зростають.

Під час визначення частот власних коливань важливо брати до уваги неточність вихідних даних. У той же час результати розрахунку на гармонічні навантаження у разі резонансу або поблизу нього дуже чутливі до найменших змін характеристик динамічної системи, бо навіть невелика зміна частоти власних коливань може на багато разів підвищити або зменшити амплітуди коливань. Тому під час розрахунку на періодичні навантаження треба обов'язково враховувати можливу неточність у визначенні частот власних коливань, а також можливість зміни цих частот під час експлуатації будівель та споруд.

Ця неточність враховується веденням частотних зон, межі яких визначають від  $\omega' = (1 - \varepsilon_0) \cdot \omega$  до  $\omega'' = (1 + \varepsilon_0) \cdot \omega$ , де  $\omega'$  – нижня межа частотної зони;

$\omega''$  – верхня межа частотної зони.

Величина можливої похибки  $\varepsilon_0$  залежить від типу споруди або конструкції і знаходиться в межах 0,15–0,35.

Якщо частота вимушених коливань знаходиться в частотній зоні від  $\omega'$  до  $\omega''$ , частоту власних коливань обирають рівною частоті збурення.

У практиці розрахунків для резонансних та білярезонансних режимів роботи враховують затухання або розсіювання енергії коливань, що пов'язано з особливостями роботи матеріалів і конструкцій.

Під час коливань частина енергії деформацій незворотно поглинається і розсіюється у вигляді тепла внаслідок внутрішнього тертя в матеріалі, тертя в з'єднаннях елементів тощо.

Затухаючі коливання можуть бути визначені за формулою (рис. 4.9)

$$y(t) = y_{\max} \cdot e^{-\varepsilon t} \cdot \text{Sin}\omega t, \quad (4.7)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт затухання, який знаходять за формулою

$$\varepsilon = \frac{\gamma \cdot \omega}{2}; \quad (4.8)$$

$\gamma$  – коефіцієнт внутрішнього тертя (або коефіцієнт непружного опору).

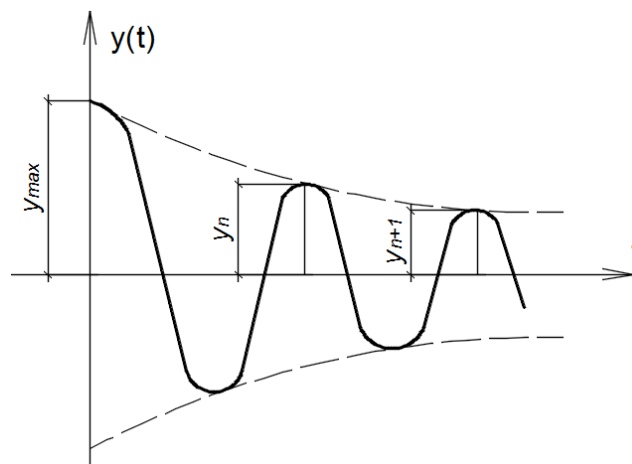


Рисунок 4.9 – Графік затухаючих коливань

Згідно з сучасною теорією Є. С. Сорокіна коефіцієнт внутрішнього тертя знаходять за формулою

$$\frac{\gamma}{1 - 0,25\gamma^2} = \eta, \quad (4.9)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт втрат, що дорівнює

$$\eta = \frac{\delta}{\pi}; \quad (4.10)$$

$\delta$  – логарифмічний декремент коливань

$$\delta = \ln \frac{y_n}{y_{n+1}} . \quad (4.11)$$

Таким чином, маючи запис коливань на осцилограмі, можна отримати величини  $\delta$  і  $\eta$  для різних матеріалів та конструкцій (табл. 4.6).

Таблиця 4.6 – Коефіцієнт втрат для основних будівельних конструкцій

Тип конструкції	Коефіцієнт втрат $\eta$	
	під час розрахунку на коливання	під час розрахунку на міцність і витривалість
Звичайні залізобетонні елементи	0,05	0,1
Попередньо-напружені залізобетонні елементи	0,025	0,05
Металеві конструкції	0,01	0,025
Кам'яна кладка	0,04	0,08
Дерев'яні конструкції	0,03	0,05
Багатоповерхові будівлі	0,05	0,1
Металеві башти, вежі	0,025	0,05

З урахуванням затухання коливань коефіцієнт динамічності визначають за формулою

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2\right]^2 - \gamma^2}} . \quad (4.12)$$

*Задача 4.3 (рис. 4.10).* На залізобетонному прогоні розташований електричний двигун вагою  $Q = 30$  кН. Кількість обертів двигуна  $n = 600$  об/хв. = 10 об/с. Прогон виготовлений з бетону С16/20 ( $E = 2,7 \times 10^7$  кН/м<sup>2</sup>). Треба виконати динамічний розрахунок.

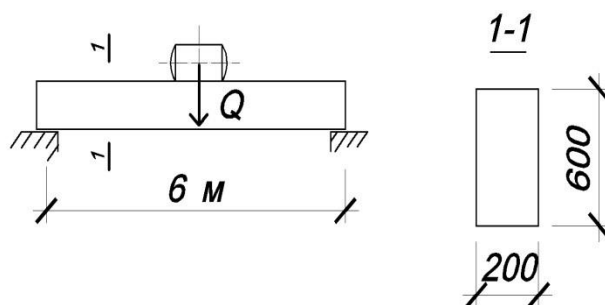


Рисунок 4.10 – Вихідні дані до задачі 4.3

Власна вага прогону  $g_c = 0,2 \times 0,6 \times 25 = 3$  кН/м;

Момент інерції прогону  $I = \frac{0,2 \times 0,6^3}{12} = 3,6 \times 10^{-3}$  м<sup>4</sup>.

Вага обертової частини електродвигуна  $Q_I = 0,4 \times Q = 0,4 \times 30 = 12$  кН.

Кругова частота обертання ротора двигуна (частота збурюючих коливань)

$$\theta = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \times 600}{30} = 62,8 \text{ 1/с.}$$

Амплітуда переміщення центра мас під час обертання ротора двигуна (табл. 4.4) визначається за формулою

$$e = \frac{60}{20 + n^2} = \frac{60}{20 + 10^2} = 0,5 \text{ мм} = 0,0005 \text{ м.}$$

Динамічне навантаження визначається за формулою (4.4) так:

$$R = m \cdot e \cdot \theta^2 \cdot \gamma_f = \frac{12}{9,81} \times 0,0005 \times 62,8^2 \times 2 = 4,8 \text{ кН.}$$

Статичне переміщення визначається за формулою

$$y_{cm} = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} + \frac{1}{48} \cdot \frac{Q_I l^3}{EI} = \\ = \frac{5}{384} \times \frac{3 \times 6^4}{2,7 \times 10^7 \times 3,6 \times 10^{-3}} + \frac{1}{48} \times \frac{30 \times 6^3}{2,7 \times 10^7 \times 3,6 \times 10^{-3}} = 1,91 \times 10^{-3} \text{ м.}$$

Частота власних коливань системи за формулою (4.5) визначається так:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{9,81}{1,91 \times 10^{-3}}} = 71,7 \text{ 1/с.}$$

Межі частотної зони (у разі  $\varepsilon_0 = 0,25$ ) – від  $0,75 \cdot \omega$  до  $1,25 \cdot \omega$  або від  $0,75 \times 71,7 = 54$  1/с до  $1,25 \times 71,7 = 90$  1/с.

У порівнянні з  $\theta = 62,8$  1/с, бачимо, що ми знаходимося в резонансній зоні.

Якщо обрати частоту власних коливань без можливих похибок  $\omega = 71,7$  1/с, то коефіцієнт динамічності без урахування затухання дорівнює

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{62,8}{71,7}\right)^2} = 4,29.$$

Амплітуда переміщень прогону визначається за формулою

$$y = y_{ст} + y_{дин} = 1,91 \times 10^{-3} + \mu \cdot \frac{R \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} =$$

$$= 1,91 \times 10^{-3} + 4,29 \times \frac{4,8 \times 6^3}{48 \times 2,7 \times 10^7 \times 3,6 \times 10^{-3}} = 2,863 \times 10^{-3} \text{ м.}$$

З урахуванням того, що  $\theta$  знаходиться в частотній зоні, при можливості резонансу ( $\omega = \theta$ ) теоретично коефіцієнт  $\mu \rightarrow \infty$ .

З урахуванням затухання коливань, обравши для прогону коефіцієнт втрат за таблицею 4.6  $\eta = 0,05$ , отримаємо за формулою (4.9)  $\gamma = 0,05$ .

Коефіцієнт динамічності за формулою (4.12) з урахуванням затухання з резонансом ( $\omega = \theta$ ) дорівнює

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1-1)^2 + 0,05^2}} = 20.$$

Повна амплітуда деформації прогону в умовах резонансу визначається за формулою

$$y = y_{ст} + y_{дин} = 1,91 \times 10^{-3} + \mu \cdot \frac{R \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} =$$

$$= 1,91 \times 10^{-3} + 20 \times \frac{4,8 \times 6^3}{48 \times 2,7 \times 10^7 \times 3,6 \times 10^{-3}} = 6,35 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Для зменшення амплітуди коливань треба змінити геометричні розміри перерізу прогону, що дозволить змінити частоту власних коливань і вийти за межі резонансної зони.

#### 4.4 Розрахунок споруд і конструкцій на дію імпульсивних навантажень. Імпульсний резонанс

Імпульсивні навантаження бувають однократної і періодичної дії.

*Імпульсивне навантаження однократної дії* – це короткочасне навантаження постійного напрямку, що має не більше одного максимуму за час безперервної дії.

Навантаження однократної дії характеризується трьома параметрами (рис. 4.11):

- тривалістю дії  $\tau$ ;
- формою імпульсу  $f(t)$ ;
- найбільшою величиною сили  $P_0$ , або імпульсом сили  $S = P_0 \int_0^{\tau} f(t) dt$  .

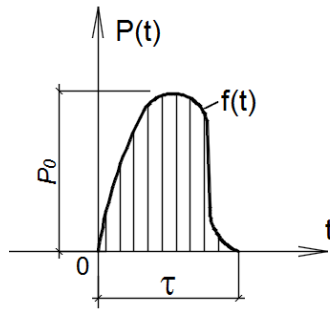


Рисунок 4.11 – Параметри однократного імпульсу

Залежно від того, яка з величин –  $P_0$  або  $S$  прийнята за третій параметр, розрахунок ведуть за тою чи іншою методикою.

Тривалість дії експлуатаційних імпульсивних навантажень, що характерні для промислових будівель, має своїм мінімумом величину 0,001 с.

Якщо шляхом розрахунку або експерименту неможливо встановити точну тривалість імпульсу, то її обирають 0,001 с.

*Періодичні імпульси* – це ті, що повторюються через рівні інтервали часу під час навантаження ( $T_0$ ).  $T_0$  називають періодом імпульсів.

Існують два випадки періодичних імпульсів:

- кількість повторень імпульсів  $n$  невелика і коливання конструкцій є неусталеними;
- кількість повторень досить велика і коливання стають усталеними (періодичними).

Для того, щоб коливання були усталеними, необхідне виконання умови

$$n > (2 \cdot \gamma)^{-1},$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт непружного опору за формулою (4.9).

Періодичне імпульсне навантаження характеризується п'ятьма параметрами (рис. 4.12):

- тривалістю дії одного імпульсу  $\tau$ ;
- формою імпульсу  $f(t)$ ;
- максимумом сили  $P_0$ , або імпульсом  $S$ ;
- періодом імпульсів  $T_0$ ;
- кількістю імпульсів  $n$ .

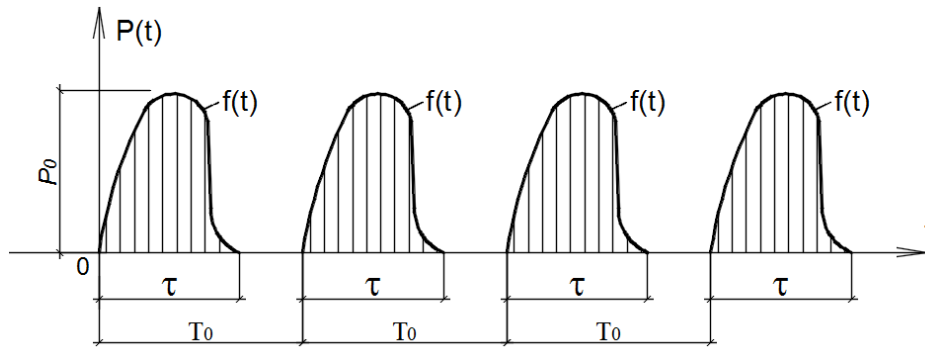


Рисунок 4.12 – Параметри періодичного імпульсу

У практиці експлуатації будівельних конструкцій зустрічаються шість форм імпульсів (рис. 4.13).

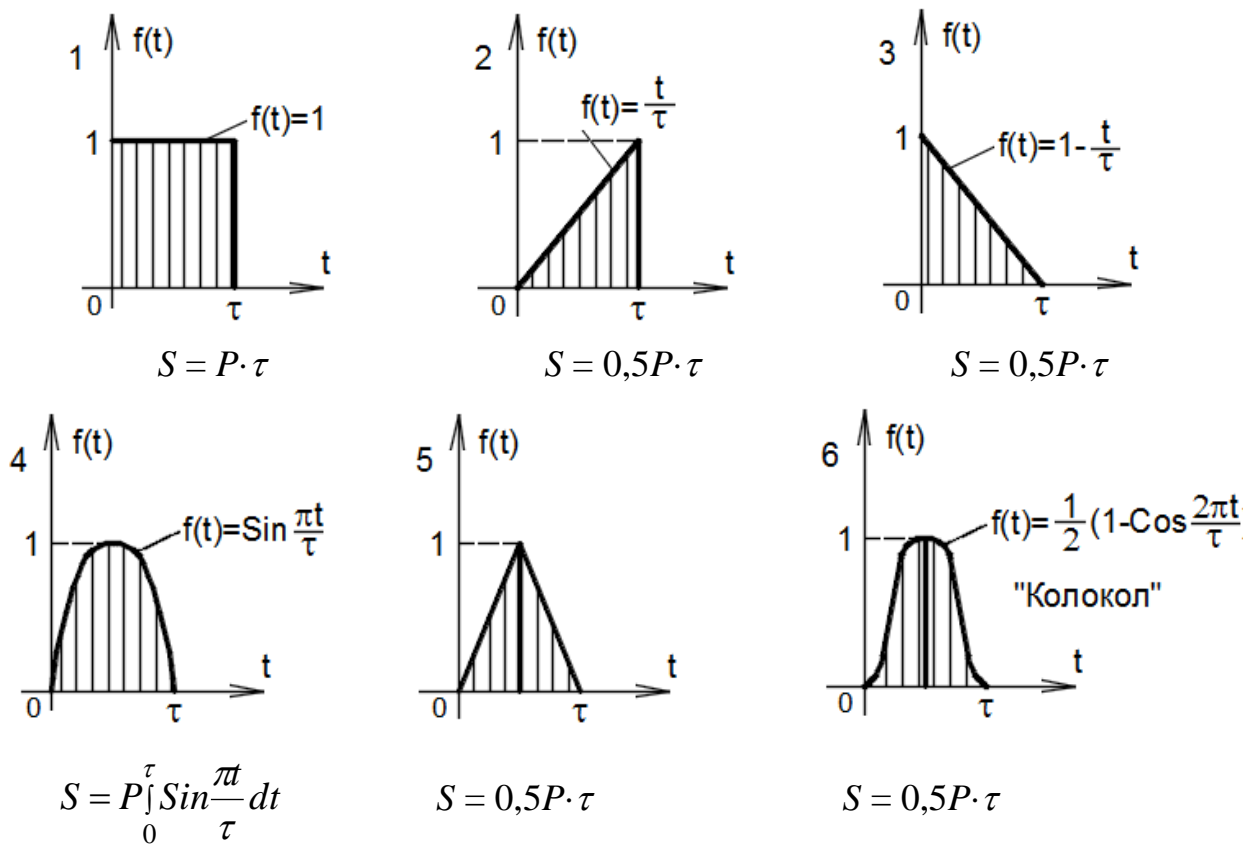


Рисунок 4.13 – Форми імпульсів

Для розв'язання динамічної задачі імпульс задається як вихідне дане, або його можна визначити за формулою

$$S = m \cdot v_0 \cdot (1 + k_0), \quad (4.13)$$

де  $m$  – маса ударяльного тіла;

$v_0$  – швидкість ударяльного тіла на початку удару;

$k_0$  – коефіцієнт відновлення під час удару, що залежить від властивостей тіл, що взаємно вдаряються (табл. 4.7).

Таблиця 4.7 – Коефіцієнт відновлення  $k_0$

Матеріал, по якому відбувається удар	Ударяльне тіло			
	Тверді метали		Бетон, дерево, мідь, алюміній, пластик	
	Шар	Паралелепипед	Шар	Паралелепипед
Сталь	0,6	0,35	0,4	0,25
Дерево	0,55	0,3	0,4	0,2
Камінь	0,4	0,2	0,3	0,15
Бетон, залізобетон	0,35	0,15	0,25	0,1
Асфальт	0	0	0	0

Імпульс обирають за формою б.

Завдання розрахунку за однократного імпульсу зводиться до винаходження найбільшого переміщення конструкції  $z_0$  з дією імпульсу і порівняння його з допустимою амплітудою коливань  $a_0$ .

Величина  $z_0$  може визначатися двома методами:

- методом динамічного коефіцієнта;
- методом коефіцієнта імпульсивності.

За методом динамічного коефіцієнта:

$$z_0 = \mu(\tau^*) \cdot y_{cm}, \quad (4.14)$$

де  $y_{cm}$  – статичне переміщення системи під дією максимуму сили  $P_0$ ;

$\mu(\tau^*)$  – динамічний коефіцієнт, що залежить від форми імпульсу і може бути визначений за спеціальними формулами або за графіком рисунка 4.14.

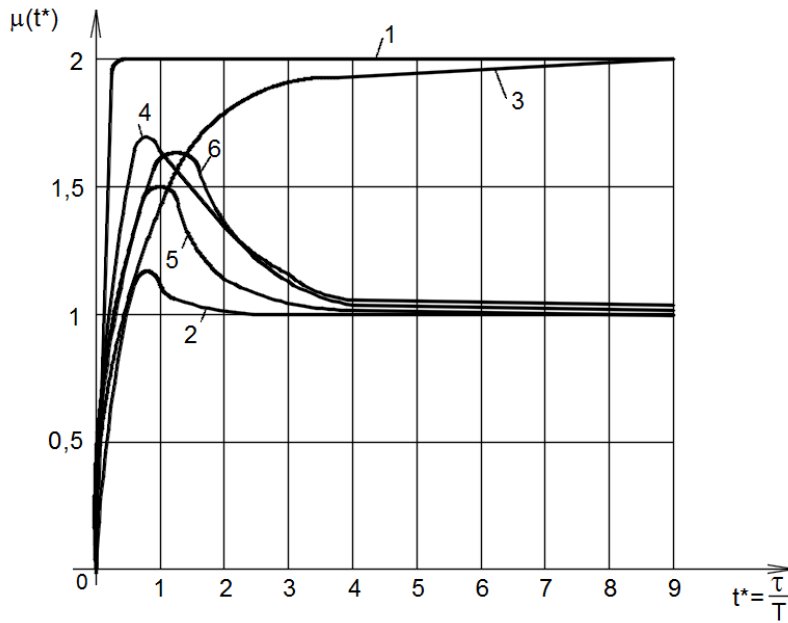


Рисунок 4.14 – Динамічний коефіцієнт  $\mu(\tau^*)$  для різних форм імпульсів:  
 $T$  – період власних коливань конструкції, за якою відбувся удар ( $T = \frac{2\pi}{\omega}$ );  
 $\tau^*$  – відносна тривалість імпульсу

За методом коефіцієнта імпульсивності:

$$z_0 = \varepsilon(\tau^*) \cdot \frac{S}{m \cdot \omega}, \quad (4.15)$$

де  $S$  – імпульс сили;

$\omega$  – частота власних коливань системи;

$\varepsilon(\tau^*)$  – коефіцієнт імпульсивності, що залежить від форми імпульсу і визначається за спеціальними формулами або за графіком (рис. 4.15).

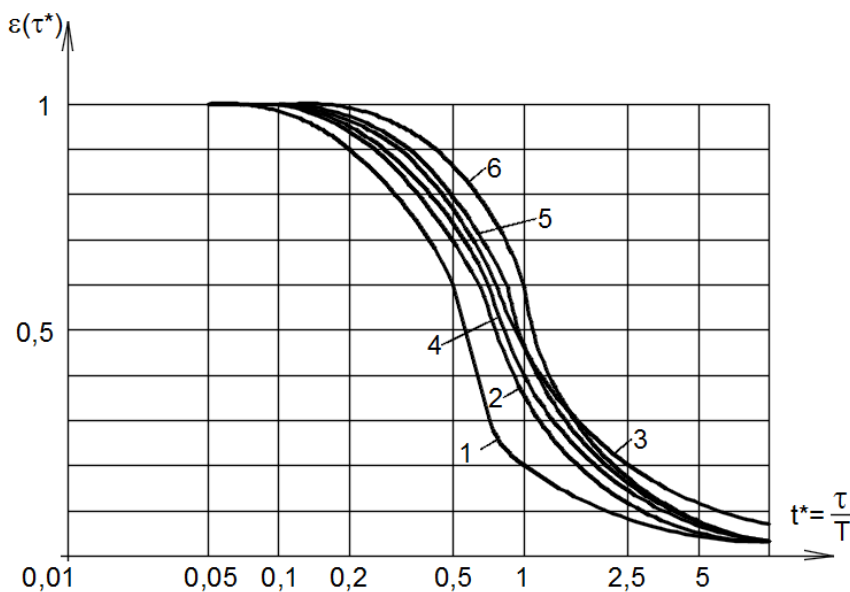


Рисунок 4.15 – Коефіцієнт імпульсивності  $\varepsilon(\tau^*)$

Якщо  $\frac{\tau}{T} \leq 0,1$ , то коефіцієнт імпульсивності  $\varepsilon(\tau^*) \approx 1$  та

$$z_0 = \frac{S}{m \cdot \omega} . \quad (4.16)$$

Якщо  $\frac{\tau}{T} > 2,5$ , то розрахунок краще робити за методом динамічного коефіцієнта.

За періодичних імпульсів важливо знати величину переміщення конструкцій в будь-який момент часу. Тут велике значення має коефіцієнт внутрішнього тертя як параметр затухання.

Переміщення від першого імпульсу в умовах затухання можна записати у вигляді

$$z(t)_1 = \frac{S_0}{m \cdot \omega} \cdot e^{-\frac{\gamma}{2}\omega t} \text{Sin} \omega \cdot t , \quad (4.17)$$

де  $S_0$  – початковий імпульс, прикладений до нерухомої системи в момент  $t = 0$  із  $z_0 = 0$ ;

$m$  – маса ударяльного тіла;

$\omega$  – кругова частот власних затухаючих коливань

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} , \quad (4.18)$$

$\omega_0$  – кругова частот власних незатухаючих коливань.

У формулі (4.17) приймаємо в запас міцності  $\varepsilon(\tau^*) = 1$ .

Переміщення від другого імпульсу дорівнює

$$z(t)_2 = \frac{S_0}{m \cdot \omega} \cdot e^{-\frac{\gamma}{2}\omega \cdot (t - T_0)} \text{Sin} \omega \cdot (t - T_0) . \quad (4.19)$$

Переміщення від третього імпульсу дорівнює

$$z(t)_3 = \frac{S_0}{m\omega} e^{-\frac{\gamma}{2}\omega(t-2T_0)} \text{Sin}\omega(t - 2T_0) . \quad (4.20)$$

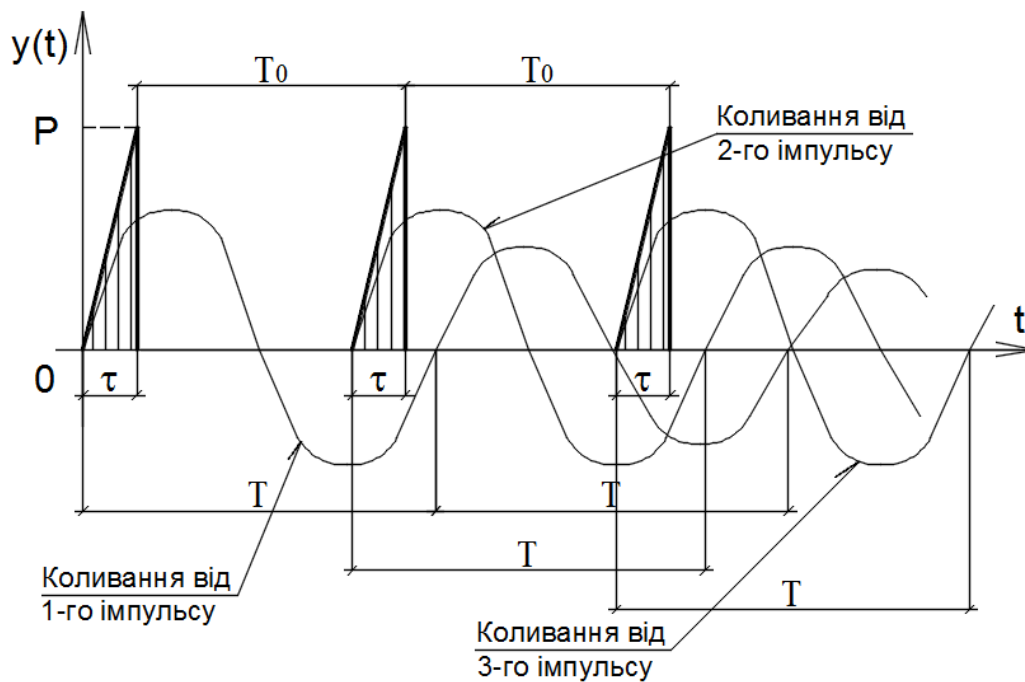


Рисунок 4.16 – Коливання системи від періодичного імпульсного навантаження

У загальному випадку для  $n$  імпульсів з періодом  $T_0$  рішення може бути записано як сума під час складання всіх функцій  $\Sigma z(t)_i$ :

$$z(t)_n = \frac{S_0}{m \cdot \omega} \cdot \sum_{k=1}^n e^{-\frac{\gamma}{2} \omega \cdot (t-k \cdot T_0)} \sin \omega \cdot (t - k \cdot T_0). \quad (4.21)$$

Якщо величина  $\frac{T_0}{T} = \theta_k$ , що називається коефіцієнтом кратності – ціле число, то маємо імпульсний резонанс. Ефект резонансу тим сильніший, чим менше число  $\theta_k$ .

Амплітуда коливань за імпульсного резонансу:

– для неусталених коливань

$$z_{\max} \cong \frac{S_0}{m \cdot \omega} \cdot \frac{1 - e^{-\gamma \pi \theta_k (n+1)}}{1 - e^{-\gamma \pi \theta_k}}; \quad (4.21)$$

– для усталених коливань

$$z_{\max} \cong \frac{S_0}{m \omega} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\gamma \pi \theta_k}}. \quad (4.22)$$

Якщо маса ударного тіла  $m$  зрівнюється з масою конструкції  $m_0$  або буде більшою за неї, то найбільші переміщення  $z_0$ , згинальні моменти  $M_0$  і перерізуючі сили  $V_0$  у небезпечному перерізі можна визначити за формулами

$$z_0 = k_d \cdot z_{cm}; \quad M_0 = k_d \cdot M_{cm}; \quad V_0 = k_d \cdot V_{cm}; \quad (4.23)$$

де  $z_{cm}$ ;  $M_{cm}$ ;  $V_{cm}$  – переміщення і зусилля за статичної дії сили  $P = m \cdot g$ , що прикладена до конструкції в точці удару в напрямку удару;

$k_d$  – динамічний коефіцієнт, що визначається за формулою

$$k_d = \left( \cos \varphi_0 + \sqrt{\cos^2 \varphi_0 + \xi^2} \right) \cdot e^{-\frac{\gamma \pi}{4}} . \quad (4.24)$$

$\varphi_0$  – кут між напрямком удару і вертикаллю

$$\xi = \frac{\varepsilon \cdot \omega \cdot S}{m \cdot g} ; \quad (4.25)$$

$S$  – ударний імпульс за формулою (4.13) у разі  $k_0 = 0$ ;

$\omega$  – кругова частота власних коливань конструкції з приєднаною масою ударяльного тіла

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m + m_0}} . \quad (4.26)$$

*Задача 4.4 (рис. 4.17).* На технологічному майданчику розташований прес вагою 60 кН. Ударне навантаження  $P_0 = 1\,000$  кН. Тривалість удару 0,01 с. Форма імпульсу – 3. Визначити найбільше переміщення конструкції.

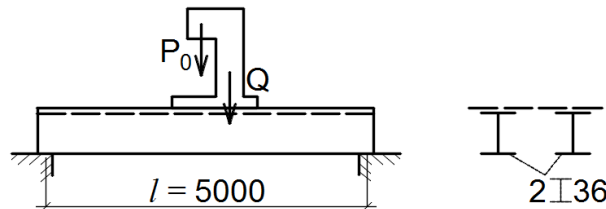


Рисунок 4.17 – Вихідні дані до задачі 4.17 (у числі «5 000» має стояти нерозривний пробіл)

Динамічні й геометричні характеристики конструкції визначаються за формулами

$$I = 2 \times 13\,386 \text{ см}^4 = 2,7 \times 10^{-4} \text{ м}^4; \quad E = 2,1 \times 10^3 \text{ кН/м}^2;$$

Погонна вага двох балок визначається за формулою

$$g = 0,486 \times 2 = 0,972 \text{ кН/м};$$

Статичний прогин балок визначається за формулою

$$\begin{aligned} y_{cm} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} + \frac{1}{48} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I} = \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{0,972 \times 5^4}{2,1 \times 10^3 \times 2,7 \times 10^{-4}} + \frac{60 \times 5^3}{48 \times 2,1 \times 10^3 \times 2,7 \times 10^{-4}} = 0,032 \text{ м} = 3,2 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Частота власних коливань конструкції з пресом визначається за формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,032}} = 55,4 \text{ 1/с.}$$

Період власних коливань визначається за формулою

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{6,28}{55,4} = 0,11 \text{ с.}$$

Відносна тривалість імпульсу дорівнює  $\tau^* = \frac{\tau}{T} = \frac{0,01}{0,11} = 0,09$ .

За графіком рисунка 4.15  $\varepsilon(\tau^*) = 1$ .

Величина імпульсу дорівнює

$$S = 0,5 \cdot P_0 \cdot \tau = 0,5 \times 1\,000 \times 0,01 = 5 \text{ кН}\cdot\text{с.}$$

Амплітуда переміщення від удару визначається за формулою

$$z_0 = \frac{S}{m \cdot \omega} = \frac{S \cdot g}{Q \cdot \omega} = \frac{5 \times 9,81}{1\,000 \times 55,4} = 0,00089 \text{ м} = 0,89 \text{ мм.}$$

#### 4.5 Розрахунок фундаментів машин із динамічними навантаженнями

Фундаменти під машини поділяють на два типи – масивні й рамні. Масивні виготовляють у вигляді суцільних блоків або плит з необхідними для розміщення і закріплення частин машин із виїмками і відтулинами (рис. 4.18).

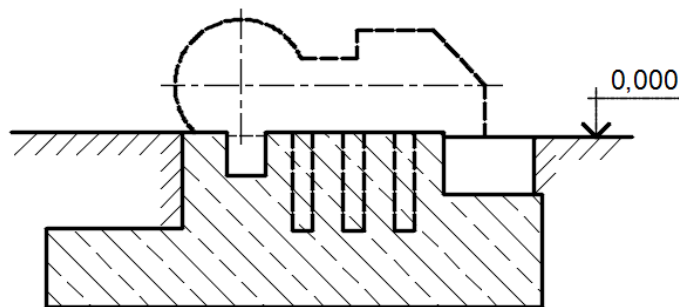


Рисунок 4.18 – Масивний фундамент під машину

До масивних фундаментів також належать стінчасті фундаменти, що складаються з нижньої плити, на якій розташована верхня частина у вигляді поздовжніх або поперечних стінок (рис. 4.19). Стінчасті фундаменти зазвичай виготовляють збірними.

Рамний фундамент – це просторова жорстка рама зі стояками, що замурувані в нижній опорній плиті, і з верхніми поздовжніми або поперечними ригелями, що утворюють майданчик для встановлення і

обслуговування машин (рис. 4.20). Рамні фундаменти виготовляють монолітними або збірно-монолітними.

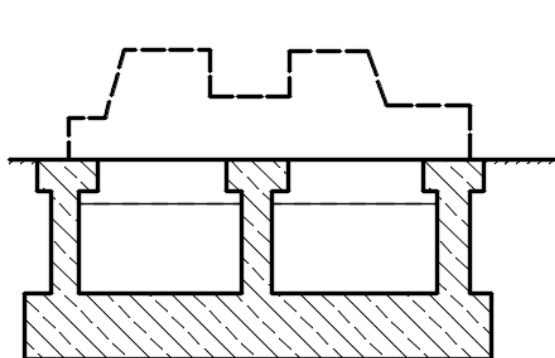


Рисунок 4.19 – Стінчастий монолітний фундамент

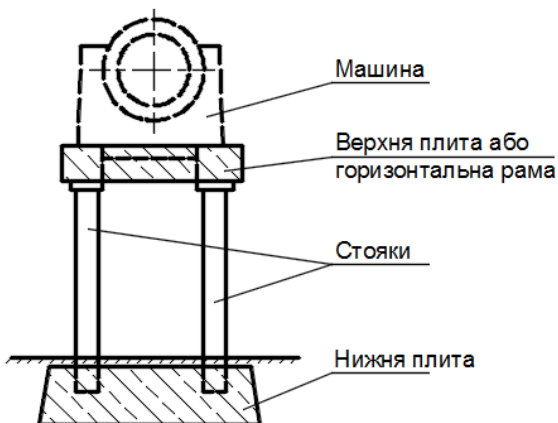


Рисунок 4.20 – Рамний фундамент

Конструкція будь-якого фундаменту повинна відповідати таким загальним вимогам:

- міцності, стійкості й витривалості;
- недопущеності осідання і деформацій, що порушують умови нормальної експлуатації машини;
- недопущеності виникання сильних вібрацій, що заважають роботі машин і персоналу, який її обслуговує.

Відповідно до цих вимог в розрахунках фундаментів під машини враховують два граничні стани:

- на несучою здатністю основи, міцності й витривалості конструктивних елементів фундаменту;
- за коливаннями фундаменту від дії динамічних навантажень.

Осідання фундаментів під машини в проєктній практиці зазвичай не визначають. На міцність і витривалість розраховують тільки окремі елементи фундаменту, що працюють на згин (плити, ригелі).

Розрахунок на коливання в загальному вигляді виконують за формулою

$$a \leq a_u, \quad (4.27)$$

де  $a$  – найбільша амплітуда коливань верхньої грані фундаменту, що визначається розрахунком;

$a_u$  – найбільша допустима амплітуда, що визначається за таблицею 4.8.

Таблиця 4.8 – Допустимі амплітуди коливань фундаментів

Тип машини	$a_u$ , мм	
	Горизонтальні коливання	Вертикальні коливання
З обертовими частинами:		
– якщо $n < 500$ об/хв.	0,2	0,15
– якщо $n = 500-750$ об/хв.	0,2–0,15	0,15–0,1
– якщо $n = 750-1\ 000$ об/хв	0,15–0,1	0,1–0,06
– якщо $n = 1\ 000-1\ 500$ об/хв	0,1–0,05	0,06
– якщо $n > 1\ 500$ об/хв	0,05	-
З кривошипними механізмами:		
– якщо $n < 200$ об/хв.	0,25	
– якщо $n = 200-400$ об/хв.	0,25–0,15	
– якщо $n = 400-600$ об/хв.	0,15–0,1	
– якщо $n > 600$ об/хв	0,1	
Молоти		1,2
Дрорбарки		0,3
Преси		0,25
Формувальні машини		0,5
Млини		0,1
Металорізальні верстати	За класом точності обробки деталей	

Динамічний розрахунок масивного фундаменту здійснюють у разі таких припущень:

– фундамент разом з машиною, що знаходиться на ньому, обирають абсолютно жорстким тілом;

– основу фундаменту обирають абсолютно пружною і невагомою.

Під час проектування масивних фундаментів припускають, що одна з головних осей інерції фундаменту вертикальна і проходить крізь центр ваги площі підшви, а дві інші – паралельні головним осям цієї площі (рис. 4.21).

У реальних фундаментах ці умови часто не виконуються, але в практичних розрахунках під впливом того чи іншого відхилення в положенні головних осей від означеного нехтують.

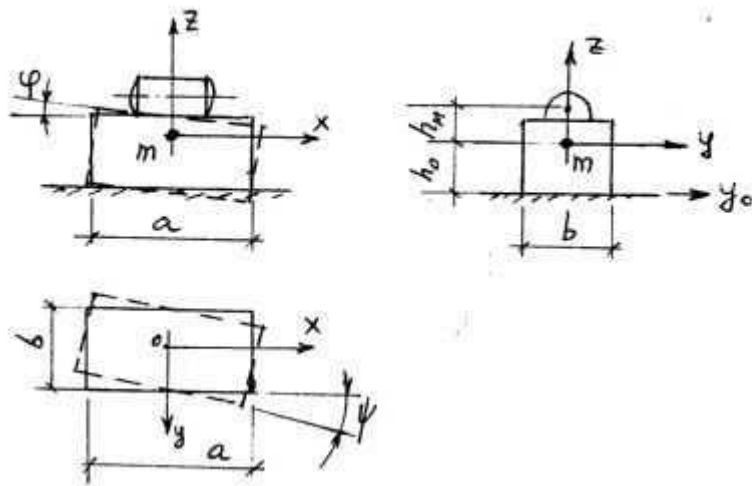


Рисунок 4.21 – До визначення параметрів коливань масивного фундаменту

У загальному випадку розрахунку фундаменту визначають:

- $\omega_z$  – частоту власних вертикальних коливань фундаменту разом з машиною;
- $\omega_x$  – частоту власних горизонтальних коливань у площині XOZ;
- $\omega_\varphi$  – частоту власних обертових коливань навколо горизонтальної осі OY;
- $\omega_\psi$  – частоту власних обертових коливань навколо вертикальної осі OZ;
- $\omega_1$  і  $\omega_2$  – першу і другу частоти власних коливань у площині XOZ;
- $a_z$ ,  $a_x$ ,  $a_\varphi$ ,  $a_\psi$  – амплітуди коливань, що відповідають означеним вище частотам.

Частоту власних вертикальних коливань визначають як для одномасової системи за формулою

$$\omega_z = \sqrt{\frac{k_z}{m}}, \quad (4.28)$$

де  $k_z$  – одинична жорсткість, що визначається за формулою

$$k_z = C_z \cdot A_\phi; \quad (4.29)$$

$A_\phi = a \cdot b$  – площа підшви фундаменту;

$m$  – маса фундаменту разом з машиною;

$C_z$  – коефіцієнт пружного рівномірного тиску ґрунту, що визначається експериментально і залежить від розмірів підшви фундаменту і типу ґрунту.

Теоретично  $C_z$  можна визначити за формулою

$$C_z = b_0 \cdot E_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A_\phi}} \right), \quad (4.30)$$

де коефіцієнт  $b_0$  обирають:

- $b_0 = 1$  – для піщаного ґрунту;
- $b_0 = 1,2$  – для суглинку і супесі;
- $b_0 = 1,5$  – для глини;
- $E_0$  – модуль деформації ґрунту;
- $A_{10} = 10 \text{ м}^2$ .

Для знаходження частот обертових та горизонтальних коливань спочатку визначають такі пружні характеристики підвалини:

- коефіцієнт пружного рівномірного зсуву  $C_x$ ;
- коефіцієнт пружного нерівномірного тиску  $C_\phi$ ;
- коефіцієнт пружного нерівномірного зсуву  $C_\psi$ , а також відповідні їм одиничні жорсткості (коефіцієнти жорсткості):

$$K_x = C_x \cdot A_\phi; \quad K_\phi = C_\phi \cdot I_\phi; \quad K_\psi = C_\psi \cdot I_p, \quad (4.31)$$

де для практичних розрахунків обирають:

$$C_x = 0,7 \cdot C_z; \quad C_\phi = 2 \cdot C_z; \quad C_\psi = C_z; \quad (4.32)$$

$I_\phi$  – момент інерції площі підшви фундаменту відносно горизонтальної осі, що паралельна осі ОУ  $\left( I_\phi = \frac{b \cdot a^3}{12} \right)$ ;

$I_p$  – полярний момент інерції площі підшви фундаменту

$$I_p = \frac{a \cdot b^3}{12} + \frac{b \cdot a^3}{12}.$$

Частоти власних коливань фундаменту без урахування демпфуючих властивостей основи (затухання коливань у ґрунті) визначають за формулами

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}}, \quad (4.33)$$

$$\omega_\varphi = \sqrt{\frac{K_\varphi - G \cdot h_0}{I_0}}, \quad (4.34)$$

$$\omega_\psi = \sqrt{\frac{K_\psi}{I_z}}, \quad (4.35)$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \cdot \left[ \omega_x^2 + \omega_\varphi^2 \mp \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\varphi^2)^2 - 4 \cdot \gamma \cdot \omega_x^2 \cdot \omega_\varphi^2} \right]}, \quad (4.36)$$

де  $G$  – вага системи «фундамент + машина» ( $G = m \cdot g$ );

$$\gamma = \frac{I}{I_0},$$

$I$  – момент інерції маси «фундамент + машина» відносно осі  $OY$ , що проходить через центр ваги системи;

$I_0$  – момент інерції маси «фундамент + машина» відносно осі  $OY_1$ , що проходить по підшві фундаменту;

$I_z$  – момент інерції маси системи відносно осі  $OZ$ .

Амплітуди коливань системи «фундамент + машина» визначаються тільки від дії динамічного навантаження для горизонтальної площини верхньої грані фундаменту.

Під час дії вертикальної сили  $P_z = P_0 \sin \theta t$  амплітуда вертикальних коливань дорівнює

$$a_z = \frac{P_0}{K_z} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta^2}{\omega^2}\right)} = \mu \cdot \frac{P_0}{K_z}. \quad (4.37)$$

Під час дії горизонтальної сили  $P_x = P_0 \cdot \sin \theta t$  амплітуди горизонтальних і обертових коливань у площині  $XOZ$  визначаються за формулами

$$a_x = \frac{P_0}{K_x} \cdot \frac{1 + (1 - \gamma) \cdot \frac{h_o + h_m}{h_m} \cdot \frac{\omega_x^2}{\omega_\varphi^2} - \gamma \frac{\theta^2}{\omega_\varphi^2}}{\Delta}, \quad (4.38)$$

$$a_{\varphi} = \frac{P_0}{K_{\varphi}} \cdot (h_o + h_m) \cdot \frac{1 - \frac{h \cdot \theta^2}{(h_o + h_m) \cdot \omega_x^2}}{\Delta}, \quad (4.39)$$

$$\Delta = \frac{1}{\omega_x^2 \cdot \omega_{\varphi}^2} \cdot [\gamma \cdot \theta^4 - (\omega_x^2 + \omega_{\varphi}^2) \cdot \theta^2 + \omega_x^2 \cdot \omega_{\varphi}^2] \quad (4.40)$$

Амплітуди горизонтальних і обертових коливань також можна визначити за приблизними формулами

$$a_x = \left( \frac{1}{K_x} + \frac{h_o + h_m}{K_{\varphi}} \right) \cdot \mu \cdot P_0, \quad (4.41)$$

$$a_{\varphi} = \frac{h_o + h_m}{K_{\varphi}} \cdot \mu \cdot P_0, \quad (4.42)$$

*Рамні фундаменти під машини* отримують все більше розповсюдження. На них розташовують такі машини, як турбоагрегати, компресори, млини, електричні машини низької частоти.

Для розрахунку таких фундаментів обирають прості припущення:

– верхня горизонтальна рама фундаменту, що складається з ригелів поперечних рам і поздовжніх балок, і нижня опорна плита розглядаються як жорсткі тіла;

– маса нижньої плити не враховується;

– центр ваги маси верхньої рами, центр жорсткості поперечних рам і центр ваги підшви нижньої плити розташовані на одній вертикалі.

Амплітуду горизонтальних коливань верхньої грані фундаменту визначають за формулою

$$a = a_x + a_{\psi} \cdot e_{max}, \quad (4.43)$$

де  $a_x$  – амплітуда горизонтальних коливань центра ваги верхньої рами;

$a_{\psi}$  – амплітуда кута повороту верхньої рами відносно вертикальної осі OZ;

$e_{max}$  – відстань від центральної вертикальної осі OZ системи до найбільш віддаленого від неї підшипника машини.

Величини  $a_x$  і  $a_{\psi}$  знаходять за спеціальними формулами, що рекомендовані нормами.

Досить часто зустрічаються випадки групової розстановки машин на одному або різних, близько розташованих фундаментах.

Якщо на одному фундаменті розташовані дві однотипні машини, то амплітуда коливань фундаменту визначається як сума двох амплітуд коливань від кожної машини.

У разі кількості машин більше двох на одному фундаменті амплітуда коливань

$$a = k \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}, \quad (4.44)$$

де  $k = 1,5$  для машин періодичної дії;

$k = 0,7$  для машин імпульсної дії.

Якщо на одному фундаменті розташовані різнотипні машини, то амплітуду коливань фундаменту визначають як суму амплітуд коливань від кожної машини, але найбільша допустима величина амплітуди обирається з коефіцієнтом 1,3.

Якщо машини встановлені на різні, близько розташовані фундаменти, то для машин імпульсної дії кінематичне збудження (вплив однієї машини на другу) не враховується.

Для машин періодичної дії в цьому випадку допустима амплітуда обирається з коефіцієнтом 1,3, а амплітуда коливань фундаменту під час кінематичного збудження від поряд розташованого фундаменту визначається за формулою

$$a_s = a_0 \left( \frac{1}{\delta \left[ 1 + (\delta^2 - 1)^2 \right]} + \frac{\delta^2 - 1}{(\delta^2 - 1) \sqrt{3\delta}} \right), \quad (4.45)$$

де  $a_0$  – амплітуда коливань фундаменту від дії розташованої на ньому машини (амплітуда коливань фундаменту-джерела);

$$\delta = r / r_0, \text{ де } r_0 = \sqrt{\frac{A_\phi}{\pi}};$$

$r$  – відстань фундаменту-приймача коливань від фундаменту-джерела коливань.

Сумарна амплітуда коливань від дії двох машин

$$a = a_0 + a_s.$$

#### *Принципи конструювання фундаментів під машини*

Заглиблення фундаменту обирається мінімальним. Воно визначається умовами розміщення і закріплення машини, а також характером ґрунту.

Заглиблення фундаменту практично не впливає на динамічні параметри.

Розмір підошви визначається розрахунком основи на міцність і за коливаннями, але не менше необхідних за умовами розміщення машин.

Армування залізобетонних масивних фундаментів здійснюється переважно конструктивною арматурою. За місцевої дії навантаження (в зоні розташування анкерних болтів, місць ударів тощо) арматуру обирають за розрахунком.

Конструктивну арматуру (діаметром не менше  $\varnothing 10$ , кроком  $s_w \leq 200$  мм) розташовують по контуру (з урахуванням зміни перерізів, вирізів тощо) у вигляді арматурних сіток.

Під час проєктування рамних фундаментів рекомендують обирати верхню горизонтальну раму (плиту) якнайбільш можливої маси.

Ригелі поперечних рам повинні мати якнайбільшу можливу жорсткість на згин у вертикальній площині.

Стояки рам не повинні мати великі запаси міцності порівняно з розрахунковими.

Розміри нижньої плити необхідно обирати приймати мінімальними в плані, наскільки це відповідає умовам розміщення рам і розрахунку міцності основи. Товщину нижньої плити визначають за вимогами розрахунку її міцності. Для зменшення її ваги рекомендують виготовляти нижню плиту ребруватою. Висота ребра повинна бути не меншою за розмір перерізу стояка рами і не меншою за 0,8 м.

*Задача 4.5 (рис. 4.22).* Виконати динамічний розрахунок масивного фундаменту. Розміри фундаменту показані на рисунку 5.5. Вага машини  $Q = 300$  кН, кількість обертів вала машини  $n = 400$  об/хв. Основа – суглинок з модулем деформації  $E = 10\,000$  кН/м<sup>2</sup>.

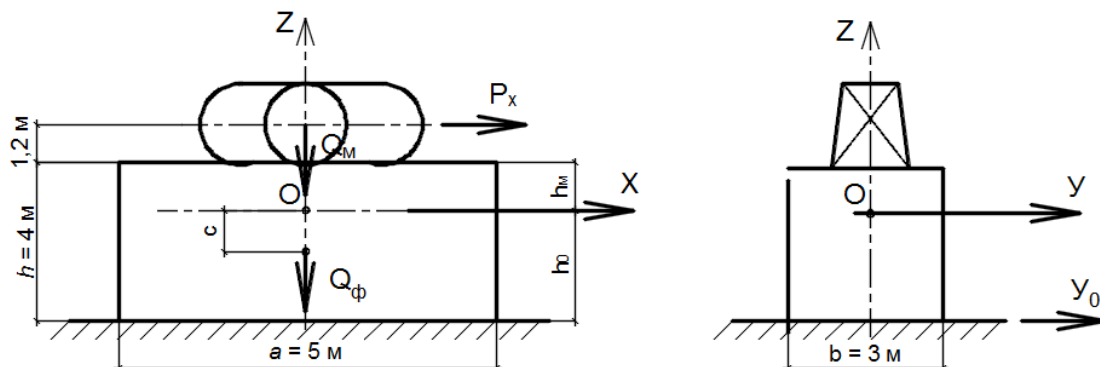


Рисунок 4.22 – Вихідні дані до задачі 4.5

Вага фундаменту (якщо  $\rho = 20$  кН/м<sup>3</sup>) визначається за формулою

$$Q_\phi = 5 \times 3 \times 4 \times 20 = 1\,200 \text{ кН.}$$

Повна вага системи «фундамент + машина» визначаються за формулою

$$Q = 1\,200 + 300 = 1\,500 \text{ кН.}$$

Положення центра ваги системи визначаються за формулою

$$h_0 = \frac{1200 \times 2 + 300 \times 5,2}{1500} = 2,65 \text{ м}, h_m = 5,2 - 2,65 = 2,55 \text{ м}.$$

Момент інерції маси відносно осі ОУ визначається за формулою

$$I = \frac{Q_m \cdot h_m^2 + Q_\phi \cdot c^2}{g} = \frac{300 \times 2,55^2 + 1200 \times 0,65^2}{9,81} = 250,5 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2,$$

Моменти інерції маси системи відносно осі  $Y_0$  визначається за формулою

$$I_0 = I + \frac{Q \cdot h_0^2}{g} = 250,5 + \frac{1500 \times 2,65^2}{9,81} = 1288 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2,$$

$$\gamma = \frac{I}{I_0} = \frac{250,5}{1288} = 0,194.$$

$I_z = 0$  (ось OZ проходить через центр ваги).

Геометричні моменти інерції визначаються за формулами

$$I_\phi = \frac{b \cdot a^3}{12} = \frac{3 \times 5^3}{12} = 31,25 \text{ м}^4,$$

$$I_p = \frac{a \cdot b}{12} (a^2 + b^2) = \frac{5 \times 3}{12} (5^2 + 3^2) = 42,5 \text{ м}^4.$$

Коефіцієнти пружного тиску і зсуву дорівнюють

$$C_z = b_0 \cdot E \left( 1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A_\phi}} \right) = 1,2 \times 10\,000 \left( 1 + \sqrt{\frac{10}{15}} \right) = 21\,800 \text{ кН} / \text{м}^3.$$

$$C_x = 0,7 \cdot C_z = 0,7 \times 21\,800 = 15\,260 \text{ кН} / \text{м}^3;$$

$$C_\phi = 2 \cdot C_z = 43\,600 \text{ кН} / \text{м}^3.; \quad C_\psi = C_z = 21\,800 \text{ кН} / \text{м}^3.$$

Коефіцієнти жорсткості основи:

$$K_z = C_z \cdot A_\phi = 21\,800 \times 15 = 327\,000 \text{ кН} / \text{м};$$

$$K_x = C_x \cdot A_\phi = 15\,260 \times 15 = 228\,900 \text{ кН} / \text{м};$$

$$K_\phi = C_\phi \cdot I_\phi = 43\,600 \times 31,25 = 1\,362\,500 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$K_\psi = C_\psi \cdot I_p = 21\,800 \times 42,5 = 926\,500 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Частоти власних коливань визначають за формулами

$$\omega_z = \sqrt{\frac{K_z \cdot g}{Q}} = \sqrt{\frac{327\,000 \times 9,81}{1500}} = 47 \text{ 1/с},$$

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x \cdot g}{Q}} = \sqrt{\frac{228\,900 \times 9,81}{1500}} = 39,3 \text{ 1/с},$$

$$\omega_\phi = \sqrt{\frac{K_\phi - Q \cdot h_0}{I_0}} = \sqrt{\frac{1\,362\,500 - 1500 \times 2,65}{1288}} = 32,5 \text{ 1/с},$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \cdot \left[ \omega_x^2 + \omega_\phi^2 - \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\phi^2)^2 - 4 \cdot \gamma \cdot \omega_x^2 \cdot \omega_\phi^2} \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2 \times 0,194} \times \left[ 39,3^2 + 32,5^2 - \sqrt{(39,3^2 + 32,5^2)^2 - 4 \times 0,194 \times 39,3^2 \times 32,5^2} \right]} =$$

$$= 25,7 \text{ 1/с,}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \cdot \left[ \omega_x^2 + \omega_\phi^2 + \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\phi^2)^2 - 4 \cdot \gamma \cdot \omega_x^2 \cdot \omega_\phi^2} \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2 \times 0,194} \times \left[ 39,3^2 + 32,5^2 + \sqrt{(39,3^2 + 32,5^2)^2 - 4 \times 0,194 \times 39,3^2 \times 32,5^2} \right]} =$$

$$= 112,9 \text{ 1/с.}$$

Частота збурюючих коливань дорівнює

$$\theta = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \times 400}{30} = 41,9 \text{ 1/с.}$$

Коефіцієнт динамічності дорівнює

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega_1^2}} = \frac{1}{1 - \frac{41,9^2}{25,7^2}} = -0,6.$$

Динамічне навантаження дорівнює

$$P_x = m_1 \cdot e \cdot \theta^2 \cdot \gamma_f, \text{ де}$$

$$m_1 = \frac{0,4 \cdot Q_m}{g} = \frac{0,4 \times 300}{9,81} = 12,23 \text{ кН} \cdot \text{с}^2/\text{м,}$$

$$e = \frac{60}{20 + n^2} = \frac{60}{20 + \left(\frac{400}{60}\right)^2} = 0,93 \text{ мм} = 0,00093 \text{ м,}$$

$$P_x = 12,23 \times 0,00093 \times 41,9^2 \times 2 = 40 \text{ кН.}$$

Амплітуда коливань визначається за формулою

$$a_x = \left( \frac{1}{K_x} + \frac{h_m + h_0}{K_\phi} \cdot h \right) \cdot \mu \cdot P_x = \left( \frac{1}{228900} + \frac{2,55 + 2,65}{1362500} \times 4 \right) \times 0,6 \times 40 =$$

$$= 4,7 \times 10^{-4} \text{ м} = 0,47 \text{ мм.}$$

$$a_\phi = \frac{h_m + h_0}{K_\phi} \cdot \mu \cdot P_x = \frac{2,65 + 2,55}{1362500} \times 0,6 \times 40 = 0,91 \times 10^{-4} \text{ рад.}$$

Переміщення краю фундаменту за вертикаллю дорівнює

$$z = \frac{a}{2} \cdot a_\phi = \frac{5 \times 0,91 \times 10^{-4}}{2} = 0,00023 \text{ м} = 0,23 \text{ мм.}$$

Для низькочастотних машин ( $n < 500$  об/хв) допустима амплітуда горизонтальних коливань  $a_u = 0,2$  мм, вертикальних коливань –  $0,15$  мм, тому амплітуда коливань фундаменту, що проектується недопустима. Треба

змінити розміри фундаменту (збільшити довжину, зменшити висоту, змінити масу або обрати стінчасту конструкцію фундаменту).

#### 4.6 Коливання систем з кількома ступенями свободи.

##### Частоти і форми власних коливань.

##### Вимушені коливання, визначення амплітуд коливань

Системи з  $n$  ступенями свободи – це такі системи, для фіксації геометричного стану яких в будь-який час потрібно задати  $n$  параметрів.

Прикладами систем із  $n$  ступенями свободи можуть бути конструкції або споруди, в яких маси окремих їхніх частин умовно обирають зосередженими в  $n$  точках, або якщо конструкція несе  $n$  значних мас, порівняно з якими можна нехтувати власною вагою цієї конструкції (рис. 4.3, 4.4, 4.5).

Якщо окремі зосереджені маси мають можливість переміщень під час коливань по двох чи кількох напрямках, то кількість ступенів свободи системи буде дорівнювати кількості зв'язків, які потрібно накласти на систему, щоб виключити можливість зміщення всіх мас.

Форма власних коливань системи визначається за умовними координатами  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (для кожної форми своїми  $X_i$ ).

Рівняння відносно невідомих координат  $X_i$  у розгорнутому вигляді можна записати як

$$\left. \begin{aligned} (m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \omega_i^2 - 1) \cdot x_1 + m_2 \cdot \delta_{12} \cdot \omega_i^2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot \delta_{1n} \cdot \omega_i^2 \cdot x_n &= 0; \\ m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \omega_i^2 \cdot x_1 + (m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \omega_i^2 - 1) \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot \delta_{2n} \cdot \omega_i^2 \cdot x_n &= 0; \\ \dots & \\ m_1 \cdot \delta_{n1} \cdot \omega_i^2 \cdot x_1 + m_2 \cdot \delta_{n2} \cdot \omega_i^2 \cdot x_2 + \dots + (m_n \cdot \delta_{nn} \cdot \omega_i^2 - 1) \cdot x_n &= 0. \end{aligned} \right\} (4.46)$$

Із цієї системи рівнянь для кожної з  $n$  частот визначають шукані координати  $X_i$ .

Для того, щоб розв'язання системи (6.1) не було нульовим, потрібно, щоб детермінант цієї системи дорівнював нулю:

$$D = \begin{vmatrix} m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \omega_i^2 - 1 & m_2 \cdot \delta_{12} \cdot \omega_i^2 & \dots & m_n \cdot \delta_{1n} \cdot \omega_i^2 \\ m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \omega_i^2 & m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \omega_i^2 - 1 & \dots & m_n \cdot \delta_{2n} \cdot \omega_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1 \cdot \delta_{n1} \cdot \omega_i^2 & m_2 \cdot \delta_{n2} \cdot \omega_i^2 & \dots & m_n \cdot \delta_{nn} \cdot \omega_i^2 - 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (4.47)$$

У розгорнутому вигляді (4.47) – це рівняння  $n$ -го ступеня для визначення  $\omega_i$ , що називають частотним, або віковим рівнянням. Корні цього рівняння – це  $n$  частот власних коливань системи ( $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ),

де ( $\omega_1 < \omega_2 < \dots \omega_n$ ).

Для визначення форм власних коливань треба послідовно підставляти кожну частоту в систему (4.46).

Абсолютні величини координат  $X_i$  можуть бути визначені тільки з точністю до деякого коефіцієнта  $N$ , бо система (4.46) – однорідна.

Тому для визначення форми коливань як деякого характеру кривої деформацій припускають, що  $X_1 = 1$ , а всі інші значення  $X_2, X_3 \dots X_n$  визначають відповідно  $X_1$ .

У загальному вигляді координати форм коливань мають подвійний індекс  $X_{ik}$ , де  $i$  – номер форми коливань,  $k$  – номер маси.

У рівняннях (4.46) і (4.47)  $\delta_{ik}$  – одиничне переміщення, де індекс  $i$  означає номер маси, для якої шукають переміщення, а  $k$  – номер маси, до якої прикладена одинична сила (рис. 4.23).

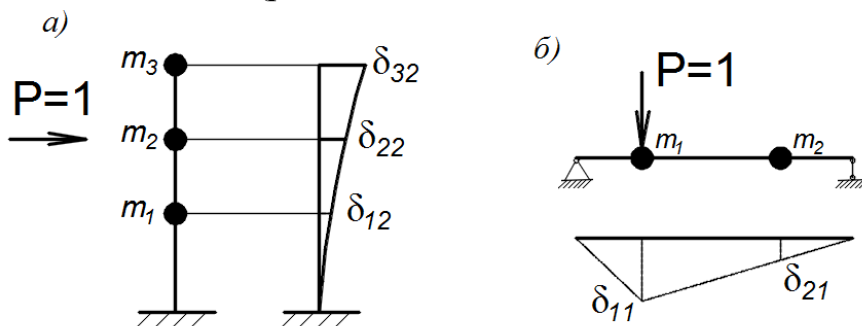


Рисунок 4.23 – До визначення одиничних переміщень

Величини одиничних переміщень залежать від характеристик жорсткості споруди.

Якщо окремі маси  $m_i$  можуть мати не тільки лінійні переміщення, а ще й обертальні (або тільки обертальні), то  $i$ -тою координатою буде кут обертання, а в детермінанті (4.47) масу  $m_i$  треба замінити на момент інерції маси  $I_i$ . При цьому можливі переміщення за напрямком  $i$ -тої координати ( $\delta_{i1}, \delta_{i2} \dots$ ) будуть кутовими переміщеннями.

Якщо яка-небудь маса може коливатись за кількома напрямками ( $i$  та  $k$ ), то така маса має бути записана в детермінанті (4.47) декілька разів під номерами  $m_i, m_k$ , і їй відповідатимуть декілька можливих переміщень ( $\delta_{ii}, \delta_{kk}, \delta_{ik}$ ).

Якщо до кожної маси прикласти збурюючі сили, що змінюються з часом за гармонічним законом  $P_i \sin \theta t$ , і ці сили можуть бути різними для різних мас, а частоти і фази – однакові, то за тривалої дії таких сил коливання стають усталеними з частотою збурюючих сил  $\theta$ .

У цьому випадку амплітуди переміщень в напрямку кожної сили дорівнюють

$$a_1 = \frac{D_i}{D};$$

де  $D$  – частотне рівняння типу (4.47), де частота власних коливань  $\omega_i$  змінена на частоту вимушених коливань  $\theta$ , а детермінант  $D \neq 0$ , бо частота відома;

$D_i$  – детермінант, складений для кожної з сил збурення:

$$D_i = \begin{vmatrix} m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \theta^2 - 1 & m_2 \cdot \delta_{12} \cdot \theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{1i} & \dots & m_n \cdot \delta_{1n} \cdot \theta^2 \\ m_2 \cdot \delta_{21} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \theta^2 - 1 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{2i} & \dots & m_n \cdot \delta_{2n} \cdot \theta^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1 \cdot \delta_{i1} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{i2} \cdot \theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{ii} & \dots & m_n \cdot \delta_{in} \cdot \theta^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1 \cdot \delta_{n1} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{n2} \cdot \theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{ni} & \dots & m_n \cdot \delta_{nn} \cdot \theta^2 - 1 \end{vmatrix} \quad (4.48)$$

Таким чином, у детермінантах  $D_i$  значення  $\sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{ni}$  повинно бути вставлене замість тієї маси, до якої прикладена сила збурення.

**Задача 4.6 (рис. 4.24).** Скласти детермінанти для визначення амплітуд коливання системи.

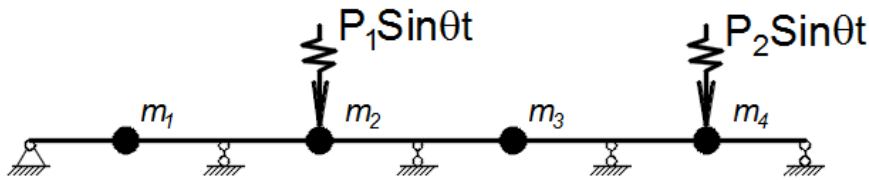


Рисунок 4.24 – Розрахункова динамічна схема

Частотне рівняння:

$$D = \begin{vmatrix} m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \theta^2 - 1 & m_2 \cdot \delta_{12} \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{13} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{14} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \theta^2 - 1 & m_3 \cdot \delta_{23} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{24} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{31} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{32} \cdot \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{33} \cdot \theta^2 - 1 & m_4 \cdot \delta_{34} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{41} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{42} \cdot \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{43} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{44} \cdot \theta^2 - 1 \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \theta^2 - 1 & (P_1 \cdot \delta_{12} + P_2 \cdot \delta_{14}) & m_3 \cdot \delta_{13} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{14} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{22} + P_2 \cdot \delta_{24}) & m_3 \cdot \delta_{23} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{24} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{31} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{32} + P_2 \cdot \delta_{34}) & m_3 \cdot \delta_{33} \cdot \theta^2 - 1 & m_4 \cdot \delta_{34} \cdot \theta^2 \\ m_1 \cdot \delta_{41} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{42} + P_2 \cdot \delta_{44}) & m_3 \cdot \delta_{43} \cdot \theta^2 & m_4 \cdot \delta_{44} \cdot \theta^2 - 1 \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \theta^2 - 1 & m_2 \cdot \delta_{12} \cdot \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{13} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{12} + P_2 \cdot \delta_{14}) \\ m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \theta^2 - 1 & m_3 \cdot \delta_{23} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{22} + P_2 \cdot \delta_{24}) \\ m_1 \cdot \delta_{31} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{32} \cdot \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{33} \cdot \theta^2 - 1 & (P_1 \cdot \delta_{32} + P_2 \cdot \delta_{34}) \\ m_1 \cdot \delta_{41} \cdot \theta^2 & m_2 \cdot \delta_{42} \cdot \theta^2 & m_3 \cdot \delta_{43} \cdot \theta^2 & (P_1 \cdot \delta_{42} + P_2 \cdot \delta_{44}) \end{vmatrix}$$

Амплітуда коливань маси  $m_2$  визначається за формулою:

$$A_1 = -\frac{D_1}{D};$$

Амплітуда коливань маси  $m_4$  визначається за формулою:

$$A_2 = -\frac{D_2}{D}.$$

Більш складна задача – це розрахунок руху системи під час дії довільного навантаження, що прикладене до різних мас і змінюється з часом за різними законами.

Така задача вирішується так:

- винаходять власні частоти і форми коливань;
- задане навантаження перегруповують між масами, тобто виконують розкладання за формами власних коливань;
- здійснюють розрахунок для кожної групи навантажень;
- сумують окремі рішення від кожної групи навантажень.

До розв'язання багатьох практичних задач можливі спрощення розрахункових схем за рахунок використання умов симетрії або розмежування споруди на прості елементи.

Як ілюстрацію розглянемо таку задачу.

*Задача 4.7 (рис. 4.25).* Визначити частоти власних коливань балки з двома рівними зосередженими масами, що розташовані в середині прогонів. Довжина балки  $l = 4$  м, величина навантажень  $Q = 5$  кН, балка – з двотавру 24 ( $I = 3\,460 \text{ см}^4 = 3,46 \times 10^{-5} \text{ м}^4$ );  $E = 2,1 \times 10^8$  кН/м<sup>2</sup>. Власною вагою балки нехтуємо.

Розкладемо рух системи на обернено-симетричні та симетричні коливання. Обернено-симетричні дають першу форму коливань, що еквівалентна коливанням однопрогонної шарнірно обпертої балки, для якої

$$y_{cm} = \frac{1}{48} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{5 \times 4^3}{48 \times 2,1 \times 10^3 \times 3,46 \times 10^{-5}} = 9,18 \times 10^{-4} \text{ м};$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{9,81}{9,18 \times 10^{-4}}} = 103 \text{ 1/с}.$$

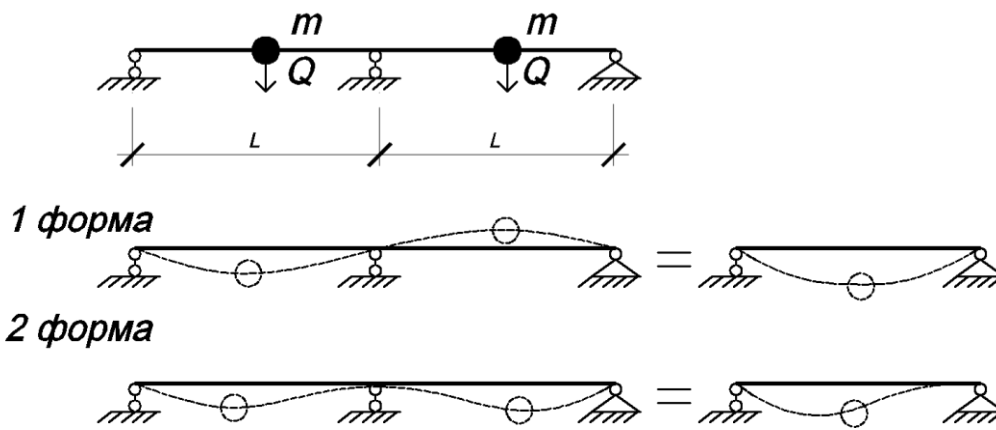


Рисунок 4.25 – Розклад руху за формами коливань із використанням симетрії

Симетричні – еквівалентні коливанням однопрогонної балки, в якій один край обпертий жорстко, а другий – шарнірно:

$$y_{cm} = \frac{7}{768} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{7 \times 5 \times 4^3}{768 \times 2,1 \times 10^3 \times 3,46 \times 10^{-5}} = 4,01 \times 10^{-4} \text{ м};$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{9,81}{4,01 \times 10^{-4}}} = 156 \text{ 1/с.}$$

#### 4.7 Коливання систем із нескінченим числом ступенів свободи. Два способи вирішення задачі

Система з нескінченим числом ступенів свободи (система з розподіленою масою) – це споруда або конструкція, що розглядається як система з безперервно розподіленими за довжиною масами, що розташовані нескінченно близько одна від одної.

Така система краще відображає дійсні умови коливань реальних конструкцій.

Однак, за деякої схематизації явищ, що виникають під час коливань конструкцій з розподіленими масами, вони можуть бути розраховані як системи зі скінченим числом ступенів свободи за формулами попереднього розділу.

Власні коливання балок постійного перерізу, що навантажені рівномірно розподіленою величиною  $q = m \cdot g$  (рис. 4.26), можуть бути записані (без урахування згасання) так:

$$E \cdot I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (4.48)$$

де  $m = \frac{q}{g}$  – маса на одиницю довжини балки;

$x$  – відстань від початку координат на лівому краю балки до розглядуваного перерізу;

$y(x,t)$  – зміщення центру ваги перерізу балки від положення статичної рівноваги;

$t$  – час.

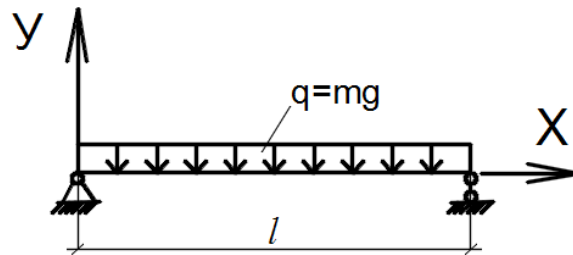


Рисунок 4.26 – До визначення власних коливань балки з розподіленою масою

Розв’язання рівняння (4.48) може бути подане у формі Фур’є за двома змінними:

$$y(x,t) = y(x) \cdot T(t), \quad (4.49)$$

що приводить до двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{m \cdot \omega^2}{EI} \cdot y = 0, \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \omega^2 \cdot T = 0. \quad (4.51)$$

Розв’язком рівняння (4.50) є функція

$$y(x) = A \cdot \text{Sin} \lambda x + B \cdot \text{Cos} \lambda x + C \cdot \text{Sh} \lambda x + D \cdot \text{Ch} \lambda x, \quad (4.52)$$

що має назву рівняння форм коливань, а рівняння (4.51) – функція

$$T(t) = C_1 \cdot \text{Sin} \omega t + C_2 \cdot \text{Cos} \omega t, \quad (4.53)$$

яку називають рівнянням зміни форми коливань з часом.

У формулах (4.50 – 4.53):

–  $\omega$  – кругова частота власних коливань;

–  $\lambda$  – характеристичне число, що дорівнює

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{m \cdot \omega^2}{EI}}; \quad (4.54)$$

–  $A, B, C, D$  – довільні постійні, що визначаються за умовами на краях балки; ці постійні повинні бути підібрані таким чином, щоб задовольнити межовим умовам по переміщенням і зусиллям на опорах (дод. Ж);

–  $C_1, C_2$  – довільні постійні, що визначаються початковими умовами (швидкістю, відхиленням).

У разі поперечного згину балки рівняння (4.51) не має практичного значення, і задача розв'язується тільки відносно змінної  $y(x)$ .

Якщо підставити межові умови у рівняння (4.52), то отримаємо чотири рівняння відносно постійних  $A, B, C, D$ .

Для ненульового розв'язання цих рівнянь треба, щоб детермінант, складений із коефіцієнтів у разі  $A, B, C, D$ , дорівнював нулю. Цей детермінант є частотним рівнянням. Це рівняння – трансцендентне, і воно дає нескінченну кількість розв'язків відносно параметра  $\lambda l$  ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_n$ ). Параметри  $\lambda_i l$  – це корені частотного рівняння.

Якщо значення  $\lambda_i$  підставити у рівняння (4.52) з уже визначеними  $A, B, C, D$ , то отримаємо для кожного значення  $\lambda_i$  своє рівняння форми коливань, що має назву балочної функції.

Згідно з (4.54) кожному значенню  $\lambda_i$  відповідає своя кругова частота власних коливань  $\omega_i$ , тобто балка з розподіленою масою може коливатись за нескінченною кількістю форм.

Однак у практиці проектування кількість частот і форм власних коливань, що враховують у розрахунках для достатньої точності рішення, обирають за такими рекомендаціями:

- для однопрогонних балок – 2;
- для багатопрогонних балок –  $2k$ , де  $k$  – кількість прогонів;
- для однопрогінних плит – 4;
- для ферм – 5.

У випадку гармонічних навантажень достатню для практичних розрахунків точність можна отримати, якщо врахувати в розрахунку  $n$  перших форм, де  $n$  – номер найменшої власної частоти, що перевищує частоту вимушених коливань.

В окремому випадку, якщо частота основного тону більше частоти збурення, враховують тільки першу форму власних коливань.

Для однопрогонних балок за традиційних умов спирання даються готові значення балочних функцій, що відповідають першій, другій та іншим формам власних коливань, а також величини  $\lambda_i l$ , за якими визначають частоти  $\omega_i$  (дод. К).

Рішення рівняння (4.50) можливе і у вигляді

$$y(x) = A \cdot S(x) + B \cdot T(x) + C \cdot U(x) + D \cdot V(x), \quad (4.55)$$

де  $A, B, C, D$  – довільні постійні, що залежать від межових умов на краях балки;

$S(x), T(x), U(x), V(x)$  – функції впливу (функції Кривола), що є системою частинних розв'язків рівняння (4.50):

$$\left. \begin{aligned} S(x) &= \frac{1}{2}(Ch \lambda x + Cos \lambda x); \\ T(x) &= \frac{1}{2}(Sh \lambda x + Sin \lambda x); \\ U(x) &= \frac{1}{2}(Ch \lambda x - Cos \lambda x); \\ V(x) &= \frac{1}{2}(Sh \lambda x - Sin \lambda x). \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

Числові значення функцій Кривола і дотичних від них наведені в додатку Л.

У разі дії на балку постійного перерізу зовнішнього навантаження, що змінюється з часом, вимушені коливання за браком розсіювання енергії записують у вигляді

$$EI \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x, t), \quad (4.57)$$

де  $p(x, t)$  – навантаження збурення, що змінюється з часом.

Це навантаження може бути розподіленим типу  $q(x) \cdot Sin(\theta t + \varphi)$  або зосередженим типу  $P \cdot Sin(\theta t + \varphi)$ , що діє в деякому перерізі  $x = a$  (рис. 4.27).

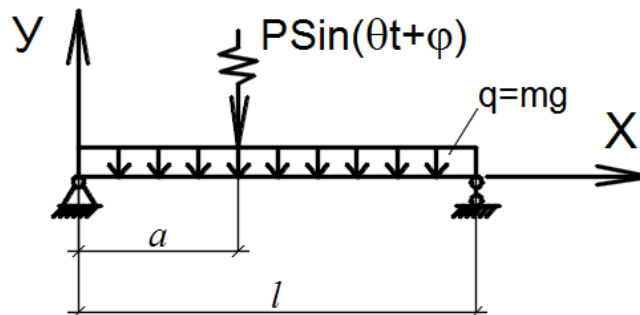


Рисунок 4.27 – До визначення амплітуд вимушених коливань балки

Для випадку зосередженої сили амплітуду вимушених коливань (динамічний прогин) можна визначити, використовуючи метод розтину, за формами власних коливань балки:

$$y(\xi) = \frac{P}{m \cdot e} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi) \cdot U_i(\xi_0)}{\omega_i^2 \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2}\right)}, \quad (4.58)$$

де  $P$  – амплітуда гармонічної сили;

$\omega_i$  – частота власних коливань за  $i$ -тою формою;

$\theta$  – частота вимушених коливань;

$\xi$  – відносна координата від лівої опори до перерізу, в якому шукають

прогин  $\left(\xi = \frac{x}{l}\right); \quad \xi_0 = \frac{a}{l};$

$U_i$  – нормована балочна функція, що відповідає  $i$ -тій формі коливань.

**Задача 4.8 (рис. 4.28).** Виконати динамічний розрахунок балки. Переріз балки – 2[16 ( $I = 1,494 \times 10^{-5} \text{ м}^4$ ,  $E = 2,1 \times 10^8 \text{ кН/м}^2$ ). Закон зміни навантаження:  $P(t) = 50 \sin 40t$ .

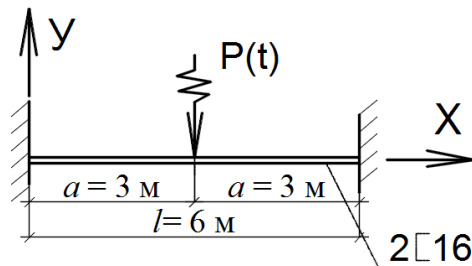


Рисунок 4.28 – Вихідні дані до задачі 4.8

Власна вага балки:  $q = 2 \times 0,142 = 0,284 \text{ кН/м}$ ;

Розподілена маса визначається за формулою

$$m = \frac{q}{g} = \frac{0,284}{9,81} = 0,029 \left( \text{кН} \cdot \text{с}^2 / \text{м} \right)$$

Кругова частота вимушених коливань:  $\theta = 40 \text{ 1/с}$ .

Межові умови визначаються за формулою

$$y(0) = 0; \quad y'(0) = 0; \quad y(l) = 0; \quad y'(l) = 0.$$

Частотне рівняння (дод. К) визначається за формулою

$$\text{Cos} \lambda_i l \cdot \text{Ch} \lambda_i l - 1 = 0.$$

Балочні функції (форми власних коливань) визначається за формулою

$$y_i(x) = \text{Ch} \lambda_i x - \text{Cos} \lambda_i x - \sigma_i \cdot (\text{Sh} \lambda_i x - \text{Sin} \lambda_i x),$$

де величини коефіцієнтів балочних функцій (дод. К) дорівнюють:

$$\sigma_1 = 0,983; \quad \sigma_2 = 1,001; \quad \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \dots = \sigma_n = 1.$$

Числові значення коренів частотного рівняння (дод. К) дорівнюють:  
 $\lambda_1 \cdot l = 4,73$ ;  $\lambda_2 \cdot l = 7,853$ ;  $\lambda_3 \cdot l = 10,996$ ;  $\lambda_4 \cdot l = 14,137$ ;  $\lambda_5 \cdot l = 17,279$ .  
 Величини параметрів  $\lambda_i$  визначаються за формулами

$$\lambda_1 = \frac{4,73}{6} = 0,788; \quad \lambda_2 = \frac{7,853}{6} = 1,308; \quad \lambda_3 = \frac{10,996}{6} = 1,833;$$

$$\lambda_4 = \frac{14,137}{6} = 2,357; \quad \lambda_5 = \frac{17,279}{6} = 2,88.$$

Частоти власних коливань визначаються за формулами

$$\omega_i = \lambda_i^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}}; \quad \text{де } \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} = \sqrt{\frac{2,1 \times 10^8 \times 1,494 \times 10^{-5}}{0,029}} = 3291 / \text{с};$$

$$\omega_1 = 0,788^2 \times 329 = 204 \text{ 1/с};$$

$$\omega_2 = 1,308^2 \times 329 = 563 \text{ 1/с};$$

$$\omega_3 = 1,833^2 \times 329 = 1 \text{ 105 1/с};$$

$$\omega_4 = 2,357^2 \times 329 = 1 \text{ 828 1/с};$$

$$\omega_5 = 2,88^2 \times 329 = 2 \text{ 729 1/с}.$$

Нормовані балочні функції у разі  $\xi = \xi_0 = \frac{x}{l} = \frac{3}{6} = 0,5$ :

– для першої форми коливань ( $\lambda_1 \cdot \xi = 0,788 \times 0,5 = 0,394$ ):

$$U_1 = Ch \lambda_1 \xi - Cos \lambda_1 \xi - \sigma_1 \cdot (Sh \lambda_1 \xi - Sin \lambda_1 \xi) =$$

$$= Ch 0,394 - Cos 0,394 - 0,983 \cdot (Sh 0,394 - Sin 0,394) = 0,137;$$

– для другої форми коливань ( $\lambda_2 \cdot \xi = 1,308 \times 0,5 = 0,654$ ):

$$U_2 = Ch \lambda_2 \xi - Cos \lambda_2 \xi - \sigma_2 \cdot (Sh \lambda_2 \xi - Sin \lambda_2 \xi) =$$

$$= Ch 0,654 - Cos 0,654 - 1,001 \cdot (Sh 0,654 - Sin 0,654) = 0,334;$$

– для третьої форми коливань ( $\lambda_3 \cdot \xi = 1,833 \times 0,5 = 0,916$ ):

$$U_3 = Ch \lambda_3 \xi - Cos \lambda_3 \xi - \sigma_3 \cdot (Sh \lambda_3 \xi - Sin \lambda_3 \xi) =$$

$$= Ch 0,916 - Cos 0,916 - 1,0 \cdot (Sh 0,916 - Sin 0,916) = 0,584;$$

– для четвертої форми коливань ( $\lambda_4 \cdot \xi = 2,357 \times 0,5 = 1,178$ ):

$$U_4 = Ch \lambda_4 \xi - Cos \lambda_4 \xi - \sigma_4 \cdot (Sh \lambda_4 \xi - Sin \lambda_4 \xi) =$$

$$= Ch 1,178 - Cos 1,178 - 1,0 \cdot (Sh 1,178 - Sin 1,178) = 0,851;$$

– для п'ятої форми коливань ( $\lambda_5 \cdot \xi = 2,88 \times 0,5 = 1,44$ ):

$$U_5 = Ch \lambda_5 \xi - Cos \lambda_5 \xi - \sigma_5 \cdot (Sh \lambda_5 \xi - Sin \lambda_5 \xi) =$$

$$= Ch 1,44 - Cos 1,44 - 1,0 \cdot (Sh 1,44 - Sin 1,44) = 1,1.$$

Амплітуда коливань (найбільший динамічний прогин) визначається за формулою

$$y_{\max}\left(x=\frac{l}{2}\right) = \frac{P}{m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i^2}{\omega_i^2 \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2}\right)} =$$

$$= \frac{50}{0,029 \times 6} \times \left[ \frac{0,137^2}{204^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{204^2}\right)} + \frac{0,334^2}{563^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{563^2}\right)} + \frac{0,584^2}{1105^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{1105^2}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{0,851^2}{1828^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{1828^2}\right)} + \frac{1,1^2}{2729^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{2729^2}\right)} \right] =$$

$$= 287 \times (4,69 \times 10^{-7} + 3,56 \times 10^{-7} + 2,79 \times 10^{-7} + 2,17 \times 10^{-7} + 1,62 \times 10^{-7}) =$$

$$= 0,000\,426 \text{ м} = 0,426 \text{ мм.}$$

З цього результату бачимо, що збіжність ряду дуже погана, і для точного визначення треба обирати значно більшу кількість членів ряду, ніж 5.

Якщо врахувати, що частота першого тону коливань значно більша за частоту збурення ( $\omega_1 = 204 \text{ 1/с} > \theta = 40 \text{ 1/с}$ ), то згідно з рекомендаціями можна було б обрати тільки перший член ряду, тоді амплітуда коливань дорівнювала б всього  $y_{\max} = 0,135 \text{ мм}$ .

*Задача 4.9 (рис. 4.29).* Балка, що розглянута в задачі 7.1, шарнірно закріплена на опорах. Визначити амплітуду прогину.

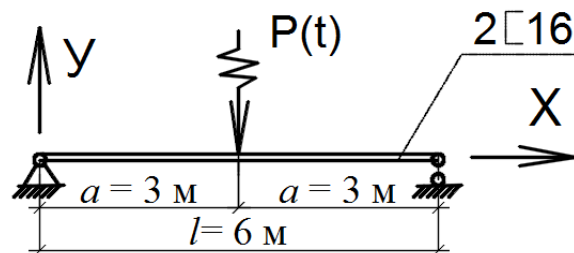


Рисунок 4.29 – Вихідні дані до задачі 4.29

Межові умови:

$$y(0) = 0; \quad y'(0) = 0; \quad y(l) = 0; \quad y''(l) = 0.$$

Частотне рівняння:  $\text{Sin} \lambda_i l = 0.$

Балочні функції (форми власних коливань) визначаються за формулою

$$y_i(x) = \text{Sin} \frac{i \cdot \pi \cdot x}{l}.$$

Корені частотного рівняння:

$$\lambda_1 \cdot l = 3,142; \lambda_2 \cdot l = 6,283; \lambda_3 \cdot l = 9,425; \lambda_4 \cdot l = 12,566; \lambda_5 \cdot l = 15,708.$$

Величини параметрів  $\lambda_i$ :

$$\lambda_1 = \frac{3,142}{6} = 0,523; \quad \lambda_2 = \frac{6,283}{6} = 1,047; \quad \lambda_3 = \frac{9,425}{6} = 1,57;$$

$$\lambda_4 = \frac{12,566}{6} = 2,09; \quad \lambda_5 = \frac{15,708}{6} = 2,62.$$

Частоти власних коливань визначаються за формулами

$$\omega_i = \lambda_i^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}}; \quad \text{де } \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} = \sqrt{\frac{2,1 \times 10^5 \times 1,494 \times 10^{-5}}{0,029}} = 329 \text{ 1/c};$$

$$\omega_1 = 0,523^2 \times 329 = 90,5 \text{ 1/c};$$

$$\omega_2 = 1,047^2 \times 329 = 360 \text{ 1/c};$$

$$\omega_3 = 1,57^2 \times 329 = 810 \text{ 1/c};$$

$$\omega_4 = 2,09^2 \times 329 = 1437 \text{ 1/c};$$

$$\omega_5 = 2,62^2 \times 329 = 2258 \text{ 1/c}.$$

Нормовані балочні функції у разі  $\xi = \xi_0 = \frac{x}{l} = \frac{3}{6} = 0,5$ :

– для першої форми коливань ( $\lambda_1 \cdot \xi = 0,523 \times 0,5 = 0,2615$ ):

$$U_1 = (\text{Sin } \lambda_1 \xi = \text{Sin } 0,2615) = 0,258;$$

– для другої форми коливань ( $\lambda_2 \cdot \xi = 1,047 \times 0,5 = 0,523$ ):

$$U_2 = \text{Sin } \lambda_2 \xi = \text{Sin } 0,523 = 0,5;$$

– для третьої форми коливань ( $\lambda_3 \cdot \xi = 1,57 \times 0,5 = 0,785$ ):

$$U_3 = \text{Sin } \lambda_3 \xi = \text{Sin } 0,785 = 0,707;$$

– для четвертої форми коливань ( $\lambda_4 \cdot \xi = 2,09 \times 0,5 = 1,045$ ):

$$U_4 = \text{Sin } \lambda_4 \xi = \text{Sin } 1,045 = 0,866;$$

– для п'ятої форми коливань ( $\lambda_5 \cdot \xi = 2,62 \times 0,5 = 1,31$ ):

$$U_5 = \text{Sin } \lambda_5 \xi = \text{Sin } 1,31 = 0,966;$$

Амплітуда коливань (найбільший динамічний прогин) визначається за формулою

$$y_{\max(x=3)} = \frac{P}{m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i^2}{\omega_i^2 \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2}\right)} =$$

$$= \frac{50}{0,029 \times 6} \left[ \frac{0,258^2}{90,5^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{90,5^2}\right)} + \frac{0,5^2}{360^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{360^2}\right)} + \frac{0,707^2}{810^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{810^2}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{0,866^2}{1437^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{1437^2}\right)} + \frac{0,966^2}{2258^2 \times \left(1 - \frac{40^2}{2258^2}\right)} \right] =$$

$$= 287 \times 10^{-6} \times (10,1 + 1,95 + 0,76 + 0,36 + 0,18) = 0,00383 \text{ м} = 3,83 \text{ мм.}$$

Для балки, що закріплена шарнірно збіжність результату добра, тому без великої похибки можна обрати тільки перший член ряду. При цьому  $y = 2,9 \text{ мм}$ .

#### 4.8 Віброізоляція будівельних конструкцій.

##### Конструктивні особливості. Основи розрахунку віброізоляції

Віброізоляція – це спосіб зменшення коливань системи, що базується на значному ослабленні її зв'язків з іншими системами.

Віброізоляція буває:

- силовою (активною), якщо ізолюється основа від джерела вібрацій;
- кінематичною (пасивною), якщо ізолюється об'єкт (машина) від вібрації основи.

Конструктивно віброізоляція може здійснюватися за різними схемами (рис. 4.30).

Ефективність віброізоляції визначається коефіцієнтом передачі (коефіцієнтом віброізоляції)  $\mu$ .

У разі силової віброізоляції

$$\mu = \frac{P_{\max}^{\text{осн}}}{P_{\max}^{\text{маш}}} \quad (4.59)$$

де  $P_{\max}^{\text{осн}}$  – амплітуда сили, що передається на основу через віброізолятори;

$P_{\max}^{\text{маш}}$  – амплітуда сили збудження.

У разі кінематичної віброізоляції

$$\mu = \frac{y_{\max}^{\text{маш}}}{y_{\max}^{\text{осн}}} \quad (4.60)$$

де  $y_{\max}^{\text{маш}}$  – амплітуда переміщення віброізолюваної машини;

$y_{\max}^{осн}$  – амплітуда переміщення основи (системи).

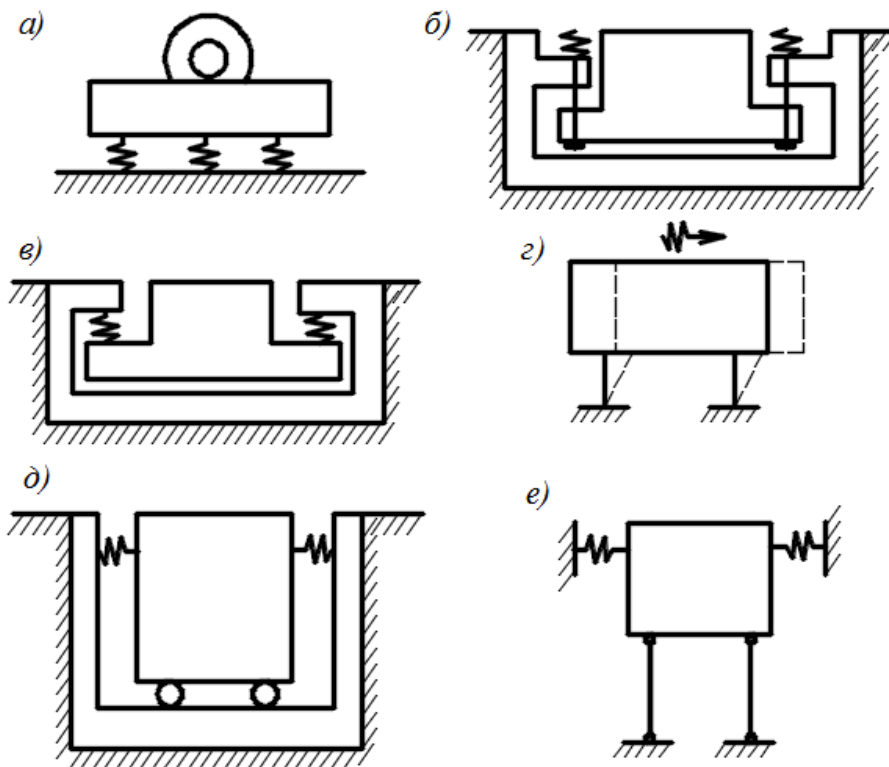


Рисунок 4.30 – Схеми віброізоляції:

*а* – опорний варіант; *б* – підвісний варіант; *в* – підвісний варіант із розтягнутими пружинами; *г* – варіант із згинальними стрижнями; *д* – варіант із катками; *е* – схема астатичного маятника

Для обох випадків коефіцієнт  $\mu$  визначається за формулою

$$\mu = \frac{1}{\alpha^2 - 1}, \quad (4.61)$$

де  $\alpha = \frac{\theta}{\omega}$ ;

$\theta$  – частота вимушених коливань від джерела збудження;

$\omega$  – частота власних коливань віброізолюваного об'єкта.

Величина коефіцієнта віброізоляції  $\mu$  залежить від жорсткості віброізоляторів.

Віброізолятори можуть бути:

- пружинними;
- гумовими;
- ресорного типу;
- комбінованими (пружинно-гумовими);

– демпферами в'язкого тертя.

Для більшості будівельних конструкцій використовують пружинні й гумові віброізолятори або їхню комбінацію.

Найчастіше вирішують задачу віброізоляції таких конструкцій, як фундаменти, перекриття або покриття будівель від машин ударного типу (штампи, преси) або від вентиляторів, центрифуг, електродвигунів.

*Пружинні віброізолятори* найчастіше виготовляють зі сталевих витих пружин. У паспортних даних зазвичай вказують жорсткість пружин в поздовжньому напрямку  $k_z$ . За браком паспортних даних жорсткість пружини в поздовжньому напрямку визначається за формулою

$$k_z = \frac{G \cdot d}{S \cdot c^2 \cdot i}, \quad (4.62)$$

де  $G$  – модуль зсуву, що дорівнює  $7,85 \times 10^4$  МПа;

$d$  – діаметр прутка, см.

$$c = \frac{D}{d},$$

де  $D$  – діаметр пружини по середній лінії;

$i$  – кількість робочих витків пружини.

У практиці рекомендовано обирати  $D = (4 \dots 10) d$ .

Повна кількість витків пружини дорівнює

$$i_1 = i + i_2,$$

де  $i_2$  – кількість «мертвих» витків, яку обирають:

$$i_2 = 1,5, \text{ якщо } i \leq 7, \text{ та } i_2 = 2,5, \text{ якщо } i > 7.$$

Жорсткість пружини в поперечному напрямку  $k_x = k_y$  визначається за графіком (рис. 4.31) залежно від жорсткості  $k_z$  і величини осідання пружини під навантаженням.

*Гумові віброізолятори* використовують в тих випадках, коли необхідно збільшити затухання власних коливань або зменшити амплітуди резонансних коливань в перехідних режимах (під час пуску або зупинки машини).

Поздовжнє навантаження спричиняє великі поперечні деформації гумового віброізолятора (коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,5$ ). Цим деформаціям перешкоджають сили тертя на опорних поверхнях, і, як результат цього, модуль пружності на стиск збільшується порівняно з модулем пружності на розтягнення. Тому для розрахунку обирають деякий умовний модуль пружності  $E'$ , що для елементів із більш-менш порівнюваними розмірами за

висотою і поперечним перерізом дорівнює п'ятикратній величині модуля зсуву  $G$ .

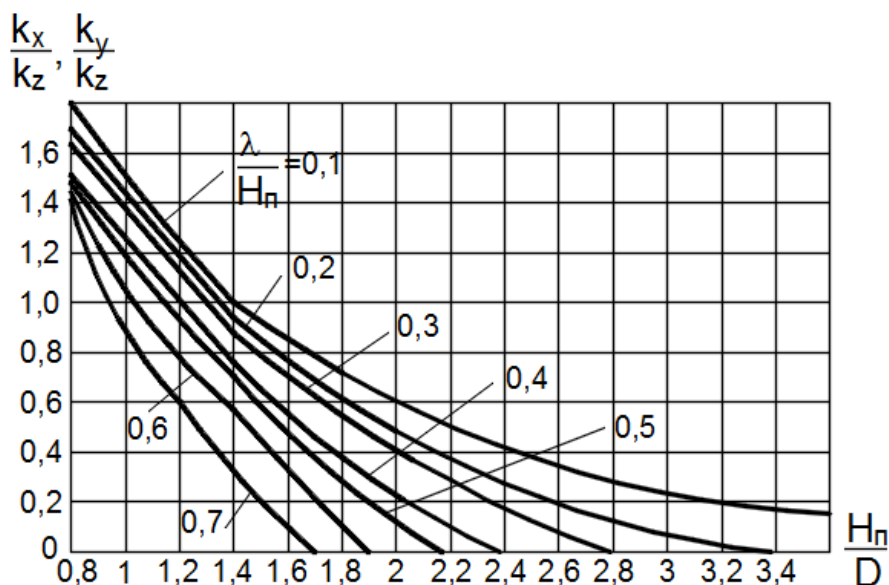


Рисунок 4.31 – Графік для визначення поперечної жорсткості пружини:  
 $H_n$  – висота пружини під навантаженням  $P_{ст}$ ;  $\lambda$  – статичний прогин під навантаженням;  $k_z$  – вертикальна жорсткість пружини

Крім цього, жорсткість гумових віброізоляторів різна за статичного і динамічного навантажень, тому під час розрахунку обирають динамічний модуль  $E_d$ . Зі свого боку, модулі залежать від твердості гуми, що визначається (за Шором А) спеціальним твердоміром. Цю твердість вказують у паспорті гуми. Основні характеристики розповсюджених марок гуми наведені в таблиці 4.9.

Таблиця 4.9 – Основні характеристики гуми

Марка гуми	Динамічний модуль пружності $E_d$ , МПа	Статичний модуль пружності $E_{ст}$ , МПа	Коефіцієнт внутрішнього тертя, $\gamma$
1	2	3	4
3311	2,5	1,6	0,038
2959	6,3	3,0	0,14
112А	6,0	4,4	0,16
1992	10,0	3,7	0,19
2462	17,0	5,2	0,31
2566	3,8	2,4	0,11
7–120с	11,2	6,6	0,08
135	12,5	3,7	0,22
199	19,6	4,0	0,208

Продовження таблиці 4.9

1	2	3	4
122	20,6	7,3	0,21
3826	23,6	4,6	0,30
2542Н	31,4	5,65	0,32

Жорсткість гумового віброізолятора у разі поздовжнього стиску визначається за формулою

$$k_z = \frac{A \cdot E_D}{H - \frac{a}{8}}, \quad (4.63)$$

де  $A$  – площа поперечного перерізу віброізолятора,  $\text{см}^2$ ;

$E_D$  – динамічний модуль пружності гуми на стиск (рис. 4.32);

$H$  – висота віброізолятора,  $\text{см}$ ;

$a$  – поперечний розмір віброізолятора (діаметр або сторона квадрату),  $\text{см}$ .

При цьому повинна виконуватись умова

$$\frac{H}{a} \leq 1,1. \quad (4.64)$$

Жорсткість віброізолятора в поперечному напрямку визначається за формулою

$$k_x = k_y = \frac{A \cdot G}{H}. \quad (4.65)$$

У разі комбінованої віброізоляції загальна жорсткість становить

$$\sum k_z = \sum k_{z, \text{пруж}} + \sum k_{z, \text{гум}}.$$

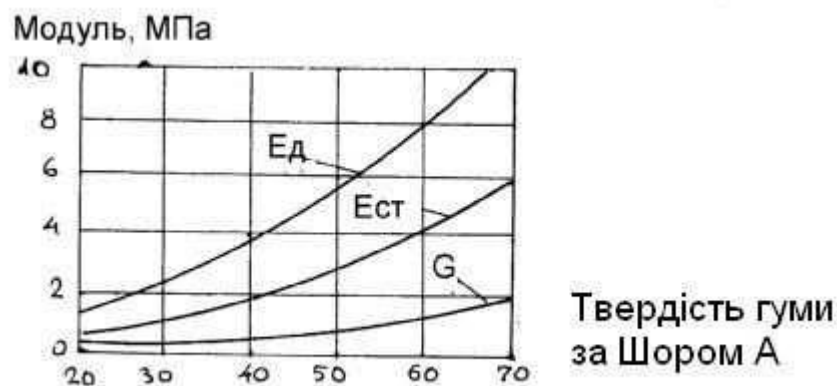


Рисунок 4.32 – Залежність модулів пружності гуми під час стискання від числа твердості

Метою розрахунку віброізоляції є:

– визначення частот і форм власних коливань віброізолюваного об'єкта;

– вибір типу, кількості та способу розставлення віброізоляторів, що задовольняють заданому коефіцієнту передачі  $\mu$ .

У практиці розрахунків вважають, що віброізолюваний об'єкт – абсолютно тверде тіло, а коливання – гармонічні.

Пружні властивості віброізоляторів характеризуються коефіцієнтами жорсткості за трьома осями симетрії  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  і кутовими жорсткостями  $k_{\varphi x}$ ,  $k_{\varphi y}$ ,  $k_{\varphi z}$ . Таким чином, віброізолюваний об'єкт має шість ступенів свободи, тому можливі шість форм власних коливань зі своїми частотами.

Вважають, що умовами невходження віброізолюваного об'єкта в резонансні зони є:

– для вертикальних коливань

$$a_z = \frac{\theta_z}{\omega_z} \geq 4, \quad (4.66)$$

– для решти коливань

$$a_i = \frac{\theta_i}{\omega_i} \geq 2,5. \quad (4.67)$$

За цієї частоти збудження  $\theta_z$  за умови (4.66) визначають загальну вертикальну жорсткість віброізоляції:

$$\sum k_z = m \cdot \omega_z^2. \quad (4.68)$$

За цією жорсткістю визначають кількість і тип віброізоляторів, обирають варіант їхнього попереднього розташування і перевіряють решту умов (4.67).

Обираючи той чи інший варіант розташування віброізоляторів, необхідно домагатися збігу в одній точці центру ваги об'єкта і центру жорсткості системи, або принаймні розташування їх на одній вертикалі.

*Задача 4.10 (рис. 4.33).* Розрахувати активну пружинну віброізоляцію під електродвигун. Вага електродвигуна  $Q_g = 2$  кН, швидкість обертання ротора  $n = 1\,400$  об/хв. Відцентрова сила  $P = 1$  кН.

Вага залізобетонної плити визначається за формулою

$$Q_{nl} = 1 \times 1 \times 0,15 \times 25 = 3,75 \text{ кН.}$$

Загальна вага всієї установки визначається за формулою

$$Q = Q_{nl} + Q_g = 3,75 + 2 = 5,75 \text{ кН.}$$

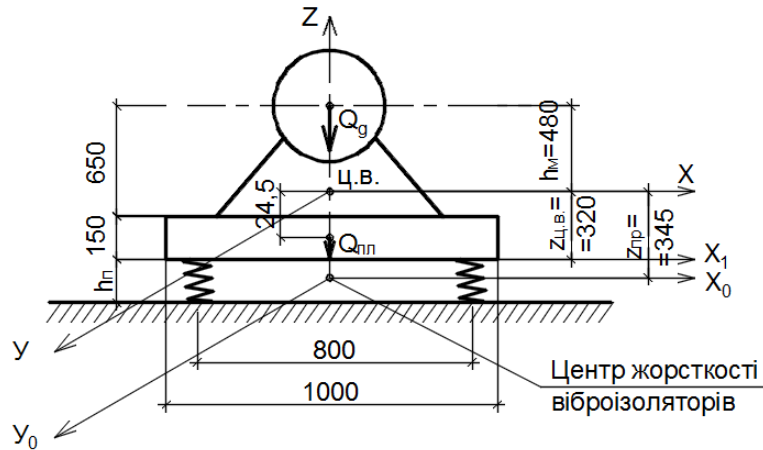


Рисунок 4.33 – Дані для розрахунку задачі 4.10

Положення центру ваги установки відносно осі  $X_1$  становить

$$z_{ц.в.} = \frac{3,75 \times 0,075 + 2 \times 0,8}{5,75} = 0,32 \text{ м}; \quad h_m = 0,8 - 0,32 = 0,48 \text{ м.}$$

Маса всієї установки дорівнює

$$m = \frac{Q}{g} = \frac{5,75}{9,81} = 0,59 \text{ (кН} \cdot \text{с}^2) / \text{м.}$$

Момент інерції маси установки відносно центральної осі  $Y$  становить

$$I = \frac{2 \times 0,48^2 + 3,75 \times 0,245^2}{9,81} = 0,07 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2.$$

Кругова частота вимушених коливань визначається за формулою

$$\theta = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \times 1400}{30} = 147 \text{ 1/с.}$$

Амплітуда збурюючої сили  $P_z = P_x = 1 \text{ кН}$  (за вихідними даними).

За умови  $a_z = \frac{\theta}{\omega_z} \geq 4$ , визначаємо

$$\omega_z = \frac{\theta}{4} = \frac{147}{4} = 37 \text{ 1/с.}$$

Обираємо частоту вертикальних коливань віброізольованого об'єкта (основи)  $\omega_z = 35 \text{ 1/с.}$

$$a_z = \frac{\theta}{\omega_z} = \frac{147}{35} = 4,2.$$

При цьому коефіцієнт передачі (коефіцієнт віброізоляції) за (4.61):

$$\mu = \frac{1}{\alpha_z^2 - 1} = \frac{1}{4,2^2 - 1} = 0,06.$$

Таким чином, на основу буде передане зусилля, що дорівнює 6 % від зусилля збурення.

Необхідна жорсткість віброізоляторів становить

$$\Sigma k_z = m \cdot \omega_z^2 = 0,59 \div 35^2 = 723 \text{ кН/м.}$$

Обираємо чотири пружини; жорсткість однієї пружини дорівнює

$$k_z = \frac{723}{4} = 181 \text{ к/м.}$$

Пружину виготовляємо з прутку  $d = 1$  см.

Середній діаметр пружини обираємо  $D = 6d = 6$  см.

При цьому  $c = \frac{D}{d} = 6$ ;  $c^3 = 216$ .

Розрахункова (робоча) кількість витків пружини становить

$$i = \frac{G \cdot d}{8 \cdot c^2 \cdot k_z} = \frac{7,85 \times 10^7 \times 0,01}{8 \times 216 \times 181} = 2,5 \text{ витка.}$$

Повна кількість витків пружини дорівнює

$$i_1 = i + i_2 = 2,5 + 1,5 = 4.$$

Осідання пружини під повним навантаженням визначається за формулою

$$\lambda = \frac{Q + P_z}{\Sigma k_z} = \frac{5,75 + 1}{723} = 0,0093 \text{ м} = 0,93 \text{ см.}$$

Висота максимально стиснутої пружини становить

$$H = (i_1 - 0,5) \cdot d = (4 - 0,5) \cdot 1 = 3,5 \text{ см;}$$

Висота пружини без навантаження становить

$$H_0 = H + i \cdot (h - d),$$

де  $h$  – крок витків, який визначають за формулою

$$h = \frac{D}{4} \dots \frac{D}{2} = 1,5 \dots 3 \text{ см.}$$

Обираємо  $h = 2$  см. Тоді  $H_0 = 3,5 + 2,5 \times (2 - 1) = 6$  см.

Висота пружини під навантаженням:

$$H_n = H_0 - \lambda = 6 - 0,93 = 5,07 \text{ см.}$$

$$\frac{H_n}{D} = \frac{5,07}{6} = 0,845; \quad \frac{\lambda}{H_n} = \frac{0,93}{5,07} = 0,183.$$

За графіком (рис. 4.31) визначаємо жорсткість пружини уздовж осі  $X$ :

$$k_x = 1,6 \times k_z = 1,6 \times 181 = 290 \text{ кН/м.}$$

Частота коливань дорівнює

$$\omega_x = \sqrt{\frac{\sum k_x}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times 290}{0,59}} = 44,3 \text{ 1/с.}$$

$$\alpha_x = \frac{\theta}{\omega_x} = \frac{147}{44,3} = 3,32 > 2,5.$$

Обираємо симетричне розташування пружин із відстанню між ними  $a = 0,8$  м.

Центр жорсткості пружин буде на висоті, що дорівнює

$$z_{np} = z_{ц.в.} + \frac{H_n}{2} = 0,32 + \frac{0,0507}{2} = 0,345 \text{ м.}$$

Кутова жорсткість пружин визначається за формулою

$$k_\varphi = \sum k_x \cdot z_{np}^2 + \sum k_z \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 4 \times 290 \times 0,345^2 + 723 \times 0,42 = 254 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Момент інерції маси установки відносно осі  $Y_0$  становить

$$I_0 = I + \frac{Q \cdot z_{np}}{g} = 0,07 + \frac{5,75 \times 0,345^2}{9,81} = 0,14 \text{ кН}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2.$$

$$\gamma = \frac{I}{I_0} = \frac{0,07}{0,14} = 0,5.$$

Частота кутових коливань дорівнює

$$\omega_\varphi = \sqrt{\frac{k_\varphi - Q \cdot z_{np}}{I_0}} = \sqrt{\frac{254 - 5,75 \times 0,345}{0,14}} = 42,4 \text{ 1/с,}$$

$$\alpha_\varphi = \frac{\theta}{\omega_\varphi} = \frac{147}{42,4} = 3,47 > 2,5.$$

Перша частота згинально-обертаючих коливань визначається за формулою

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left[ \omega_x^2 + \omega_\varphi^2 - \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\varphi^2)^2 - 4 \cdot \gamma \cdot \omega_x^2 \cdot \omega_\varphi^2} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2 \times 0,5} \left[ 44,3^2 + 42,4^2 - \sqrt{(44,3^2 + 42,4^2)^2 - 4 \times 0,5 \times 44,3^2 \times 42,4^2} \right]} = 33,1 \text{ 1/с.} \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \frac{\theta}{\omega_1} = \frac{147}{33,1} = 4,43 > 2,5.$$

Всі вимоги віброізоляції виконуються.

## 4.9 Проектування будівель у сейсмічних районах. Конструктивні заходи зі сейсмозахисту

### 4.9.1 Загальні поняття. Шкали інтенсивності землетрусів

Існує декілька теорій і моделей землетрусів. Найбільш сучасна теорія – це теорія тектоніки плит Н. Келдера. Згідно з цією теорією, верхня оболонка Землі – кора і підстилаюча її верхня мантія, що утворюють літосферу, разом з розташованими на ній континентами й океанами, поділена на декілька великих поєднаних плит. Ці плити постійно рухаються одна відносно одної.

Взаємні зсуви плит спричиняють тріщини, або трансформні розломи.

Аналіз даних свідчить, що землетруси відбуваються саме на границях плит.

Тривалі й дуже повільні тектонічні рухи під час землетрусу переходять у сейсмічні, що мають більшу швидкість у результаті швидкої «розрядки» набутої енергії. Ця розрядка відбувається 10–15 с (іноді 40–60 с).

Землетруси класифікують залежно від глибини розташування їхнього осередка, що називається фокусом, або гіпоцентром.

Проекція гіпоцентру на поверхню землі називається епіцентром.

Із глибиною гіпоцентру до 70 км землетруси називають нормальними, із глибиною більше 300 км їх називають глибоко-фокусними, а в межах 70–300 км – землетруси проміжні.

Визначити енергію деформації, що виділяється під час землетрусу, дуже важко.

Американські вчені Ч. Ріхтер і Б. Гутенберг у 1940-х роках запропонували умовну характеристику цієї енергії – магнітуду:

$$M = \lg A - \lg A_0 = \lg A / A_0,$$

де  $A_0$  і  $A$  – найбільші амплітуди зміщень в якій-небудь сейсмічній хвилі, виміряні відповідно за деякого дуже слабкого («нульового») землетрусу й розглянутого землетрусу на деякій відстані  $\Delta$  від епіцентру.

Під час використання для визначення амплітуд зміщень поверхневих хвиль обирають

$$\lg A_0 = 1,32 \lg \Delta,$$

тоді

$$M = \lg A + 1,32 \lg \Delta.$$

Використовуючи цю формулу за записом зміщень, що отримані лише однією сейсмічною станцією, і маючи відстань від епіцентру, можна визначити магнітуду.

Максимальна з зареєстрованих магнітуд – 8,8.

Для оцінки сили землетрусу використовують такі поняття, як магнітуда та інтенсивність.

Магнітуда – це характеристика, що визначає величину енергії  $E$ , яка виділяється в гіпоцентрі (осередку землетрусу).

Існує експериментальна залежність

$$\lg E = a \cdot M + b, \quad (4.69)$$

де  $E$  – енергія розрядки під час землетрусу;

$M$  – магнітуда;

$a = 1,5$ ;  $b = 12$  – емпіричні коефіцієнти.

Магнітуда дає характеристику того чи іншого землетрусу в його осередку – гіпоцентрі (табл. 4.10).

Таблиця 4.10 – Шкала Ріхтера – Гутенберга

Характеристика землетрусу	Магнітуда, $M$ , бали	Імовірне повторення за рік у світі
Катастрофа	8–9	1–2
Сильний	7–8	15–20
Досить сильний	6–7	100–150
Середній	5–6	750–1 000
Слабкий	4–5	5 000–7 000

Магнітуда характеризує явища, що відбуваються в осередку, але не дає інформації щодо руйнівального ефекту на поверхні землі.

Цей ефект оцінюється інтенсивністю  $I$  в балах.

Інтенсивність визначає силу землетрусу в епіцентрі (проекції осередка землетрусу на поверхню Землі).

Згідно з теорією Н. В. Шебаліна існує приблизна емпірична залежність між магнітудою та інтенсивністю в епіцентрі (в балах)

$$I_0 = 1,5 \cdot M - 3,5 \cdot \lg h + 3, \quad (4.70)$$

де  $I_0$  – інтенсивність землетрусу в епіцентрі, бали;

$M$  – магнітуда, бали;

$h$  – глибина осередку землетрусу (гіпоцентру), км.

Для оцінки інтенсивності землетрусів було запропоновано близько 50-ти різних шкал сейсмічної інтенсивності, першою з яких була шкала Россі-Форея (1883 р.) з оцінкою 1 – 10 балів.

Сучасні шкали інтенсивності землетрусів – європейська шкала MSK-64 (1–12 балів), шкала MM (США, Мексика 1–12 балів), шкала Оморі (Японія 0–7 балів).

В Україні сейсмічна шкала [8] розроблена у зв'язку зі скасуванням шкали MSK-64 і необхідністю адаптації до Європейської макросейсмічної шкали EMS-98 для зближення національної нормативної бази будівельної галузі з європейською.

Згідно з цією шкалою інтенсивність поділяється на XII балів, від I до XII, причому кожному балу привласнюється кількісна і якісна характеристики. Верхня частина шкали (від I до V) відповідає відчутності землетрусу – сейсмологічному діапазону, а нижня частина шкали (від VI до XII) відповідає ступеню руйнування – інженерному діапазону, а саме:

- I – невідчутний;
- II – ледве відчутний;
- III – слабкий;
- IV – загально помітний;
- V – сильний;
- VI – з легким пошкодженням;
- VII – з пошкодженням;
- VIII – зі значним пошкодженням;
- IX – руйнівний;
- X – дуже руйнівний;
- XI – спустошливий;
- XII – нищівний.

Кожна країна, розташована в сейсмічному регіоні, поділена на зони сейсмічності (макророзподіл) відповідно до середніх геологічних умов. Крім цього, в кожній зоні враховують істинні геологічні умови, що не завжди збігаються з середніми. Тому інтенсивність землетрусу може збільшуватися порівняно з нормативною для цього регіону.

В Україні нормативну інтенсивність сейсмічних впливів в балах макросейсмічної шкали для району будівництва необхідно обирати на основі переліку населених пунктів України і комплекту карт загального сейсмічного районування (ЗСР-2004) території України згідно з [9].

#### 4.9.2 Статична та динамічна теорії визначення сейсмічних сил. Спектральний метод

У разі появи осередка землетрусу утворюються сейсмічні коливання, що характеризуються певними переміщеннями, швидкостями й прискореннями, що відбуваються з якимось періодами і частотами.

Експерименти показують, що закономірностей змінення сейсмічних діянь з часом не існує.

Характеристики землетрусів навіть в одному і тому ж місці ніколи не повторюються.

Для запису параметрів землетрусів використовують прилади, за допомогою яких визначають або прискорення (акселерометри), або швидкості (велосиметри), або переміщення (сейсмометри). Ці прилади дозволяють фіксувати саме факт землетрусу з визначенням амплітуди коливання, або отримати інструментальний запис прискорення (акселерограму), швидкості (велосиграму), переміщення (сейсмограму).

Нині для оцінки інтенсивності землетрусів використовують стандартні маятникові сейсмометри, що мають динамічні характеристики, схожі з характеристиками 4–5-поверхових будинків, у яких період власних коливань  $T_0 = 0,25$  с, а логарифмічний декремент затухання  $\delta = 0,5$ . Переміщення маятника  $X_0$  показує інтенсивність землетрусу.

На базі дослідів різних вчених обрано відповідні прискорення Землі для тих чи інших інтенсивностей землетрусів (табл. 4.11).

Таблиця 4.11 – Параметри оцінки сили землетрусів

Інтенсивність $I_0$ , бали	Амплітуда переміщень стандартного сейсмометра $x_0$ , мм	Прискорення коливань Землі, $a_0$ , см/с <sup>2</sup>	Швидкість коливань Землі, $V_0$ , см/с
6	1,5–3	30–60	3–6
7	3–6	60–120	6–12
8	6–12	120–240	12–24
9	12–24	240–480	24–48
10	24–48	480–960	48–96

Головне завдання сейсмічних розрахунків – визначення сейсмічних сил.

Існує дві теорії визначення сейсмічних сил – статична і динамічна.

Статична теорія припускає, що споруда має значну жорсткість, і прискорення  $a$ , яке отримує споруда під час землетрусу, буде таким, як і прискорення Землі  $a_0$  (рис. 4.34).

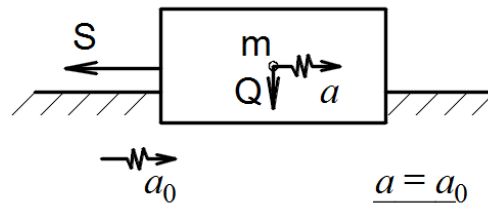


Рисунок 4.34 – До статичної теорії визначення сейсмічних сил

Сейсмічна сила, що діє на споруду за другим законом Ньютона як сила інерції, дорівнює

$$S = m \cdot a = m \cdot a_0 = \frac{Q}{g} \cdot a_0 = k_s \cdot Q, \quad (4.71)$$

де  $m$ ,  $Q$  – відповідно маса і вага споруди разом з тимчасовим навантаженням;  $k_s$  – сейсмічний коефіцієнт.

Для споруд, що мають достатньо велику жорсткість (будівлі висотою до 3–4-х поверхів) використовують модифіковану формулу для сейсмічної сили:

$$S = k_s \cdot Q \cdot \beta, \quad (4.72)$$

де  $\beta = \frac{1}{1 - \frac{T^2}{T_0^2}}$  – динамічний коефіцієнт; (4.73)

$T$  – період власних коливань споруди, що залежить від її жорсткості ( $T = 0,1-0,5$  с);

$T_0$  – період коливань у ґрунті під час землетрусу (звичайно обирають  $T_0 = 1$  с).

Динамічну теорію використовують для гнучких будівель і споруд (будівлі 6–10 поверхів і більше).

Сейсмічна сила для гнучкої споруди, що подана як система з однією масою

$$S = m \cdot a(I, T). \quad (4.74)$$

Для визначення впливу періоду коливань споруди  $T$  (або жорсткості) М. Біо запропонував модель – платформу (рис. 4.35) з маятниками, що мають різні періоди власних коливань  $T_i$  (в межах від 0,1 с до 2,4 с).

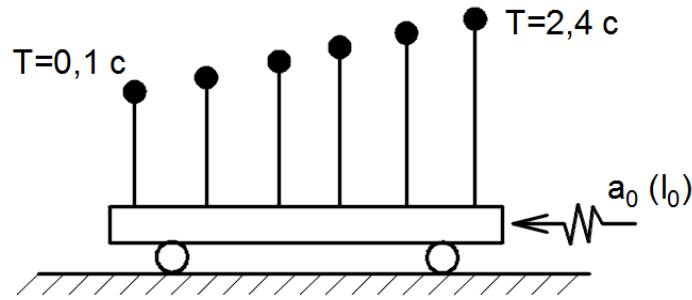


Рисунок 4.35 – Платформа М. Біо

Платформі надавались рухи з різними прискореннями, що відповідають різним інтенсивностям землетрусів – від 6-ти до 9-ти балів. При цьому фіксувались прискорення мас маятників залежно від періодів їхніх власних коливань. Таким чином, було отримано цілий спектр прискорень  $a(T)$ , що відповідають спорудам різної жорсткості з різними періодами власних коливань (рис. 4.35). Під час фіксування переміщень або швидкостей мас отримали відповідно спектри переміщень швидкостей.

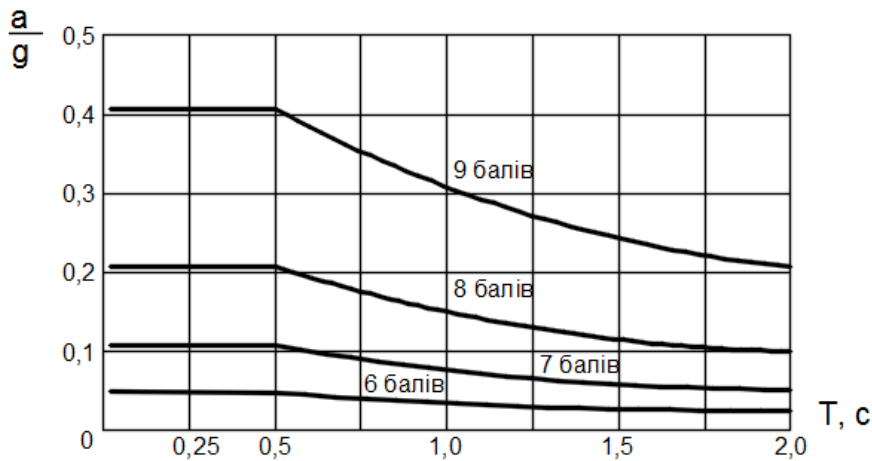


Рисунок 4.35 – Спектр переміщень

Спектр прискорень можна подати як функцію двох змінних у вигляді

$$a(I_0, T) = g \cdot a_0(I_0) \cdot \beta(T), \quad (4.75)$$

де  $a_0(I_0)$  – коефіцієнт, що залежить від інтенсивності і обирається за рекомендаціями [9] (табл. 4.12)

$\beta(T)$  – динамічний коефіцієнт, що залежить від періоду власних коливань споруди.

Таблиця 4.12 – Величина параметра  $a_0$

Інтенсивність, $I_0$ , бали	6	7	8	9
$a_0$	0,05	0,1	0,2	0,4

За нормами величину динамічного коефіцієнта  $\beta(T)$  визначають залежно від властивостей ґрунтів основи (рис. 4.36).

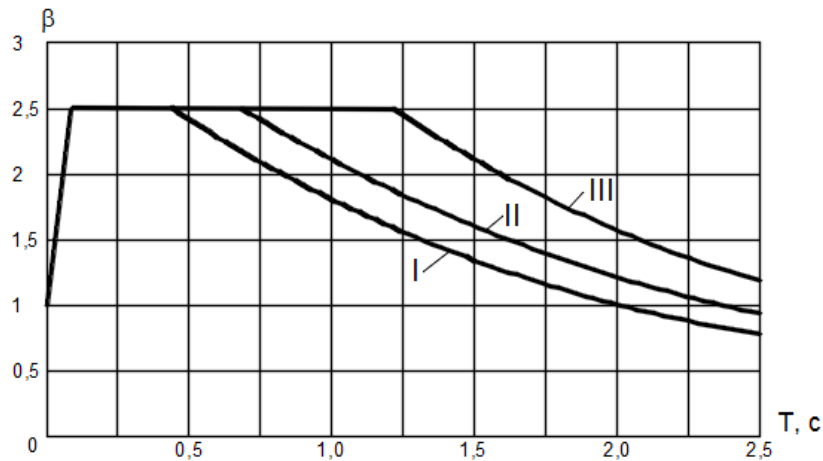


Рисунок 4.36 – Графік динамічного коефіцієнта

#### 4.9.3 Практичний розрахунок із визначення сейсмічних сил для багатоповерхових будівель

Сейсмічну силу для споруд з однією масою можна записати у вигляді

$$S = a_0(I_0) \cdot Q \cdot \beta(T). \quad (4.76)$$

Якщо споруда може бути подана як динамічна схема з кількома масами (багатоповерхова будівля), то сейсмічні сили визначаються для кожної маси за різними формами коливань (рис. 4.36).

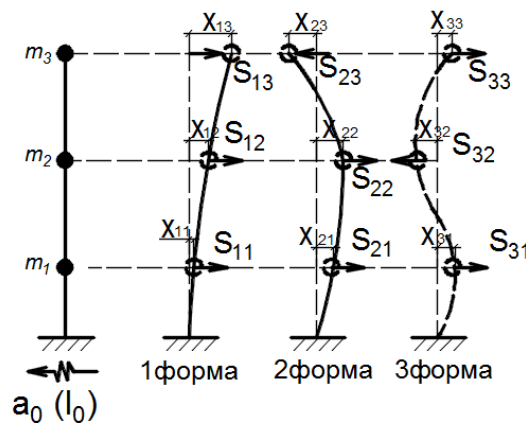


Рисунок 4.36 – До визначення коефіцієнтів форм коливань

$$S_{ik} = a_0 \cdot Q_k \cdot \beta_i(T_i) \cdot \eta_{ik}, \quad (4.77)$$

де  $i$  – номер форми коливань;

$k$  – рівень, в якому шукають сейсмічну силу (номер маси);

$\eta_{ik}$  – коефіцієнт форми коливань, що визначають за формулою

$$\eta_{ik} = \frac{x_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_{ij}}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_{ij}^2}. \quad (4.78)$$

Для будівель, що мають до 5–7-ми поверхів, у практичних розрахунках враховують тільки першу (фундаментальну) форму коливань.

У цьому випадку формула (4.78) спрощується:

$$\eta_k = \frac{x_k \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j^2}. \quad (4.78)$$

У загальному випадку частоти сейсмічних коливань знаходять із частотного (вікового) рівняння (4.47), а форми коливань визначають координатами  $X_{ik}$ , що встановлюють з рівнянь (4.46), обравши для кожної форми  $X_{ii} = 1$ .

Залежно від конструктивної схеми споруди одиничні переміщення  $\delta_{ik}$  визначають за такими формулами:

– для рамного каркасу

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{12} \cdot (P_1 + R_1); \\ \delta_{kk} &= \frac{1}{12} \cdot \left( P_k + R_k + \frac{h_k^2}{4 \cdot r_k} \right) \text{ при } k > 1; \\ \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = \dots = \delta_{1n} = \delta_{n1} &= \delta_{11} + \frac{h_1 \cdot h_2}{48 \cdot r_1 + 4 \cdot s_1}; \\ \delta_{k,k+1} = \delta_{kn} = \delta_{nk} &= \delta_{kk} + \frac{h_k \cdot h_{k+1}}{48 \cdot r_k} \text{ при } k > 1, \end{aligned} \right\} \quad (4.79)$$

де

$$P_k = \sum_{j=1}^k \frac{h_j^2}{s_j}; \quad R_1 = \frac{h_1^2}{4 \cdot r_1 + 0,33 \cdot s_1}; \quad R_2 = \frac{(h_1 + h_2)^2}{4 \cdot r_1 + 0,33 \cdot s_1}; \quad R_k = \frac{(h_{k-1} + h_k)^2}{4 \cdot r_{k-1}} \text{ при } k > 2;$$

$s_i, r_i$  – погонна жорсткість усіх колон одного поверху і погонна жорсткість всіх ригелів одного поверху відповідно;

– для в'язаного каркасу (рис. 4.37)

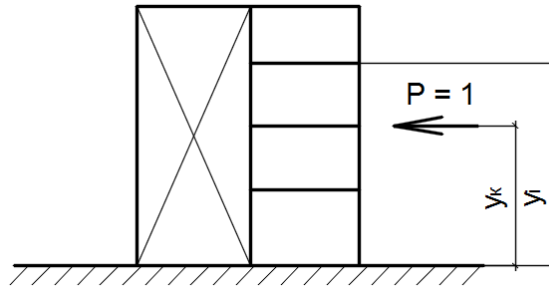


Рисунок 4.37 – До визначення одиничних переміщень будівлі системи

$$\left. \begin{aligned} \text{при } y_i \geq y_k \cdot \delta_{ik} &= \frac{y_k^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( y_i - \frac{y_k}{3} \right) + \frac{1,2 \cdot y_k}{G \cdot A}; \\ \text{при } y_i < y_k \cdot \delta_{ik} &= \frac{y_i^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( y_k - \frac{y_i}{3} \right) + \frac{1,2 \cdot y_i}{G \cdot A}; \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$

де  $E \cdot I$ ,  $G \cdot A$  – жорсткість усіх діафрагм відповідно на згин і зсув.

– для безкаркасних будівель з поперечними несучими стінами

$$\delta_{kk} = \delta_{k,k+j} = \delta_{k+j,k} = \sum_{j=1}^k \frac{h_j}{f_j}, \quad (4.81)$$

де  $f_j = (A \cdot G \cdot \gamma)_j$ ;

$A \cdot G$  – жорсткість всіх стін на зсув;

$\gamma$  – коефіцієнт прорізності на  $j$ -му поверху.

Після визначення частот  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$  визначають періоди коливань за кожною формою  $T_i = (2 \cdot \pi) / \omega_i$ , потім за їхніми значеннями для кожної форми коливань встановлюють коефіцієнти  $\beta_i$  за графіком (рис. 4.36).

У практичних розрахунках використовують низку спрощень. Так, якщо в розрахунку враховують тільки першу форму коливань, то період  $T_1$  можна визначити за приблизними формулами залежно від конструктивної схеми будівлі.

Для багатоповерхового цивільного будинку безкаркасного типу

$$T_1 = \alpha \cdot n, \quad (4.82)$$

де  $\alpha$  визначають за таблицею 4.13;

$n$  – кількість поверхів.

Таблиця 4.13 – Величина коефіцієнта  $\alpha$  для різних типів будівель

Тип будинку	$\alpha$
Панельний	0,045
Цегляний	0,056
Крупноблочний	0,065

Для монолітних і каркасних будівель можна використовувати такі формули:

– для будівель із монолітного залізобетону

$$T_1 = 0,06 \cdot \frac{H}{\sqrt{L}} \cdot \sqrt{\frac{H}{2 \cdot L + H}}; \quad (4.83)$$

– для будівель в'язної системи з діафрагмами і ядрами жорсткості

$$T_1 = 0,08 \cdot \frac{H}{\sqrt{L}} \cdot \sqrt{\frac{H}{2 \cdot L + H}}; \quad (4.84)$$

– для будівель рамної системи із залізобетонним каркасом

$$T_1 = 0,09 \cdot \frac{H}{\sqrt{L}}; \quad (4.85)$$

– для будівель зі сталевим каркасом

$$T_1 = 0,1 \cdot \frac{H}{\sqrt{L}}; \quad (4.86)$$

де  $H$  – загальна висота будівлі;

$L$  – довжина будівлі в напрямку, що збігається з напрямком дії сейсмічних сил.

Для багатоярусної споруди (багатопверхового будинку) регулярної структури в спрощеному розрахунку можна обрати лінійний розподіл сейсмічних сил за висотою. Тоді коефіцієнти першої форми коливань можна визначити за формулою

$$\eta_k = \frac{3k}{2 \cdot n + 1}. \quad (4.87)$$

де  $k$  – розглядуваний рівень (поверх);

$n$  – кількість рівнів (поверхів).

Для врахування інших особливостей будівель і споруд формула для визначення сейсмічної сили на цьому поверху остаточно записується у такому вигляді:

$$S_{ik} = a_0 \cdot Q_k \cdot \beta_i \cdot \eta_{ik} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_{ep}, \quad (4.88)$$

де  $k_1$  – коефіцієнт, що враховує непружні деформації і локальні пошкодження елементів будівлі (табл. 4.14);

$k_2$  – коефіцієнт, що враховує тип і призначення будівлі (табл. 4.15);

$k_3$  – коефіцієнт поверховості для будівель з кількістю поверхів  $n > 5$ :

$$k_3 = 1 + 0,04 \cdot (n - 5);$$

$k_{zp}$  – коефіцієнт, що враховує нелінійні деформації ґрунту під час сейсмічних коливань (табл. 4.16).

Таблиця 4.14 – Значення коефіцієнта  $k_1$

№ з/п	Конструктивна схема будівлі і несучих елементів	$k_1$ для сейсмічності, бали		
		6	7–8	9
1	Будівлі, в яких не допустимі пошкодження і непружні деформації	1,0	1,0	1,0
2	Будівлі та споруди, в конструкціях яких можуть бути допущені остаточні деформації і пошкодження, що перешкоджають нормальній експлуатації за гарантування безпеки людей і збереження обладнання, що будують:	0,25	0,25	0,3
	1) зі сталевим каркасом;		0,35	0,45
	2) із залізобетонним рамним каркасом;		0,3	0,4
	3) із залізобетонним рамно-в'язним каркасом;		0,25	0,35
	4) із монолітного залізобетону і панельними стінами;		0,4	0,45
	5) із несучими цегляними стінами;		0,35	0,4
	6) із несучими стінами із блоків та каркасно-кам'яні:	0,5	0,55	
	– окремі елементи, що розраховують на локальні сейсмічні навантаження;	1/R <sub>μ</sub>	1/R <sub>μ</sub>	
	– із системами сейсмоізоляції			
3	Будівлі і споруди, в конструкціях яких можуть бути допущені значні остаточні деформації, тріщини, пошкодження окремих елементів, їх зміщення, що тимчасово припиняють нормальну експлуатацію у разі гарантування безпеки людей	0,2	0,2	0,2

У таблиці 4.14  $R_{\mu}$  – коефіцієнт зниження сейсмічної реакції за рахунок виявлення нелінійних властивостей пружнопластичної системи (коефіцієнт редуції), його визначають за формулою додатка Г [9].

Таблиця 4.15 – Значення коефіцієнта  $k_2$

№ з/п	Характеристика споруди	Величина $k_2$
1	Особливо відповідальні й унікальні споруди	1,5
2	Споруди з одночасним перебуванням великої кількості людей; будівлі і споруди, експлуатація яких необхідна під час землетрусу або під час ліквідації його наслідків	1,4
3	Будівлі лікарень, шкіл, дитячих садків, вузів	1,3
4	Висотні споруди невеликих розмірів у плані (башти, димові труби, ліфтові шахти) під час співвідношення висоти споруди $H$ до її ширини $B$ , рівному або більшому 5-ти, і великопрольотні споруди ( $L > 30$ м)	1,4
5	Каркасні будівлі, стінове заповнення яких не впливає на їх деформативність: – зі співвідношенням висоти стояків $h$ до їхнього поперечного розміру $b$ у напрямку дії сейсмічного навантаження, рівному або більшому 25; – якщо $h/b \leq 15$	1,4 1,0
6	Готелі, будинки і бази відпочинку на 250 місць і більше	1,2
7	Житлові, адміністративні і виробничі будівлі, не вказані у п. п. 1–6	1,0
8	Майстерні, склади, торговельні павільйони тощо, які не пов'язані з загибеллю людей	0,5

Таблиця 4.16 – Значення коефіцієнта  $k_{sp}$

Категорія ґрунту	Сейсмічність району (бали)			
	6	7	8	9
I	1,0	1,2	1,3	1,4
II	1,0	1,0	1,0	1,0
III	1,0	0,8	0,75	0,7

#### 4.9.4 Конструктивні заходи зі сейсмосахисту

У сейсмостійкому будівництві використовують *пасивний або активний сейсмосахист*.

*Пасивний сейсμοзахист* – це проектування конструкцій споруди, що здатні сприймати максимальні зусилля від сейсмічного впливу.

*Активний сейсμοзахист* – це комплекс заходів, що спрямовані на зменшення сейсмічного впливу на будівлю або споруду.

До методів активного сейсμοзахисту належать:

- сейсμοізоляція;
- використання адаптивних конструктивних систем;
- використання систем із підвищеним демпфіруванням;
- використання систем із гасителями коливань.

Для сейсμοізоляції використовують спеціальні конструкції підземної частини споруди, що здатні зменшити інерційні сили в надземній частині. Такий ефект можна отримати, застосовуючи гнучкий перший поверх будівлі (рис. 4.38).

Одним із напрямків сейсμοізоляції є використання гумоометалевих опор, що встановлюють між несучими конструкціями фундаменту і споруди (рис. 4.39), спеціальних кінематичних опор (опор гойдання), ковзних опор (рис. 4.40), підвісних опор (рис. 4.41).

Адаптивні системи – це системи зі зв'язками, що вимикаються (рис. 4.42) або вмикаються (рис. 4.43).

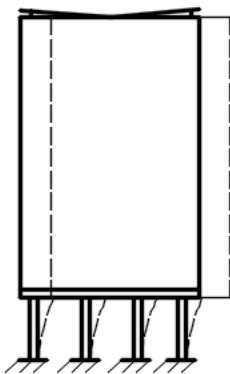


Рисунок 4.38 – Схема будівлі з першим гнучким поверхом

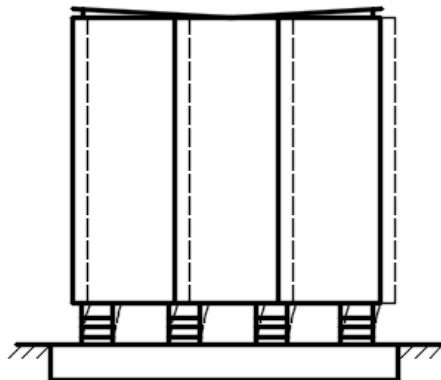


Рисунок 4.39 – Сейсμοізоляція будівлі на гумоометалевих опорах

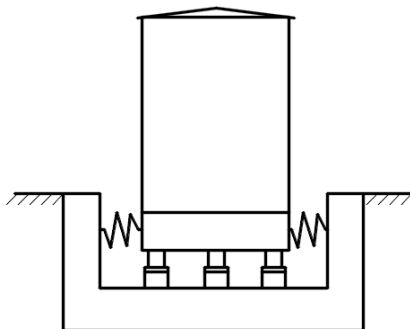


Рисунок 4.40 – Сейсμοізоляція будівлі за допомогою ковзних опор

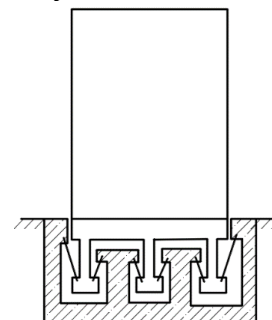


Рисунок 4.41 – Сейсмоізолюючий фундамент з підвісними опорами

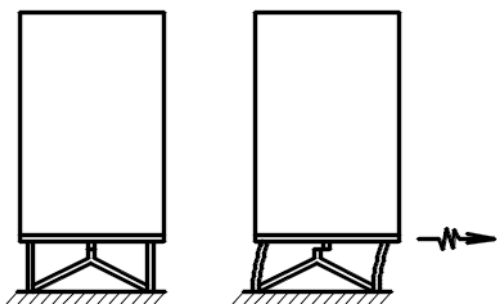


Рисунок 4.42 – Сейсмосахист будівлі за допомогою зв'язків, що вмикаються

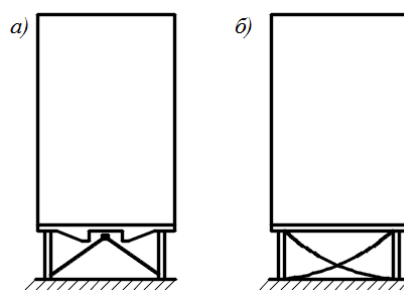


Рисунок 4.43 – Сейсмосахист будівлі за допомогою зв'язків, що вмикаються:  
а – із упорами-обмежувачами;  
б – із прогинальними розтяжками

Системи з підвищеним демпфуванням створюють умови швидкого затухання коливань, що значно зменшує реакцію споруди на сейсмічне збурення. Як демпфер (амортизатор) використовують механічні енергопоглиначі з елементами підвищеної пластичної деформації, які вставлені замість панелі – діафрагми жорсткості (рис. 4.44), або в'язкі (гідравлічні) демпфери (рис. 4.45).

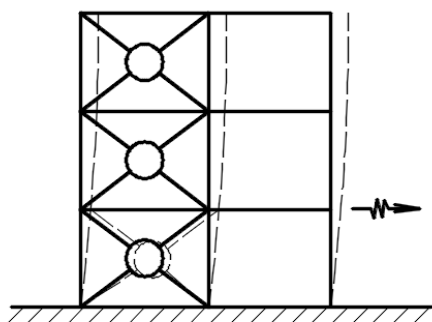


Рисунок 4.44 – Сейсмосахист за допомогою енергопоглинача кільцевого типу

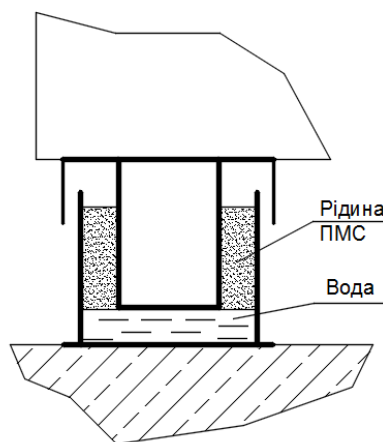


Рисунок 4.45 – Схема в'язкого демпфера

Гасителі коливань використовують для зменшення коливань споруди. Це деяка пружноприєднана до споруди маса, що змінює динамічні характеристики споруди під час коливань. Енергія коливань захищеної споруди передається гасителю, що коливається при цьому з підвищеною амплітудою.

У разі пасивного сейсмосахисту треба виконувати цілий комплекс спеціальних заходів під час проектування всіх несучих конструкцій будівлі. Всі будівлі будують із підвалами.

*Фундаменти будівель і споруд.* У безкаркасних будівлях фундаменти виготовляють монолітними або збірними (за інтенсивності 9 балів – тільки монолітними). У збірних фундаментах по їх верху укладають шар розчину марки не нижче ніж 10 (100) і товщиною не менше ніж 40 мм. У цей шар укладають арматуру в кількості не менше ніж  $3\varnothing 10$  за інтенсивності 7 балів,  $4\varnothing 10$  – у разі 8 балів і  $6\varnothing 10$  – у разі 9 балів. Крім того, за інтенсивності 9 балів по всіх горизонтальних швах у кутах і перехрестях стін укладають арматурні сітки довжиною не менше ніж 2 м у кожному напрямку. Площа перерізу арматури в сітках – не менше за  $1 \text{ см}^2$ .

У каркасних будівлях всі окремо розташовані фундаменти під колони з'єднують між собою у двох напрямках залізобетонними поясами – розпірками перерізом не менше  $300 \text{ мм} \times 300 \text{ мм}$  із арматурою не менше ніж  $4\varnothing 10$ . Ці розпірки виконують у рівні підшви фундаменту або низу підколінників.

Для будівель висотою 16 поверхів і вище фундаменти найчастіше виготовляють у вигляді суцільної плити або на палях. Підшву фундаменту заглиблюють не менше ніж на 4,5 м.

*Стіни.* У панельних будівлях всі поздовжні й поперечні стіни об'єднуються в єдину просторову систему з перекриттями шляхом зварювання випусків арматури, анкерів, закладних деталей і влаштування монолітних стиків. У місцях лоджій установлюють залізобетонні рами.

На рівні перекриттів і покриття влаштовують залізобетонні антисейсмічні пояси за поздовжніми і поперечними стінами. Мінімальний переріз поясу  $350 \text{ мм} \times 150 \text{ мм}$ , бетон класу не нижче ніж С12/15. Мінімальне армування поясу  $4\varnothing 10$  за інтенсивності до 6–8 балів і  $4\varnothing 12$  за інтенсивності 9 балів.

У каркасних будівлях антисейсмічні пояси влаштовують у двох рівнях – на рівні перекриттів і рівні верху віконних прорізів. Пояси з'єднують з елементами каркаса. У монолітних залізобетонних перекриттях по контуру уздовж стін влаштовують контурні балки, що виконують роль антисейсмічних поясів.

У цегляних будівлях виконують антисейсмічні пояси на рівні перекриттів. У кутах і перехрестях стін укладають арматурні сітки довжиною 1,5 м через 700 мм по висоті у разі 6–8-ми балів і через 500 мм за 9-ти балів. Переріз арматури сіток – не менше ніж  $1 \text{ см}^2$ .

Перемички над прорізами ставлять на всю ширину стін, довжина майданчика її спирання – не менше ніж 350 мм.

*Перекриття і покриття* повинні створювати жорсткі горизонтальні диски. Для цього у збірному варіанті використовують панелі з боковою поверхнею, що створює під час замонолічування швів шпонки.

Всі панелі зв'язуються з елементами каркасу. Спирання панелей на стіни повинно бути довжиною не менше ніж 120 мм.

Максимальний виліт балконів – 1,5 м.

*Каркаси будівель* виготовляються з жорсткими посиленими вузлами. У монолітних залізобетонних каркасах поздовжню арматуру ригелів розміщують зверху і знизу. Хомути ригелів повинні бути замкнутими і розташованими з кроком не більше ніж 100 мм на довжині, що дорівнює висоті ригелю.

Хомути колон у вузлі встановлюють із кроком не більше ніж 70 мм і в білявузловій зоні зверху і знизу з кроком не більше ніж 100 мм на довжині не меншій за розмір перерізу колони.

У збірних залізобетонних каркасах ригелі установлюють у двох напрямках за допомогою закладних деталей, що створюють в колонах консолі другого напрямку. Стики ригелів виконують за допомогою зварювання стикової арматури, вузли ретельно бетонують.

Діафрагми, в'язі, ядра жорсткості повинні бути безперервними на всю висоту будівлі. Їх треба розташовувати в обох напрямках рівномірно і симетрично відносно його центру ваги. Максимальна відстань між діафрагмами – 12 м.

Ненесучі стіни повинні мати гнучкі зв'язки з елементами каркасу. Між поверхнею стіни і колонами каркасу треба мати проміжок не менше за 20 мм.

Елементи збірних колон багатоповерхових каркасних будівель рекомендовано виготовляти висотою в декілька поверхів. Стикування колон треба виконувати в зонах з найменшими згинальними моментами і з'єднанням поздовжньої арматури ванним зварюванням або парними накладками.

Товщину плити монолітного безригельного каркасу обирають не менше ніж 200 мм з класу бетону не менше С16/20.

Всі елементи сталюого каркасу повинні утворювати жорсткі вузли за допомогою накладок на поясах балок, надійно з'єднаних із тілом колони.

*Задача 4.11* (рис. 4.46). Визначити сейсмічні сили п'ятиповерхового безкаркасного панельного будинку, що будується в м. Одеса. Довжина

будинку 36 м. Розрахункова інтенсивність землетрусу – 8 балів. Ґрунти – другої категорії. Повне навантаження з 1 м<sup>3</sup> будівлі – 4 кН (для останнього ярусу за рахунок меншого навантаження на покритті, ніж на перекриттях – 3,5 кН).

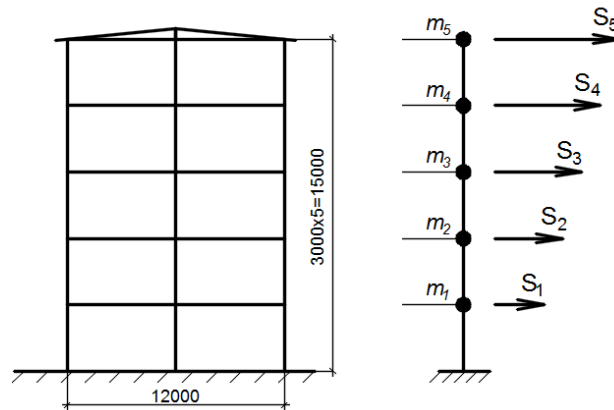


Рисунок 4.46 – Вихідні дані до задачі: динамічна схема будівлі

Будинок має регулярну структуру. Динамічну схему зображуємо як консоль з п'ятью масами, що розташовані в рівнях перекриттів і покриття.

Для розрахунку в першому наближенні згідно з рекомендаціями обираємо повне навантаження з 1 м<sup>3</sup> будівлі – 4 кН (для останнього ярусу за рахунок меншого навантаження на покритті, ніж на перекриттях – 3,5 кН).

Вага зосереджених мас визначається за формулою

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 4 \times 3 \times 12 \times 36 = 5\,184 \text{ кН},$$

$$Q_5 = 3,5 \times 3 \times 12 \times 36 = 4\,536 \text{ кН}.$$

Період першої форми коливань становить

$$T = \alpha \cdot n = 0,045 \times 5 = 0,225 \text{ с}.$$

Динамічний коефіцієнт дорівнює  $\beta = 2,5$ .

Коефіцієнти розподілу сейсмічних сил за (4.87) становлять

$$\eta_1 = 0,273; \eta_2 = 0,545; \eta_3 = 0,818; \eta_4 = 1,09; \eta_5 = 1,364.$$

Коефіцієнти  $k_1, k_2, k_3, k_{ep}$  дорівнюють

$$k_1 = 0,25; k_2 = 1,0; k_3 = 1,0; k_{ep} = 1,0.$$

Сейсмічні сили за (4.88), якщо  $a_0 = 0,2$  (табл. 4.13), становлять

$$S_1 = a_0 \cdot Q_1 \cdot \beta \cdot \eta_1 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_{ep} =$$

$$= 0,2 \times 5\,184 \times 2,5 \times 0,273 \times 0,25 \times 1,1 \times 1,0 \times 1,0 = 176,9 \text{ кН};$$

$$S_2 = a_0 \cdot Q_2 \cdot \beta \cdot \eta_2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_{ep} = 353,8 \text{ кН};$$

$$S_3 = 530,7 \text{ кН}; \quad S_4 = 707,6 \text{ кН}; \quad S_5 = 774 \text{ кН}.$$

Задача 4.12 (рис. 4.47). Визначити періоди можливих коливань будівлі рамної системи. Вагу  $1 \text{ м}^3$  будівлі обрати  $4,5 \text{ кН}$ . Переріз колон  $40 \text{ см} \times 40 \text{ см}$ , переріз ригелів  $25 \text{ см} \times 60 \text{ см}$ . Бетон класу С16/20 ( $E = 2,7 \times 10^7 \text{ кН/м}^2$ ).

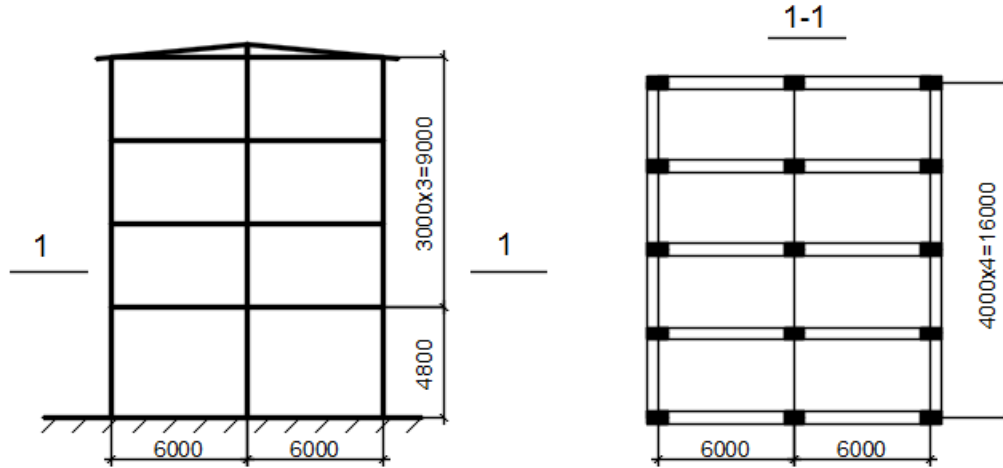


Рисунок 4.47 – Вихідні дані до задачі 4.12

Маси ярусів визначаються за формулами

$$m_1 = \frac{Q_1}{g} = \frac{4,5 \times 12 \times 16 \times 4,8}{9,81} = 423 (\text{кН} \cdot \text{см}^2) / \text{м};$$

$$m_2 = m_3 = m_4 = \frac{4,5 \times 12 \times 16 \times 3}{9,81}.$$

Моменти інерції елементів рам визначаються за формулами

$$I_{cm} = \frac{0,4^4}{12} = 2,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4; \quad I_{риг} = \frac{0,25 \cdot 0,6^3}{12} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Погонні жорсткості всіх стояків першого поверху становлять

$$s_1 = \frac{\sum E \cdot I_{cm}}{h_1} = \frac{15 \times 2,7 \times 10^7 \times 2,13 \times 10^{-3}}{4,8} = 1,8 \times 10^5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Погонні жорсткості всіх стояків кожного з вище розташованих поверхів дорівнюють

$$s_2 = s_3 = s_4 = \frac{15 \times 2,7 \times 10^7 \times 2,13 \times 10^{-3}}{3} = 2,9 \times 10^5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Погонні жорсткості всіх ригелів кожного поверху становлять

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \frac{\sum E \cdot I_{риг}}{l} = \frac{10 \times 2,7 \times 10^7 \times 4,5 \times 10^{-3}}{6} = 2 \times 10^5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Одиничні переміщення визначаємо за формулою (4.79):

$$\delta_{11} = \frac{P_1 + R_1}{12}, \text{ де } P_1 = \frac{h_1^2}{s_1} = \frac{4,8^2}{1,8 \times 10^5} = 12,8 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$R_1 = \frac{h_1^2}{4 \cdot r_1 + 0,33 \cdot s_1} = \frac{4,8^2}{4 \times 2 \times 10^5 + 0,33 \times 1,8 \times 10^5} = 2,68 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{11} = \frac{(12,8 + 2,68) \times 10^{-5}}{12} = 1,29 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{14} = \delta_{41} =$$

$$= \delta_{11} + \frac{h_1 \cdot h_2}{48 \cdot r_1 + 4 \cdot s_1} = 1,29 \times 10^{-5} + \frac{4,8 \times 3}{(48 \times 2 + 4 \times 1,8) \times 10^5} = 1,44 \times 10^{-5} \text{ м/кН}.$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{12} \left( P_2 + R_2 + \frac{h_2^2}{4 \cdot r_2} \right) = 2,43 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{24} = \delta_{42} = \delta_{22} + \frac{h_2 \cdot h_3}{48 \cdot r_2} = 2,52 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{33} = 3,54 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = \delta_{33} + \frac{h_3 \cdot h_4}{48 \cdot r_3} = 3,63 \times 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{44} = 4,21 \times 10^{-5} \text{ м/кН}.$$

Компоненти матриці – частотного рівняння:

$$m_1 \cdot \delta_{11} = 423 \times 1,29 \times 10^{-5} = 5,46 \times 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_1 \cdot \delta_{21} = m_1 \cdot \delta_{31} = m_1 \cdot \delta_{41} = 423 \times 1,44 \times 10^{-5} = 6,09 \times 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_2 \cdot \delta_{12} = m_3 \cdot \delta_{13} = m_4 \cdot \delta_{14} = 264 \times 1,44 \times 10^{-5} = 3,8 \times 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_2 \cdot \delta_{22} = 264 \times 2,43 \times 10^{-5} = 6,42 \times 10^{-3} \text{ с}^2;$$

.....

$$m_4 \cdot \delta_{44} = 11,1 \times 10^{-3} \text{ с}^2.$$

Частотне рівняння має вигляд

$$D = \begin{vmatrix} 5,46 \times 10^{-3} \times \omega^2 - 1 & 3,8 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 3,8 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 3,8 \times 10^{-3} \times \omega^2 \\ 6,09 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 6,42 \times 10^{-3} \times \omega^2 - 1 & 6,65 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 6,65 \times 10^{-3} \times \omega^2 \\ 6,09 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 6,65 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 9,35 \times 10^{-3} \times \omega^2 - 1 & 9,58 \times 10^{-3} \times \omega^2 \\ 6,09 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 6,65 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 9,58 \times 10^{-3} \times \omega^2 & 11,1 \times 10^{-3} \times \omega^2 - 1 \end{vmatrix} = 0.$$

З частотного рівняння за допомогою засобів обчислювальної техніки визначаємо кругові частоти  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  і періоди коливань:

$$T_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}; \quad T_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_2}; \quad T_3 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_3}; \quad T_4 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_4}.$$

*Задача 4.13 (рис. 4.48).* Визначити одиничні переміщення для складання частотного рівняння. Обрати коливання у напрямку осі X. Будинок в'язної системи. Діафрагми жорсткості виконані у вигляді залізобетонних переділок товщиною 16 см. Бетон класу С16/20.

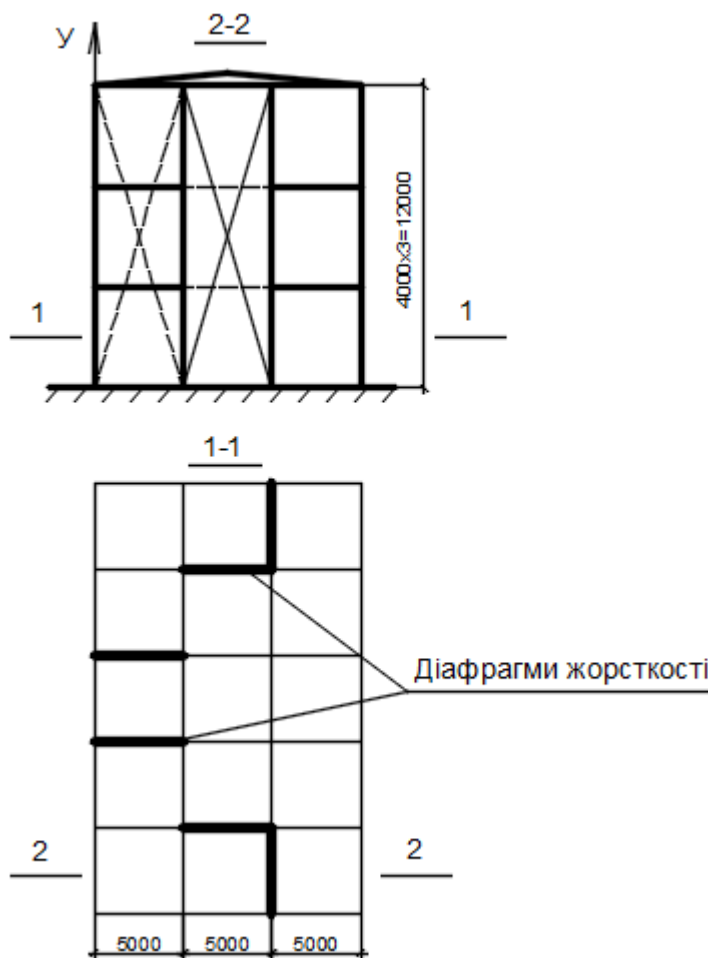


Рисунок 4.48 – Вихідні дані

$$\delta_{13} = \delta_{31} = 6,13 \times 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{22} = 12,3 \times 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = 19,3 \times 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{33} = 36,2 \times 10^{-7} \text{ м/кН}.$$

Сумарна жорсткість діафрагм у напрямку осі X становить

$$E \cdot I = 4 \times 2,7 \times 10^7 \times \frac{0,16 \times 5^3}{12} = 1,8 \times 10^8 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Сумарна зсувна жорсткість діафрагм дорівнює

$$G \cdot A = 0,4 \cdot E \cdot A = 0,4 \times 4 \times 2,7 \times 10^7 \times 0,16 \times 5 = 3,45 \times 10^7 = \text{кН}.$$

Одиничне переміщення визначаємо за формулою (4.80):

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{y_1^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( y_1 - \frac{y_1}{3} \right) + \frac{1,2 \cdot y_1}{G \cdot A} = \\ &= \frac{4^2}{2 \times 1,8 \times 10^8} \left( 4 - \frac{4}{3} \right) + \frac{1,2 \times 4}{3,45 \times 10^7} = 2,58 \times 10^7 \text{ м/кН}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{y_1^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( y_2 - \frac{y_1}{3} \right) + \frac{1,2 \cdot y_1}{G \cdot A} = \\ &= \frac{4^2}{2 \times 1,8 \times 10^8} \left( 8 - \frac{4}{3} \right) + \frac{1,2 \times 4}{3,45 \times 10^7} = 4,36 \times 10^7 \text{ м/кН}; \end{aligned}$$

Одиничні переміщення  $\delta_{ik} \times 10^7$  мають вигляд, що показаний на рисунку 4.49.

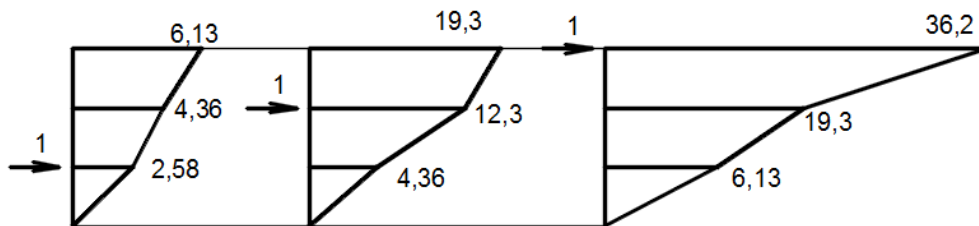


Рисунок 4.49 – Одиничні переміщення  $\delta_{ik} \times 10^7$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. ДБН В.2.6.-98:2009 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Чинний від 2011-06-01. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с. – (Державні будівельні норми України).

2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – Чинний від 2011-06-01. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с. – (Державні будівельні норми України).

3. ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1–1. Загальні правила і правила для споруд (EN 1992-1-1:2004, IDT) – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2010. – 319 с. – (Державні будівельні норми України).

4. ДБН В.1.2-2:2006 зі зміною № 1 та № 2 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження та впливи. Норми проектування. Актуалізований текст в останній редакції із внесеними змінами – Чинний від 2007–01–01 (Зміна № 1 – чинний від 2007-10-01, зміна № 2 – чинний 2020-06-01). – Київ : Мінбуд України, 2020. – 75 с. – (Державні будівельні норми України).

5. ДСТУ 8855:2019 Будівлі та споруди. Визначення класу наслідків (відповідальності). – Чинний від 2019.12.01. – Київ, ДП УкрНДНЦ, 2019. – 13 с. – (Національний стандарт України).

6. ДБН В.1.2-14:2018 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд. – Чинний від 2019–01–01. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2018. – 30 с. – (Державні будівельні норми України).

7. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНіП 2.03.01-84\* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / [В. М. Бабаєв, А. М. Бамбура, О. М. Пустовойтова та ін.] ; за заг. ред. В. С. Шмуклера. – Харків : Золоті сторінки, 2015. – 208 с.

8. ДСТУ Б В.1.1-28:2010 Захист від небезпечних геологічних процесів, шкідливих експлуатаційних впливів, від пожежі. Шкала сейсмічної інтенсивності. – Чинний від 2011.10.01. – Київ : Мінрегіонбуд України. – 2011. – 79 с. – (Національний стандарт України).

9. ДБН В.1.1-12:2014 Будівництво у сейсмічних районах України. – Чинний від 2014.10.01. – Київ : Мінрегіон України. – 2014. – 110 с. – (Державні будівельні норми України).

10. ДБН В.2.1-10:2018 Основи і фундаменти будівель та споруд. Основні положення. – Чинний від 2019.01.01. – Київ : Мінрегіон України. – 2018. – 42 с. – (Державні будівельні норми України).

11. ДСТУ 3760:2019 Прокат арматурний для залізобетонних конструкцій. Загальні технічні умови. – Чинний від 2019–08–01. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2019. – 18 с. – (Національний стандарт України).

12. Залізобетонні конструкції : підручник / [А. Я. Барашиков, Л. М. Буднікова, Л. В. Кузнєцов та ін.] ; за ред. А. Я. Барашикова. – Київ : Вища школа, 1995. – 591 с.

13. Залізобетонні конструкції: будівлі, споруди та їх частини : підручник / А. М. Павліков. – 2-ге вид., випр. – Полтава : ПолтНТУ, 2017. – 284 с.

**ДОДАТОК А**  
**Значення коефіцієнтів  $\alpha_m, \xi, \zeta$**

$\Xi$	$\zeta$	$\alpha_m$
0,01	0,996	0,008
0,02	0,992	0,016
0,03	0,988	0,024
0,04	0,984	0,031
0,05	0,980	0,039
0,06	0,976	0,047
0,07	0,972	0,054
0,08	0,968	0,062
0,09	0,964	0,069
0,1	0,96	0,077
0,11	0,956	0,084
0,12	0,952	0,091
0,13	0,948	0,099
0,14	0,944	0,106
0,15	0,94	0,113
0,16	0,936	0,12
0,17	0,932	0,127
0,18	0,928	0,134
0,19	0,924	0,14
0,2	0,92	0,147
0,21	0,916	0,154
0,22	0,912	0,161
0,23	0,908	0,167
0,24	0,904	0,174
0,25	0,9	0,18

$\Xi$	$\zeta$	$\alpha_m$
0,26	0,896	0,186
0,27	0,892	0,193
0,28	0,888	0,199
0,29	0,884	0,205
0,3	0,88	0,211
0,31	0,876	0,217
0,32	0,872	0,223
0,33	0,868	0,229
0,34	0,864	0,235
0,35	0,86	0,241
0,36	0,856	0,247
0,37	0,852	0,252
0,38	0,848	0,258
0,39	0,844	0,263
0,4	0,84	0,269
0,41	0,836	0,274
0,42	0,832	0,28
0,43	0,828	0,285
0,44	0,824	0,29
0,45	0,82	0,295
0,46	0,816	0,3
0,47	0,812	0,305
0,48	0,808	0,31
0,49	0,804	0,315
0,5	0,8	0,32

$\xi$	$\zeta$	$\alpha_m$
0,51	0,796	0,325
0,52	0,792	0,329
0,53	0,788	0,331
0,54	0,784	0,339
0,55	0,78	0,343
0,56	0,776	0,348
0,57	0,772	0,352
0,58	0,768	0,356
0,59	0,764	0,361
0,6	0,76	0,365
0,62	0,752	0,373
0,64	0,744	0,381
0,66	0,736	0,389
0,68	0,728	0,396
0,7	0,72	0,403
0,72	0,712	0,41
0,74	0,704	0,417
0,76	0,696	0,423
0,78	0,688	0,429
0,8	0,68	0,435
0,85	0,66	0,449
0,9	0,64	0,461
0,95	0,62	0,471
1	0,6	0,48

$$\alpha_m = 0,8\xi(1 - 0,4\xi); \zeta = (1 - 0,4\xi)$$

**ДОДАТОК Б**  
**Сортамент арматурних канатів**

Клас каната	Діаметр, мм		Розрахункова площа перерізу, см <sup>2</sup>	Теоретична маса каната, кг/м
	каната	окремого дроту		
К1400 (К7) К1500(К7)	6	2	0,227	0,173
	9	3	0,510	0,402
	12	4	0,906	0,714
	15	5	1,416	1,116
К1500(К19)	14	2,8	1,287	1,020

**ДОДАТОК В**  
**Сортамент арматурної сталі**

Діаметр, мм	Розрахункова площа перерізу, см <sup>2</sup> із кількістю стрижнів										Маса 1 м, кг
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	0,071	0,141	0,212	0,283	0,353	0,424	0,495	0,565	0,636	0,71	0,055
4	0,126	0,251	0,377	0,502	0,628	0,754	0,879	1,005	1,13	1,26	0,099
5	0,196	0,393	0,589	0,785	0,982	1,178	1,375	1,571	1,767	1,96	0,154
5.5	0,238	0,48	0,71	0,95	1,19	1,43	1,67	1,90	2,14	2,38	0,187
6	0,283	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83	0,222
7	0,385	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	2,69	3,08	3,46	3,85	0,302
8	0,503	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,53	5,03	0,395
10	0,785	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	0,617
12	1,131	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31	0,888
14	1,539	3,08	4,62	6,16	7,69	9,23	10,77	12,31	13,85	15,39	1,208
16	2,011	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,1	20,11	1,578
18	2,545	5,09	7,63	10,18	12,72	15,27	17,81	20,36	22,9	25,45	1,998
20	3,142	6,28	9,42	12,56	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42	2,466
22	3,801	7,60	11,40	15,20	19,0	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01	2,984
25	4,909	9,82	14,73	19,63	25,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09	3,84
28	6,158	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,1	49,26	55,42	61,58	4,83
32	8,043	16,09	24,13	32,17	40,21	48,26	56,3	64,34	72,38	80,43	6,31
36	10,179	20,36	30,54	40,72	50,89	61,07	71,25	81,43	91,61	101,79	7,99
40	12,566	25,13	37,7	50,27	62,83	75,4	87,96	100,53	113,1	125,66	9,865

**ДОДАТОК Г**  
**Коефіцієнти надійності для матеріалів**

Вид матеріалу	Перша група			Друга група	
	$\gamma_c$	$\gamma_{ct}$	$\gamma_s$	$\gamma_c, \gamma_{ct}$	$\gamma_s$
Бетон конструкційний важкий та легкий	1,3	1,5		1,0	
Стрижнева арматура класів: – А240С; – А400С			1,05 1,10		1,0 1,0
А500С діаметром, мм: – 8–22; – 25–32			1,15 1,20		1,0 1,0
А600, А600С, А600К, А800, А800К, А800СК, А1000			1,20		1,0
Дротяна арматура В500			1,20		1,0
Вр1200...Вр1500			1,25		1,0
Канати К1400, К1500 (К7, К19)			1,20		1,0

**ДОДАТОК Д**  
**Формули для розрахунку двогілкових і ступінчатих колон**

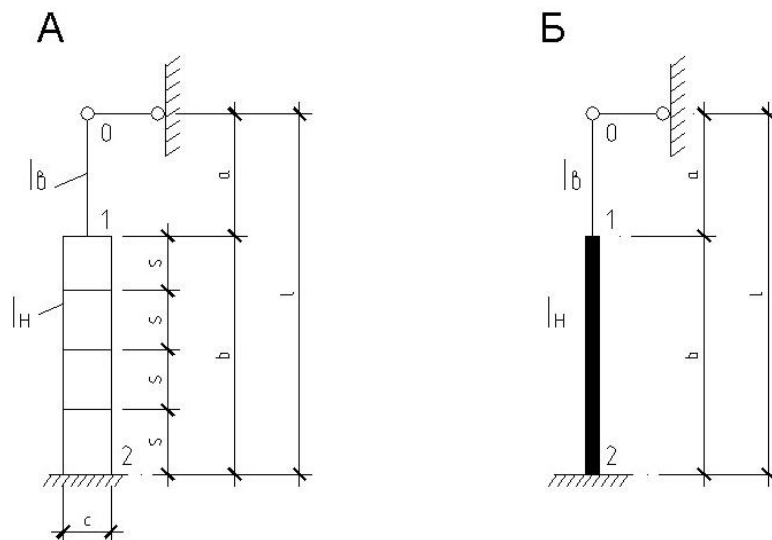
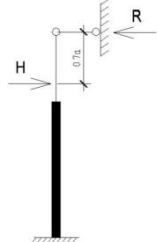
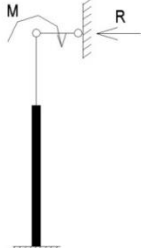
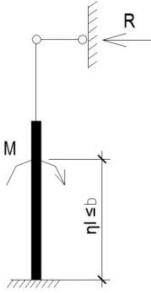
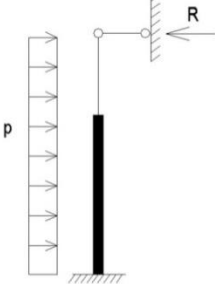
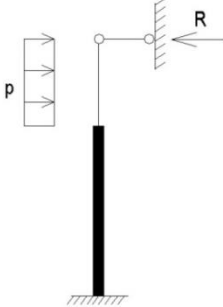


Рисунок Д.1 – Розміри колон для визначення реакції R

Таблиця Д.1 – Визначення опорної реакції R залежно від схеми завантаження

Схема завантаження	Опорна реакція R
	$R_{\varphi} = \frac{3E_b I_B}{l^2(1+k+k_1)}$
	$R_{\Delta} = \frac{3E_b I_B}{l^3(1+k+k_1)}$
	$R = \frac{3M(1-\alpha^2)}{2l(1+k+k_1)}$

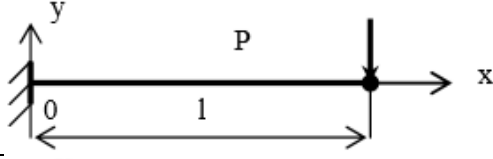
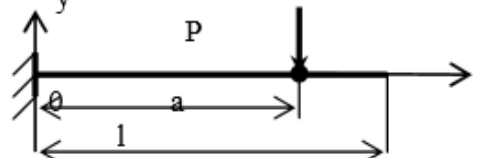
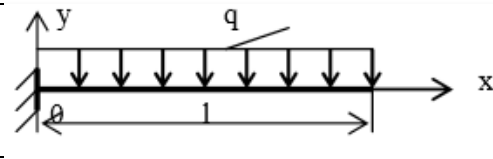
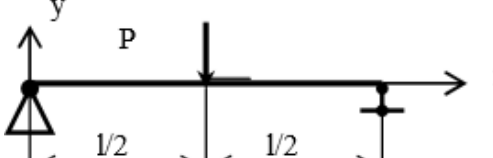
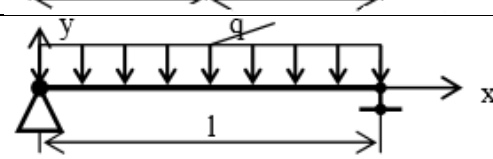
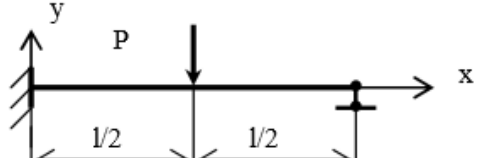
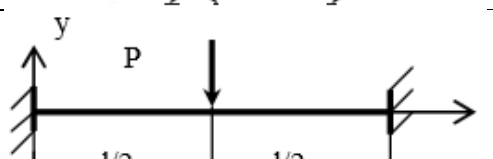
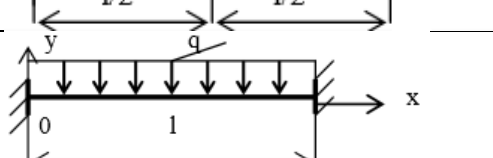
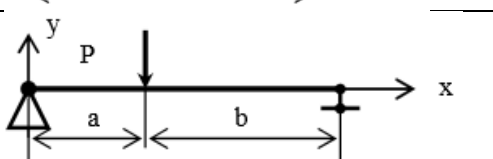
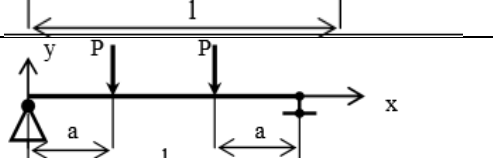
Продовження таблиці Д.1

	$R = \frac{H(1 - \alpha + k_1)}{1 + k + k_1}$
	$R = \frac{3M(1 + k/\alpha)}{2l(1 + k + k_1)}$
	$R = \frac{3M\eta(2 - \eta)}{2l(1 + k + k_1)}$
	$R = \frac{3pl[1 + \alpha \cdot k + 1.33(1 + \alpha)k_1]}{8(1 + k + k_1)}$
	$R = \frac{pl[3(1 + \alpha \cdot k) - (3 + \alpha)(1 - \alpha)^3 + k_1]}{8(1 + k + k_1)}$

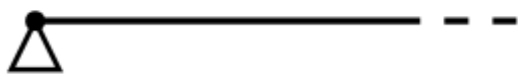

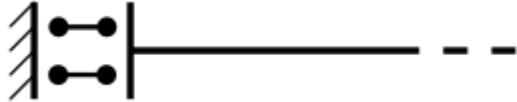

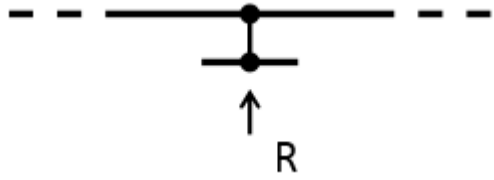


Позначення:  $\alpha = a/l$ ;  $k = \alpha^3(I_H/I_G - 1)$ ;  $k_1 = (1 - \alpha)^3 I_H / 8n^2 I_{zil.}$ ;  $I_H = Ac^2/2$  (для двовіткових колон);  $A$  – площа перерізу вітки;  $n$  – кількість панелей двовіткової колони;  $I_{zil.}$  – момент інерції вітки. Інші позначення на рисунку Д.1, А. У розрахунку ступінчатих колон (рис. Д.1, Б) під час визначення реакції  $R$  для суцільних ступінчастих колон потрібно у формулах, наведених вище для двовіткових колон, обрати  $k_1 = 0$ .

## ДОДАТОК Е

### Формули для визначення статичного прогину балок

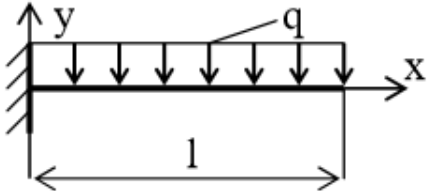
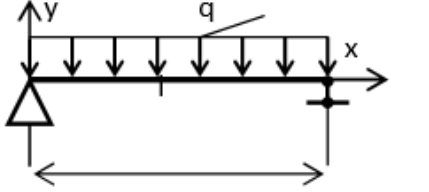
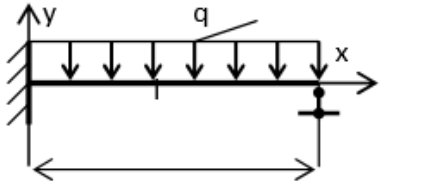
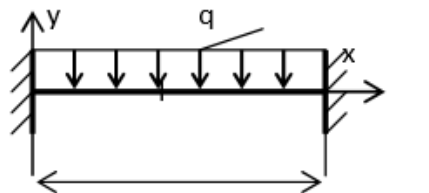
Схема навантаження	Величина статичного прогину
	$y_{x=l} = \frac{P \cdot l^3}{3EI}$
	$y_{x=l} = \frac{P \cdot a^2}{6EI} (3l - a)$
	$y_{x=l} = \frac{q \cdot l^4}{8EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{P \cdot l^3}{48EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{7}{768} \frac{P \cdot l^3}{EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{P \cdot l^3}{192EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{q \cdot l^4}{384EI}$
	$y_{x=a} = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot l \cdot EI}$
	$y_{x=l/2} = \frac{P \cdot a^3}{24EI} \cdot \left( \frac{3l^2}{a^2} - 4 \right)$

**ДОДАТОК Ж**  
**Силові і кінематичні межові умови для однопрогінних і багатопрогінних балок**

Схема спирання кінця балки або сполуки суміжних ділянок	Межові умови
	$y = 0; y'' = 0$
	$y = 0; y' = 0$
	$y' = 0; y''' = 0$
	$y'' = 0; y''' = \frac{m \cdot \omega^2}{EI}$
	$u_{\text{лев}} = u_{\text{пр}} = 0; y'_{\text{лев}} = y'_{\text{пр}};$ $y''_{\text{лев}} = y''_{\text{пр}}; y'''_{\text{лев}} = y'''_{\text{пр}} - \frac{R}{EI}$
	$u_{\text{лев}} = u_{\text{пр}} = 0; y'_{\text{лев}} = y'_{\text{пр}};$ $y''_{\text{лев}} = y''_{\text{пр}}; y'''_{\text{лев}} = y'''_{\text{пр}} - \frac{m \cdot \omega^2 \cdot y}{EI}$
	$y'' = y''' = 0$

## ДОДАТОК К

### Форми власних коливань (балочні функції) однопрогонних балок з розподіленою масою

Схема балки, частотне рівняння	Номер форми власних коливань	Форма коливань (балочна функція)	Корені частотного рівняння $\lambda_i l$	Числове значення коефіцієнта $\sigma_i$
 <p style="text-align: center;"><math>\text{Cos } \lambda_i l \cdot \text{Ch } \lambda_i l + 1 = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	1,875 4,694 7,855 10,996 14,137 $(2i-1) \frac{\pi}{2}$	0,734 1,018 0,999 $\approx 1$ $\approx 1$ $\approx 1$
 <p style="text-align: center;"><math>\text{Sin } \lambda_i l = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Sin } \frac{i\pi x}{l}$	3,142 6,283 9,425 12,566 15,708 $i\pi$	-
 <p style="text-align: center;"><math>\text{tg } \lambda_i l = \text{th } \lambda_i l</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	3,927 7,069 10,210 13,352 16,494 $(4i + 1) \frac{\pi}{4}$	$\approx 1$ $\approx 1$ 1 1 1 1
 <p style="text-align: center;"><math>\text{Cos } \lambda_i l \cdot \text{Ch } \lambda_i l - 1 = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	4,730 7,853 10,996 14,197 17,279 $(2i + 1) \frac{\pi}{2}$	0,983 1,001 $\approx 1$ $\approx 1$ 1 1

## ДОДАТОК Л

### Функції впливу (функції Крилова) та їхні дотичні

$\lambda x$	Функції Крилова			
	$S(\lambda x)$	$T(\lambda x)$	$U(\lambda x)$	$V(\lambda x)$
0,00	1	0,00	0	0
0,01	1	0,01	0	0
0,02	1	0,02	0,000 2	0
0,03	1	0,03	0,000 4	0
0,04	1	0,04	0,000 8	0
0,05	1	0,05	0,001 2	0
0,06	1	0,06	0,001 8	0
0,07	1	0,07	0,002 4	0,000 1
0,08	1	0,08	0,003 2	0,000 1
0,09	1	0,09	0,004 1	0,000 1
0,1	1	0,1	0,005 0	0,000 2
0,2	1,000 1	0,2	0,020	0,001 3
0,3	1,000 3	0,3	0,045	0,004 5
0,4	1,001 1	0,400 1	0,080	0,010 6
0,5	1,002 6	0,500 3	0,125	0,020 8
0,6	1,005 4	0,600 6	0,180 1	0,036 1
0,7	1,010	0,701 9	0,245 2	0,057 2
0,8	1,017	0,802 7	0,320 4	0,085 4
0,9	1,027 4	0,904 9	0,405 7	0,121 6
1,0	1,041 7	1,008 3	0,501 4	0,166 9
1,1	1,061 1	1,113 4	0,607 5	0,222 2
1,2	1,086 5	1,220 7	0,724 1	0,288 7
1,3	1,119 2	1,331 0	0,851 7	0,366 9
1,4	1,160 4	1,444 9	0,990 5	0,459 4
1,5	1,211 6	1,563 4	1,140 8	0,565 9
$\pi/2$	1,254 1	1,650 1	1,254 1	0,650 1

Функція	Дотичні X від функції Крилова			
	перша	друга	третя	четверта
$S(x)$	$\lambda V(x)$	$\lambda^2 U(x)$	$\lambda^3 T(x)$	$\lambda^4 S(x)$
$T(x)$	$\lambda S(x)$	$\lambda^2 V(x)$	$\lambda^3 U(x)$	$\lambda^4 T(x)$
$U(x)$	$\lambda T(x)$	$\lambda^2 S(x)$	$\lambda^3 V(x)$	$\lambda^4 U(x)$
$V(x)$	$\lambda U(x)$	$\lambda^2 T(x)$	$\lambda^3 S(x)$	$\lambda^4 V(x)$

*Електронне навчальне видання*

**ПСУРЦЕВА Ніна Олексіївна,  
РЕЗНІК Петро Аркадійович**

## **ПРОЄКТУВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ**

### **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальності G19 – Будівництво та цивільна інженерія, освітньо-професійна програма «Промислове та цивільне будівництво»)*

Відповідальний за випуск *П. М. Фірсов*  
Редактор *Б. О. Хільська*  
Комп'ютерне верстання *Н. О. Псурцева*

План 2025, поз. 3Л

---

Підп. до друку 21.11.2025. Формат 60 × 84/16  
Ум. друк. арк. 11,1

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Черноглазівська, 17, Харків, 61002.  
Електронна адреса: office@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 8386 від 14.07.2025.