

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

**«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ
ІНФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ»**

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
всіх форм навчання зі спеціальностей
122 – Комп'ютерні науки, F3 – Комп'ютерні науки,
освітня програма «Комп'ютерні науки. Управління проєктами»)*

**Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025**

Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація інформаційних процесів» (для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти всіх форм навчання зі спеціальностей 122 – Комп’ютерні науки, F3 – Комп’ютерні науки, освітня програма «Комп’ютерні науки. Управління проєктами») / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. М. В. Новожилова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 44 с.

Укладач д-р фіз.-мат. наук, проф. М. В. Новожилова

Рецензент

Н. Д. Сізова, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри комп’ютерних наук та інформаційних технологій Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою комп’ютерних наук та інформаційних технологій, протокол № 16 від 02.05.2025

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Практична робота 1 Визначення структури та множини параметрів математичних моделей інформаційних систем і процесів.....	6
Практична робота 2 Проведення структурної та параметричної ідентифікації оптимізаційної моделі (на прикладі оптимізаційної логістичної задачі).....	10
Практична робота 3 Побудова та розв’язання детермінованих динамічних математичних моделей з неперервним та дискретним часом.....	14
Практична робота 4 Побудова та розв’язання задачі багатокритеріальної оптимізації складної ієрархічної системи.....	20
Практична робота 5 Методи моделювання та розв’язання задач на основі опрацювання нечіткої інформації.....	26
Практична робота 6 Інформаційний ризик.....	32
Практична робота 7 Методика опрацювання статистичної інформації під час дослідження інженерної інфраструктури міст.....	34
Теми індивідуальних завдань за дисципліною	37
Критерії оцінювання.....	39
Перелік рекомендованих курсів / програм неформальної освіти.....	40
Список рекомендованих джерел.....	41

ВСТУП

Метою викладання дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація інформаційних процесів» є набуття здобувачами вищої освіти навичок системного мислення, надання відомостей щодо інструментальних засобів аналізу та моделювання прикладної області, а також підготування їх до вирішення практичних завдань, зокрема створення та управління складовими інформаційної інфраструктури великого міста в умовах ризику та невизначеності. Практичні заняття з дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація інформаційних процесів» спрямовані на вивчення етапів моделювання та розв'язання оптимізаційних та імітаційних задач визначення параметрів інформаційних процесів та систем.

Моделювання та оптимізація інформаційних процесів є необхідною складовою розв'язання задач галузі комп'ютерних наук як у детермінованій постановці, так і в умовах ризику та невизначеності, з ненадійними і слабо формалізованими вихідними даними.

Сучасний арсенал інструментальних засобів моделювання та оптимізації інформаційних процесів містить широкий спектр математичних моделей, методів та програм. Але сучасне життя ставить нові виклики, які потребують виконання досліджень на базі системного застосування методів аналізу та моделювання прикладної області, виявлення інформаційних потреб і збору вихідних даних для проєктування програмного забезпечення.

Отже, професіонал в галузі комп'ютерних наук має вміти ідентифікувати моделі складних систем і процесів, розробляти та застосовувати методи і засоби моделювання та прогнозування систем і процесів, в тому числі в умовах ризику и невизначеності.

У результаті вивчення дисципліни мають бути досягнуті такі програмні результати навчання (за стандартом ОП):

- РН1. Мати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у сфері комп'ютерних наук і є основою для оригінального мислення та проведення досліджень, критичне осмислення проблем у сфері комп'ютерних наук та на межі галузей знань;
- РН7. Розробляти та застосовувати математичні методи для аналізу інформаційних моделей;
- РН8. Розробляти математичні моделі та методи аналізу даних (включно з великим);
- РН11. Створювати нові алгоритми розв'язування задач у сфері

комп'ютерних наук, оцінювати їх ефективність та обмеження на їх застосування.

Ці практичні роботи спрямовані на набуття практичних навичок використання сучасних методичних та програмних засобів для моделювання та оптимізації інформаційних процесів та систем.

План виконання практичних робіт 1–5, 7

1. Продемонструвати викладачу знання теоретичного матеріалу стосовно теми практичної роботи.
2. Провести дослідження щодо засобів моделювання, структури та параметрів математичної моделі процесу або системи, що розглядається,
3. Вибрати програмне середовище, в якому виконуватиметься робота, та обґрунтувати свій вибір.
4. Розробити алгоритм розв'язання задачі та програмну реалізацію.
5. При цьому забезпечити можливість зміни екзогенних параметрів задачі.
6. Забезпечити дружній інтерфейс для введення вихідних даних та підтримки графічної інтерпретації результатів розрахунків.
7. Відповісти на контрольні питання.
8. Оформити звіт з практичної роботи.

Практична робота 6 є творчим завданням із наукового напрямку «Інформаційний ризик» та передбачає проведення дослідження в обраній галузі комп'ютерних наук. Під час виконання даної практичної роботи здобувач має продемонструвати здатність до самостійного мислення та творчий підхід до вирішення завдання.

Правила оформлення звіту з практичної роботи

Звіт з практичної роботи повинен містити:

- титульний аркуш;
- мету роботи;
- об'єкт та предмет дослідження, методи дослідження;
- необхідні теоретичні відомості;
- опис алгоритму розв'язання задачі;
- опис програмного забезпечення;
- опис інтерфейсу користувача, правила подання екзогенних змінних задачі і подання результату;
- відповіді на контрольні запитання;
- висновки по роботі.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1

ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ ТА МНОЖИНИ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ

Тема «Застосування апарату одновимірної та багатовимірної безумовної оптимізації до визначення екстремуму (нуля) неперервної функції».

Як теоретичний матеріал, рекомендується повторити зміст лекції «Тема 0. Необхідний математичний апарат» (URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/resource/view.php?id=120383>).

Завдання 1 Одновимірна математична модель безумовної оптимізації

Здійснити:

1. Дослідження множини екзогенних параметрів (параметричну ідентифікацію) одновимірної оптимізаційної математичної моделі, що розглядається,

2. Реалізацію методики розв'язання оптимізаційної задачі та геометричну інтерпретацію процесу розв'язання задачі за допомогою обраного програмного середовища.

Виконавець практичної роботи може обрати довільне найбільш прийнятне програмне середовище (електронні таблиці, наприклад, MS Excel, Google Colab тощо).

Функцією, що розглядається, є квадратична функція вигляду

$$y(x) = a(x - r)^2 + b(x - r) + c, \quad (1.1)$$

де екзогенні параметри a , b , c , r є константами, визначаються виконавцем роботи і під час перевірки можуть бути змінені викладачем.

При цьому параметри a , b , r виконавець визначає довільно, а параметр c має задовольняти умови

$$\begin{cases} |c| > \left| \frac{b^2}{4a} \right| \\ ac < 0 \end{cases}.$$

Отже, в програмній реалізації необхідно забезпечити перевірку вибору параметра s за вказаними умовами.

Необхідні кроки виконання (та подальшого програмування):

1. Визначення координат точки екстремуму $(x^*, y(x^*))$ функції (1.1), застосовуючи необхідні умови екстремуму одновимірної функції (див. «Тема 0. Необхідний математичний апарат», URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/resource/view.php?id=120383>).

2. Визначення типу екстремуму в точці $(x^*, y(x^*))$ функції (1.1), застосовуючи достатні умови екстремуму одновимірної функції.

Завдання 2 Багатовимірна математична модель безумовної оптимізації

Здійснити:

1. Дослідження множини екзогенних параметрів (параметричну ідентифікацію) двовимірної оптимізаційної моделі без обмежень, що розглядається,

2. Реалізацію методики розв'язання оптимізаційної задачі та геометричну інтерпретацію процесу розв'язання задачі за допомогою обраного програмного середовища.

3. Здійснити реалізацію методики пошуку екстремуму функції багатьох змінних та геометричну інтерпретацію процесу розв'язання задачі за допомогою обраного програмного середовища.

Виконавець практичної роботи може обрати довільне найбільш прийнятне програмне середовище (електронні таблиці, наприклад, MS Excel, Google Colab тощо).

Завдання 2.1

Розглянути двовимірну функцію

$$C(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 - dx - ey + f, \quad (1.2)$$

де екзогенні параметри a, b, c, d, e, f є константами, визначаються виконавцем роботи і під час перевірки можуть бути змінені викладачем.

Необхідні кроки виконання (та подальшого програмування):

1. Визначення градієнту функції $C(x, y)$.

2. Визначення координат точки екстремуму $((x^*, y^*), C(x^*, y^*))$

функції (1.2), застосовуючи необхідні умови екстремуму багатовимірної функції (див. Тема 0), тобто побудувати відповідну систему рівнянь.

Здійснити програмну реалізацію розв'язання побудованої системи рівнянь. *Якщо реалізація відбувається в електронних таблицях – застосувати відповідні функції роботи з матрицями та формули масиву.*

3. Визначення типу точки екстремуму, застосовуючи достатні умови екстремуму двовимірної функції.

4. Побудова графіку функції $C(x, y)$ з певним кроком по (x, y) на визначених діапазонах вигляду

$$\begin{aligned}(x^* - \Delta, x^* + \Delta), \\ (y^* - \Delta, y^* + \Delta),\end{aligned}$$

де значення Δ обирається з точки зору кращого вигляду функції $C(x, y)$ на графіку.

Завдання 2.2

Розглянути тривимірну функцію $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^1$.

$$f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 4z^2.$$

2.2.1. Знайти $\Delta f(x, y, z)$ – градієнт f у точці $(x, y, z) = (1, 1, 1)$.

2.2.2. Знайти рівняння дотичної площини до поверхні $f(x, y, z) = 9$ у цій точці.

2.2.3. Зобразити ескізи ліній перетину поверхні $f(x, y, z) = 9$ з координатними площинами OXZ і OYZ , відзначаючи точки перетину з осями.

Завдання 2.3

Функції попиту фірми-монополіста, що виробляє взаємодоповнюючі товари X і Y , мають такий вигляд:

$$f_1(x, y) = 109 - x - y,$$

$$f_2(x, y) = 121 - 3x - 4y,$$

де x і y позначають кількості X і Y відповідно.

Функція витрат має такий вигляд:

$$C(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 16x - 12y + 260.$$

Знайти значення x і y , за яких максимізується функція прибутку

$$\pi(x, y) = xf_1(x, y) + yf_2(x, y) - C(x, y).$$

Контрольні запитання

1. Визначить необхідні умови оптимальності одновимірної функції.
2. Визначить достатні умови оптимальності одновимірної функції.
3. Визначить необхідні умови оптимальності багатовимірної функції.
4. Визначить достатні умови оптимальності багатовимірної функції
5. Як будується матриця Гессе?
6. З якою метою застосовується критерій Сильвестра?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

ПРОВЕДЕННЯ СТРУКТУРНОЇ ТА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ (НА ПРИКЛАДІ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЛОГІСТИЧНОЇ ЗАДАЧІ)

Завдання. Побудова, аналіз та програмна релізація однопродуктової статичної моделі керування запасами.

Необхідні теоретичні відомості до виконання завдання практичної роботи.

Однопродуктова статична модель

Модель керування запасами найпростішого типу характеризується постійним у часі попитом, миттєвим поповненням запасу і відсутністю дефіциту. Така модель застосовується в наступних типових ситуаціях:

- 1) використання освітлювальних ламп у будинку;
- 2) споживання основних продуктів харчування (хліб і молоко);
- 3) використання дрібних канцелярських товарів великою фірмою (папір, олівці, тощо).

На рисунку 2.1 показана зміна рівня запасу в часі. Передбачається, що інтенсивність попиту (в одиницю часу) дорівнює β . Найвищого рівня запас досягає в момент постачання замовлення розміром u (передбачається, що запізнювання постачання є заданою константою). Рівень запасу досягає нуля через u/β одиниць часу після одержання замовлення розміром u .

Чим менше розмір замовлення u , тим частіше потрібно розміщати нові замовлення. Однак при цьому середній рівень запасу зменшуватиметься.

З іншого боку, зі збільшенням розміру замовлень рівень запасу підвищується, але замовлення розміщаються зрідка (рис. 2.1). Величина витрат залежить від частоти розміщення замовлення й обсягу збереженого запасу, тому величина u вибирається з умови забезпечення збалансованості між двома видами витрат. Це лежить в основі побудови даної моделі керування запасами.

Нехай K – витрати на оформлення замовлення, що мають місце кожного разу при його розміщенні, h – витрати на збереження одиниці замовлення в одиницю часу (рис. 2.2).

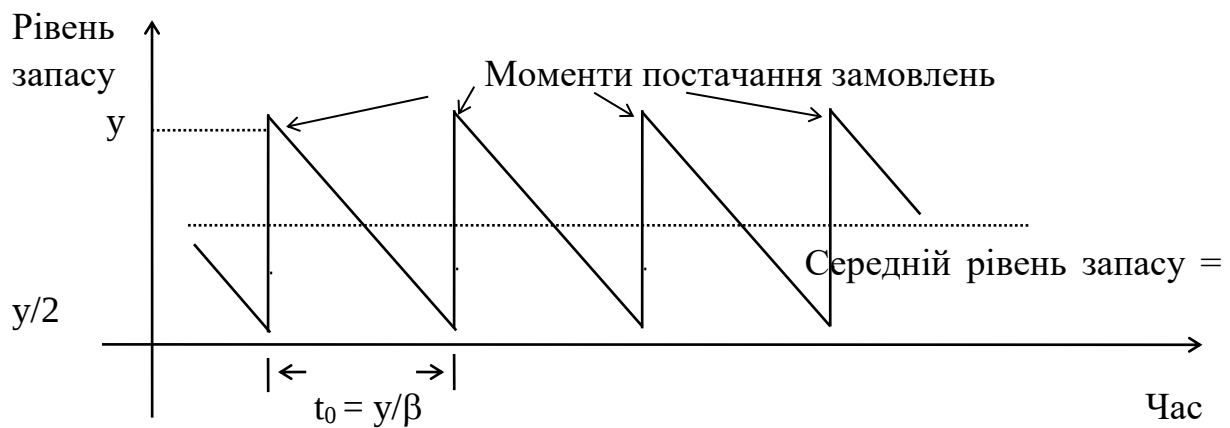


Рисунок 2.1 – Зміна рівня запасу в часі

2.1 Екзогенні параметри

K – витрати на оформлення замовлення, що мають місце кожного разу при його розміщенні;

h – витрати на збереження одиниці замовлення в одиницю часу;

β – інтенсивність попиту (в одиницю часу).

2.2 Ендогенні параметри

y – розмір замовлення

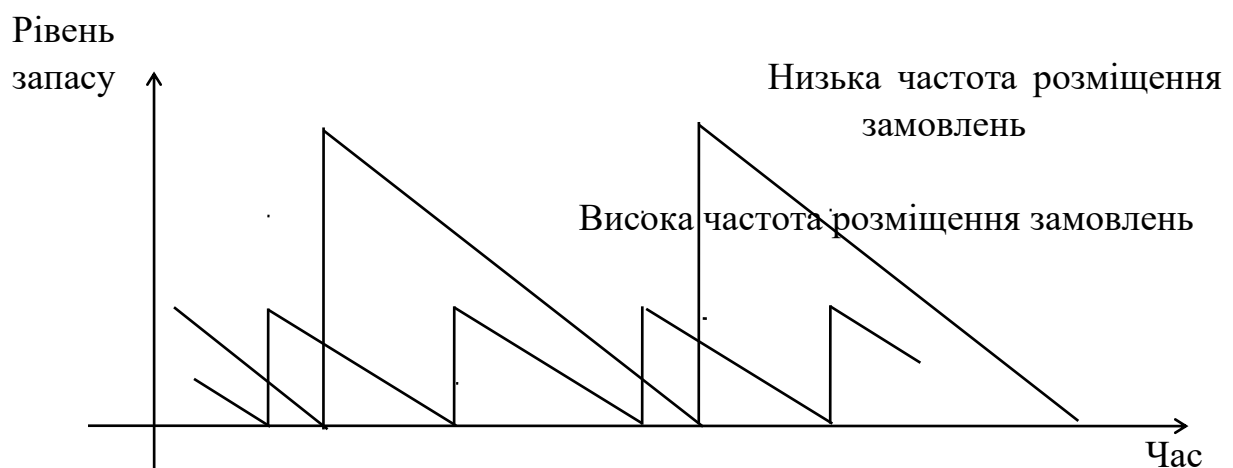


Рисунок 2.2 – Порівняння високої і низької частоти замовлень

Отже, сумарні витрати в одиницю часу – $TCU(y)$ – як функція від y мають такий вигляд:

$$TCU(y) = \text{Витрати на оформлення замовлення в одиницю часу} + \text{Витрати на збереження запасу в одиницю часу} = \frac{K}{y/\beta} + h\left(\frac{y}{2}\right).$$

Як видно з рисунка 2.1, тривалість циклу руху замовлення складає $t_0 = y/\beta$ і середній рівень запасу дорівнює $y/2$.

Оптимальне значення y отримуємо у результаті мінімізації $TCU(y)$ за y .

Функція $TCU(y)$ є однофакторною (одновимірною), тому можна застосувати необхідну умову наявності екстремуму одновимірної функції у вигляді

$$\frac{dTCU(y)}{dy} = 0.$$

Таким чином, у припущенні, що y – неперервна змінна, маємо:

$$\frac{dTCU(y)}{dy} = \frac{K}{y/\beta} + h\left(\frac{y}{2}\right) = 0. \quad (2.1)$$

Отже, оптимальне значення розміру замовлення визначається виразом

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}}. \quad (2.2)$$

Отриманий вираз для оптимального розміру замовлення називають формулою **економічного розміру замовлення Уілсона**.

Оптимальна стратегія моделі передбачає замовлення одиниць y^* продукції через кожні $t_0^* = y^*/\beta$ одиниць часу.

Оптимальні витрати $TCU(y^*)$, які визначаються шляхом безпосередньої підстановки, складають $\sqrt{2K\beta h}$.

Контрольні запитання

1. Поясніть відмінність ендогенних та екзогенних параметрів.
2. Що таке розмір замовлення в однопродуктовій статичній моделі управління запасами?
3. Як визначаються моменти постачання замовлень?
4. Як визначається цільова функція в однопродуктовій статичній моделі управління запасами?
5. Що визначається формулою економічного розміру замовлення Уілсона?
6. Як визначається оптимальне значення цільової функції в однопродуктовій статичній моделі управління запасами?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3

ПОБУДОВА ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ДИНАМІЧНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ З НЕПЕРЕРВНИМ ТА ДИСКРЕТНИМ ЧАСОМ

3.1 Детерміновані динамічні математичні моделі з неперервним часом. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку

Постановка задачі. Побудувати математичну модель наступної задачі у вигляді задачі Коші, розробити алгоритм та програмну реалізацію математичної моделі, забезпечити подання інтегральної кривої задачі.

Виконавець практичної роботи може обрати довільне найбільш прийнятне програмне середовище (електронні таблиці, наприклад, MS Excel, Visual Studio, Google Colab тощо).

Як теоретичний матеріал рекомендується вивчити лекцію «Тема 4. Математичні моделі популяційної динаміки» (URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/resource/view.php?id=120510>).

Завдання 1 Логістична крива

Нехай торговельними установами реалізується продукція, про яку в момент часу t серед потенційних покупців N знає лише x покупців.

Після проведення рекламних оголошень швидкість зміни числа покупців, що знають про продукцію, пропорційна як числу покупців, що знають про товар, так і числу покупців, які про товар ще не знають.

Початкова умова. Відомо, що в початковий момент часу t про товар довідалося N/β людей (час відраховується після рекламних оголошень), β – задане число. Знайти закон зміни залежно від часу числа x покупців, що знають про продукцію.

Знайти загальний розв'язок та частинний розв'язок цієї задачі, який відповідає сформульованій початковій умові.

Побудувати графік інтегральної кривої.

Завдання 2 Побудова фазових портретів

Побудувати алгоритмічну та програмну реалізацію розв'язання лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з

постійними коефіцієнтами та забезпечити подання фазових портретів (фазових траєкторій з різними значеннями початкових умов) розв'язків диференціального рівняння, що розглядається.

План виконання роботи

1. Розглянути лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами.
2. Задати дві початкові умови.
3. Визначити загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами.
4. Керуючись виглядом отриманих характеристичних чисел, визначити тип фазового портрету.
5. Побудувати фазовий портрет лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, що розглядається, за допомогою MS Excel.

Теоретичні нотатки

Типи фазових портретів. Класифікація точок рівноваги

Нехай λ_1 і λ_2 – корені характеристичного рівняння диференціального рівняння, що розглядається.

1. Якщо λ_1 і λ_2 дійсні ($\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}^1$), то:

1.1. Якщо λ_1 і λ_2 різних знаків, то фазовий портрет називається *сідлом*. Дві пари траєкторій проходять через стаціонарну точку, а інші виглядають так, як горизонталі на карті місцевості, яка є гірським перевалом (рис. 3.1).

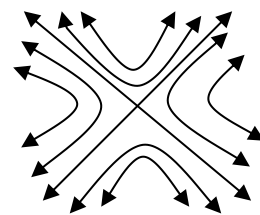


Рисунок 3.1 – Сідло

1.2. Якщо $\lambda_1 > 0$ і $\lambda_2 > 0$, то фазовий портрет називається *нестійким вузлом*. Кожна фазова траєкторія прилягає до особливої точки і з часом розбігається (рис.3.2).

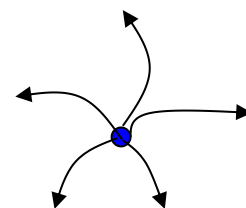


Рисунок 3.2 – Нестійкий вузол

1.3. Якщо $\lambda_1 < 0$ і $\lambda_2 < 0$, то фазовий портрет називається *стійким вузлом*. Усі траєкторії проходять через стаціонарну точку і з часом до неї збігаються (рис. 3.3).

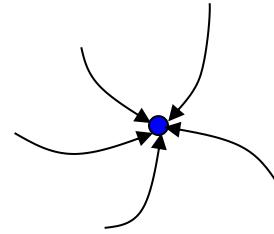


Рисунок 3.3 – Стійкий вузол

2. Якщо λ_1 і λ_2 **комплексно-спряжені**:

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta, \text{ то:}$$

2.1. Якщо $\alpha < 0$, то фазовий портрет називається *стійким фокусом*. Траєкторії асимптотично наближаються до особливої точки, навиваючись на неї у вигляді спіралей (рис. 3.4).

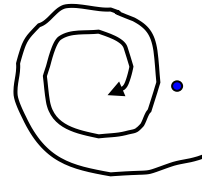


Рисунок 3.4 – Стійкий фокус

2.2. Якщо $\alpha > 0$ (дійсна частина додатна), то фазовий портрет називається *нестійким фокусом* (рис. 3.5).

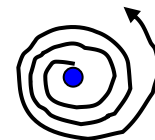


Рисунок 3.5 – Нестійкий фокус

2.3. Якщо $\alpha = 0$, тобто характеристичні числа $\lambda_{1,2} = \pm i\beta$ мають тільки уявну частину, то фазовий портрет називається *граничним циклом* (рис. 3.6).

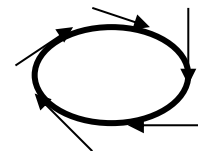


Рисунок 3.6 – Граничний цикл

Приклад розв'язання задачі

Розглянемо лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами

$$p'' + p' + 2p = 10 \quad (3.1)$$

та початковими умовами

$$p(0) = 6, \quad p'(0) = 3.$$

Відповідне однорідне рівняння має такий вигляд:

$$p'' + p' + 2p = 0, \quad (3.2)$$

а характеристичне рівняння виглядає так:

$$\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0.$$

Корені цього характеристичного рівняння є комплексно-спряженими:

$$\lambda_{1,2} = -1 \pm i.$$

Отже, фазовим портретом є **стійкий фокус**.

Загальний розв'язок однорідного рівняння (3.2) є таким:

$$p(t) = \exp(-t) (C_1 \cos t + C_2 \sin t).$$

Частковий розв'язок неоднорідного рівняння (3.1) будемо відшукувати у вигляді $p^* = A$. Тоді $p^{*'} = 0$, $p^{*''} = 0$.

Підставивши ці значення в диференціальне рівняння (3.1), одержимо:

$$2A = 10.$$

$$A = 5 \Rightarrow p^* = 5.$$

Отже, загальний розв'язок неоднорідного рівняння має такий вигляд:

$$p(t) = \exp(-t) (C_1 \cos t + C_2 \sin t) + 5. \quad (3.3)$$

Урахуємо початкову умову: $p(0) = 6$. Тоді (3.3) набуває такого вигляду:

$$6 = C_1 + 5 \Rightarrow C_1 = 1.$$

Обчислимо першу похідну функції (3.3):

$$\begin{aligned} p'(t) &= -\exp(-t) (\cos t + C_2 \sin t) + \exp(-t) (-\sin t - C_2 \cos t) = \\ &= \exp(-t) ((C_2 - 1) \cos t - (C_2 + 1) \sin t). \end{aligned}$$

Звідси

$$p'(0) = C_2 - 1.$$

Використовуючи другу початкову умову $p'(0) = 10$, знаходимо:

$$C_2 = 4.$$

Відповідний цим початковим умовам розв'язок має такий вигляд:

$$p(t) = 5 + \exp(-t)(\cos t + 4 \sin t).$$

Побудуємо фазовий портрет диференційного рівняння (3.1).

Фазові змінні: $p(t)$, $p'(t)$.

Алгоритм побудови фазового портрета (рис. 3.7) складається з трьох кроків.

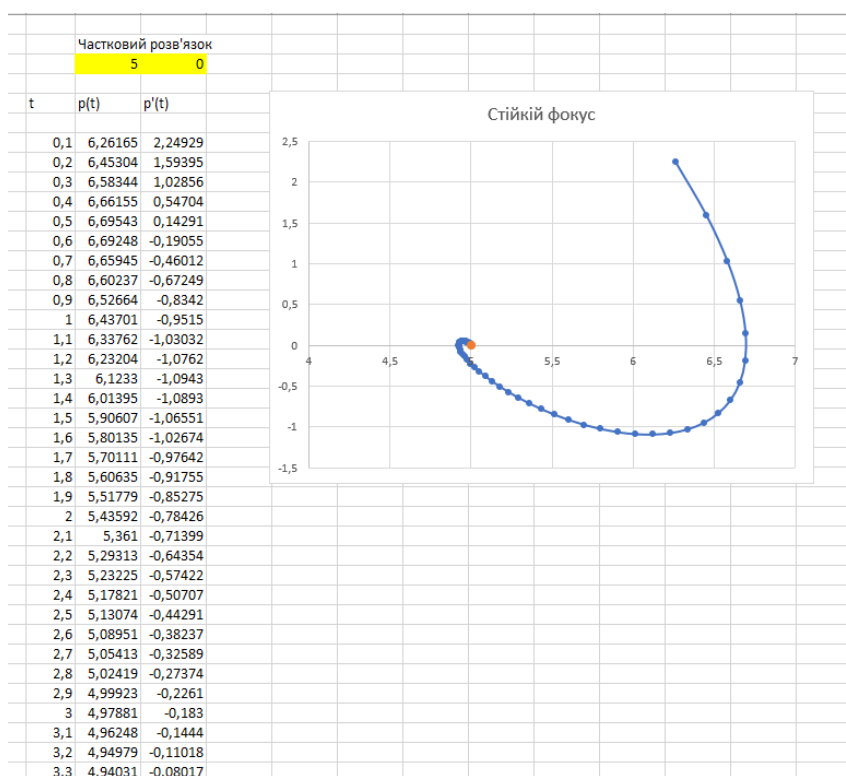


Рисунок 3.7 – Побудова фазового портрета «стійкий фокус»

1. Визначити інтервал та крок зміни параметра t .
2. Для кожного t визначити $p(t)$, $p'(t)$.
3. Пари $(p(t), p'(t))$ нанести на фазову площину.

Системи диференціальних рівнянь першого порядку

Завдання 3

Побудувати алгоритмічну та програмну реалізацію розв'язання системи диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами та забезпечити подання фазових портретів (фазових траєкторій із різними значеннями початкових умов) розв'язків системи диференціальних рівнянь, що розглядається.

Завдання 4

Тема. Побудувати модель «хижак – жертва» у вигляді системи двох нелінійних автономних диференціальних рівнянь першого порядку, надати алгоритмічну та програмну реалізацію процесу розв'язання.

Визначити екзогенні параметри моделі самостійно.

Наприклад $\alpha = 0,1$, $\gamma = 0,01$, $\beta = 0,05$, $\delta = 0,001$.

Дискретні моделі динаміки популяцій. Різницеві рівняння

Завданням є застосування апарату різницевих рівнянь першого порядку для аналізу поведінки динаміки популяцій та побудови математичних моделей з дискретним часом.

Завдання 4

Розробити алгоритм та програмну реалізацію розв'язання різницевого рівняння першого порядку за допомогою обраного програмного середовища.

Завдання 5

Провести аналіз математичної моделі Скеллама та логістичної моделі, розробити алгоритм та програмну реалізацію моделей за допомогою обраного програмного середовища, побудувати інтегральні криві розв'язків рівнянь.

Контрольні запитання

1. Наведіть класифікацію диференціальних рівнянь першого порядку.
2. Надайте визначення задачі Коші.
3. Що таке інтегральна крива.
4. Що таке фазовий портрет.
5. Наведіть класифікацію фазових портретів.
6. Як визначається загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами.
7. У чому різниця між диференціальними та різницевиими рівняннями?

ПРАКТИЧНА РОБОТА 4

ПОБУДОВА ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНОЇ ІЄРАРХІЧНОЇ СИСТЕМИ

Завдання. Здійснити моделювання, аналіз та реалізацію методики розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації складної ієрархічної системи за допомогою обраного програмного середовища.

Виконавець практичної роботи може обрати довільне найбільш прийнятне програмне середовище (електронні таблиці, наприклад, MS Excel, Visual Studio 2019, Google Colab тощо).

Теоретичні нотатки

Розглянемо складну багаторівневу організаційно-технічну та соціально-економічну систему P , елементи якої надалі називатимуться підсистемами, $P = \{P_1, \dots, P_N\}$, та є розподіленими за територіальним (регіональним) та функціональним принципами.

Визначимо, що кожна підсистема P_n також складається з M_n функціональних складових (рис. 4.1), тобто $P_n = \{P_n^1, P_n^2, \dots, P_n^m, \dots, P_n^{M_n}\}$.

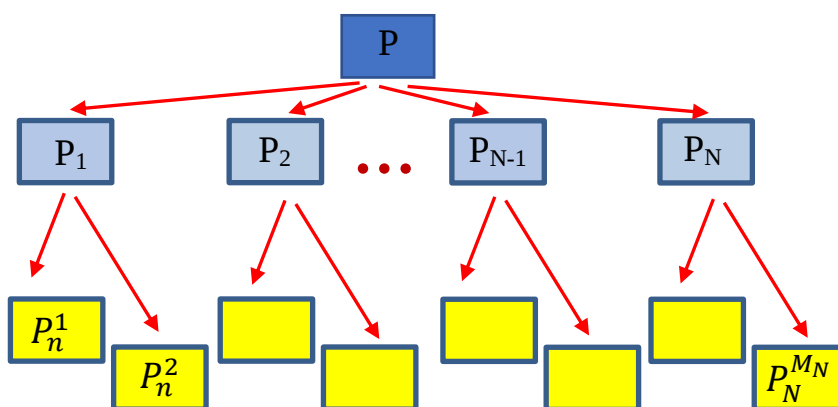


Рисунок 4.1 – Ієрархія системи

Постає завдання оптимізації розподілу фінансування на визначеному горизонті планування з метою підвищення ефективності системи в цілому.

Визначення 4.1. Під ефективністю $E^{P\Phi ZT}$ будемо розуміти ступінь відповідності параметрів системи вимогам внутрішнього і зовнішнього середовища.

Очевидно: оптимізаційна задача підвищення ефективності $E^{P\Phi ZT}$ діяльності будь-якої реальної системи є багатокритеріальною, тому що оцінка $E^{P\Phi ZT}$ включає такі множини часткових критеріїв: економічна (фінансова) ефективність $E_{екон}^{P\Phi ZT}$, бюджетна ефективність $E_{бюджет}^{P\Phi ZT}$, екологічна ефективність $E_{еколог}^{P\Phi ZT}$, соціальна ефективність $E_{соц}^{P\Phi ZT}$, критерій інвестиційної привабливості $E_{інвест}^{P\Phi ZT}$.

Як головний критерій в цьому контексті обирається вектор економічної ефективності $E_{екон}^{P\Phi ZT}$:

$$E_{екон}^{P\Phi ZT} = \{e^1, e^2, \dots, e^k, \dots, e^K\}, \quad (4.1)$$

де e^k – певний індикатор економічної ефективності $E_{екон}^{P\Phi ZT}$, тобто частинний критерій економічної ефективності.

Побудова математичної моделі задачі оптимізації розподілу фінансування

Нехай є необхідним розподілити кошти обсягом Z між підсистемами $P = \{P_1, \dots, P_N\}$ у визначеному горизонті планування:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n + \dots + x_N = Z, \quad (4.2)$$

де x_n – обсяг коштів, виділений n -й підсистемі.

Змінні x_n є незалежними змінними задачі, що підлягають визначенню в результаті розв’язання задачі оптимізації.

Нехай також для кожної підсистеми P_n визначена скалярна оцінка $e_n(x_n)$ ефективності функціонування.

Тоді інтегральна оцінка ефективності діяльності системи має вигляд адитивної функції

$$E_{екон} = \sum_{n=1}^N \lambda_n e_n, \quad (4.3)$$

де $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ – вектор оцінок значущості кожної з N підсистем для розвитку системи в цілому.

Оцінки $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ задовольняють такі умови:

$$0 \leq \lambda_n \leq 1, \sum_{n=1}^N \lambda_n = 1.$$

Оберемо вигляд функції $e_n(x_n)$ ефективності функціонування підсистеми P_n залежно від обсягу фінансування x_n як логістичної залежності, обмеженої значеннями e_n^0 на початку періоду планування до величини e_n^* по завершенню періоду планування:

$$e_n = \frac{C_n \exp(k_n x_n)}{1 + C_n \exp(k_n x_n)} \quad (4.4)$$

де стала $C_n = \frac{e_n^0}{1 - e_n^0}$,

k – додатна константа, яка обмежує технологічно значимий результат функціонування даної структури управління.

Таким чином, оптимізаційна задача розподілу обсягів фінансування між регіональними філіями є такою:

$$\sum_{n=1}^N \lambda_n \frac{C_n \exp(k_n x_n)}{1 + C_n \exp(k_n x_n)} \rightarrow \max \quad (4.5)$$

за умови

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n + \dots + x_N = Z, \quad (4.6)$$

$$x_n \geq 0, n=1, 2, \dots, N. \quad (4.7)$$

Зауваження 4.3. Припустимо, що на початку періоду планування рівень ефективності функціонування регіональних філій є відомим та позначається, як

$$e^0 = \{e_1^0, e_2^0, \dots, e_N^0\}.$$

Задача (5–7) є задачею умовної багатовимірної нелінійної оптимізації.

Загальна методика розв'язання задачі (4.5–4.7)

Аналіз математичної моделі (4.5 – 4.7):

1. Задача (4.5–4.7) є задачею багатовимірної неперервної нелінійної оптимізації з одним лінійним обмеженням у вигляді рівності.

2. Функція цілі (4.5) є увігнутою монотонною неперервною, принаймні двічі диференційованою функцією.

Для розв'язання оптимізаційної задачі (4.5–4.7) прийнятним є метод множників Лагранжа, заснований на побудові функції Лагранжа такого вигляду:

$$L(x, \mu) = \sum_{n=1}^N \lambda_n \frac{C_n \exp(k_n x_n)}{1 + C_n \exp(k_n x_n)} + \mu (\sum_{n=1}^N x_n - Z), \quad (4.8)$$

$x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, μ – множник Лагранжа

з більшою кількістю змінних, яка включає функцію обмежень (4.6). Після такого перетворення подальше розв'язання задачі полягає в знаходженні екстремуму нової функції, на змінні якої не накладено ніяких обмежень – обмеження на невід'ємність змінних $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ вважатимемо природними та на цьому етапі побудови методу розв'язання не враховуватимемо.

Таким чином, від початкової задачі пошуку умовного екстремуму (4.5–4.7) переходимо до задачі відшукування безумовного екстремального значення функції (4.8), яке визначається за допомогою необхідної умови існування екстремуму.

Для розв'язування задачі необхідно знайти вирази частинних похідних нової цільової функції (4.8) за кожною змінною $\{x_1, x_2, \dots, x_N, \mu\}$ і прирівняти їх до нуля. В результаті отримаємо систему рівнянь. Її розв'язок визначає так звані стаціонарні точки, серед яких є і шукані екстремальні значення функції.

Загальний вигляд системи частинних похідних функції (4.8) є таким:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(x, \mu)}{\partial x_n} = 0, n = 1, 2, \dots, N, \\ \frac{\partial L(x, \mu)}{\partial \mu} = 0 \end{array} \right.$$

Використовуючи правило знаходження похідної від дробу, отримаємо систему рівнянь у явному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(x, \mu)}{\partial x_n} = \frac{\lambda_n C_n k_n \exp(k_n x_n)}{(1 - C_n \exp(k_n x_n))^2} + \mu = 0, n = 1, 2, \dots, N, \\ \frac{\partial L(x, \mu)}{\partial \mu} = \sum_{n=1}^N x_n - Z = 0 \end{array} \right.$$

Перші N рівнянь системи є нелінійними, останнє – є лінійним.

Розв'язання отриманої системи нелінійних рівнянь здійснюється чисельно, наприклад, за допомогою методу Ньютона, або відповідного програмного забезпечення.

Хід виконання роботи

Початкові дані задачі

Припустимо, що є:

- дві регіональні філії, тобто $N = 2$;
- кожна з філій, що розглядається, містить у своєму складі одне підприємство;
- оцінки значущості кожної з регіональних філій є однаковими (правило Лапласа), тобто $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,5$;
- константи $k_1, k_2 \in [0,002 - 0,005]$;
- початкові рівні ефективності e_1^0, e_2^0 мають бути відмінними та змінюватися у діапазоні $e_1^0, e_2^0 \in [0,1; 0,4]$;
- загальний обсяг фінансування $Z = 1\ 000$;
- витрати $G_n(e^0, \rho_n)$ на підтримку досягнутого рівня ефективності не враховуються.

Визначити:

- вектор $x = \{x_1; x_2\}$ розподілу обсягів фінансування за філіями;

- загальний рівень ефективності e^* ;
- оцінки $\{e_1^*, e_2^*\}$ ефективності роботи філій після здійснення фінансування.

Контрольні запитання

1. Поясніть різницю між однокритеріальними та багатокритеріальними оптимізаційними задачами.
2. Які є методики перетворення багатокритеріальних задач до однокритеріальних?
3. В чому складається ідея методу множників Лагранжа?
4. Як конструюється функція Лагранжа, і в чому її значення?
5. Застосування принципу головного критерію в багатокритеріальній оптимізації.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 5

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ НА ОСНОВІ ОПРАЦЮВАННЯ НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Метою цієї роботи є дослідження властивостей та застосування основних теоретико-множинних операцій для нечітких множин та нечітких чисел.

В якості теоретичного матеріалу рекомендується вивчити лекцію «Тема 6. Обробка якісної інформації. Основні поняття теорії нечітких множин» (URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/resource/view.php?id=120696>).

Завдання для цієї практичної роботи.

Завдання 1. Операції над нечіткими множинами.

Завдання 5.1

Визначити базові теоретико-множинні операції – доповнення, об'єднання, перетин – для пари нечітких множин $\{A, B\} \subset X$, якщо ці нечіткі множини задані у вигляді таблиці 5.1, 5.2, де перші рядки таблиць містять список елементів множини, а другі рядки таблиці містять значення функцій належності.

Таблиця 5.1 – Нечітка множина A

A=	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	$\mu_A(x_1)$	$\mu_A(x_2)$	$\mu_A(x_3)$	$\mu_A(x_4)$	$\mu_A(x_5)$	$\mu_A(x_6)$	$\mu_A(x_7)$

Таблиця 5.2 – Нечітка множина B

B=	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	$\mu_B(x_1)$	$\mu_B(x_2)$	$\mu_B(x_3)$	$\mu_B(x_4)$	$\mu_B(x_5)$	$\mu_B(x_6)$	$\mu_B(x_7)$

Завдання 1.2

Обчислити потужність $\text{card}A$, $\text{card}B$ нечітких множин A і B (табл. 1, 2).

Завдання 1.3

Визначити 0.5-зріз (набір рівня 0.5) нечіткої множини $A \subset X$.

Завдання 1.4

Провести дослідження щодо можливості реалізації операцій над нечіткими множинами за допомогою середовища MS Excel та наукових бібліотек Google Colab (Python) або іншого програмного забезпечення.

Завдання 1.5

Розробити алгоритмічну та програмну реалізацію базових теоретико-множинних операцій для нечітких множин. Передбачити побудову графіків приналежності.

Завдання 1.1–1.5 необхідно виконати відповідно до запропонованих варіантів.

Варіанти завдань

1.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.31	0.07	0.09	0.60	0.59	0.28	0.15

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.92	0.07	0.26	0.04	0.99	0.98	0.70

2.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.43	0.58	0.22	0.32	0.33	0.92	0.53

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.11	0.29	0.75	0.55	0.83	0.45	0.86

3.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.88	0.75	0.04	0.92	0.81	0.59	0.01

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.00	0.94	0.87	0.54	0.49	0.44	0.66

4.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.49	0.61	0.92	0.29	0.58	0.67	0.01

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.36	0.63	0.75	0.80	0.23	0.62	0.68

5.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.98	0.55	0.46	0.89	0.29	0.98	0.15

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.89	0.29	0.98	0.15	0.38	0.97	0.29

6.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.04	0.99	0.48	0.71	0.53	0.81	0.76

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.92	0.86	0.63	0.79	0.06	0.53	0.87

7.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.30	0.50	1.00	0.08	0.00	0.30	0.12

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.12	0.72	0.87	0.73	0.13	0.28	0.84

8.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.20	0.99	0.98	0.40	0.27	0.85	0.05

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.08	0.32	0.89	0.51	0.56	0.11	0.54

9.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.19	0.17	0.91	0.97	0.29	0.96	0.73

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.93	0.90	0.45	0.49	0.10	0.98	0.99

10.

A =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.65	0.96	0.96	0.22	0.42	0.52	0.84

B =	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇
	0.49	0.10	0.98	0.99	0.90	0.82	0.17

Завдання 2. Операції над нечіткими числами.

Завдання 2.1

Розв'язати задачу оцінки прибутку діяльності фірми на ринку програмного забезпечення.

Постановка задачі. Менеджер планує діяльність фірми, на ринку програмного забезпечення на наступний рік. Необхідно розрахувати діапазон можливого прибутку.

Для розв'язання задачі існує чотири нечіткі твердження, які визначені зі статистики діяльності фірми за кілька попередніх років:

1. Протягом кожного року у фірму приходять приблизно 75 потенційних клієнтів. У різні роки по-різному, але достеменно відомо, що ніколи не було менше за 67 і більше ніж 87.

2. 3 потенційних клієнтів приблизно 30 % здійснюють замовлення, зазвичай кількість замовлень міститься у межах 25–35 % від кількості потенційних клієнтів, але ніколи не було менше за 10 % і ніколи не було більше за 50 %.

3. Вартість замовлення складає приблизно 142 000 грн. Найбільша кількість замовлень оцінюється в діапазоні 138 000–145 000 грн, але ніколи дешевше за 130 000 грн і не дорожче 170 000 грн.

4. За кожне замовлення з клієнта фірма одержує приблизно 5.5 % комісійних.

Завдання 2.2

1. Провести дослідження щодо найбільш прийняттого програмного середовища проєктування, розробки та реалізації програмного додатка.

2. Створити програмний додаток визначення арифметичних операцій на нечіткими числами: додавання, різницю, множення.

Програмний додаток має містити:

- дружній інтерфейс введення пари початкових нечітких чисел у LR-формі;
- розрахункову частину;
- графічне подання функції приналежності початкових нечітких чисел та результатів арифметичних операцій.

Контрольні запитання та завдання

1. Нехай X – множина легкових автомобілів, що випускаються в Європі.

Визначити нечітку множину A «хороші автомобілі».

Множину X визначити самостійно. Множина X має містити 8 –10 елементів.

2. Нехай є нечітка множина $C = \{x \mid \text{«значення } x \text{ близьке до } 1\text{»}\}$. Побудувати графік функції приналежності до цієї множини.

3. Обчислити ступінь істинності складеної нечіткої множини

$$D = \neg(A \wedge \neg B \vee \neg A \wedge B),$$

якщо нечіткі висловлення A і B мають ступінь істинності $\mu^A=0,7$, $\mu^B = 0,9$.

4. Нехай є нечіткі множини

$$A = \{(x_1; 0,3), (x_2; 0,8), (x_6; 0,4)\},$$
$$B = \{(x_1; 0,9), (x_2; 0,2), (x_3; 0,4), (x_6; 0,5)\}.$$

Знайти об'єднання та перетин нечітких множин.

6. Навести відомі засоби завдання нечітких чисел.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 6

ІНФОРМАЦІЙНИЙ РИЗИК

Теми творчого завдання з наукового напрямку «Інформаційний ризик».

Завдання

Здійснити дослідження, моделювання та програмну реалізацію визначеної теми творчого завдання з наукового напрямку «Інформаційний ризик» за допомогою обраного програмного середовища.

Припускається опрацювання теми командою з двох студентів за попереднім узгодженням складу команди з викладачем.

Виконавець практичної роботи може обрати довільне найбільш прийнятне програмне середовище (електронні таблиці, наприклад, MS Excel), але вітається застосування мови об'єктно-орієнтованої мови високого рівня у десктопних або хмарних середовищах розробки програмного забезпечення (Visual Studio 2019, Goole Colab тощо).

Звіт з опрацювання тематики творчого завдання необхідно оформити у вигляді пояснювальної записки.

Основні концепти цієї тематики: джерела інформаційного ризику. термінологічна база, класифікація, аналіз, оцінка, моделювання та оптимізація інформаційного ризику пропонується вивчити за темою 7 лекційного матеріалу дистанційного курсу (URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/resource/view.php?id=204472>).

За бажанням та узгодженням з викладачем здобувач вищої освіти може запропонувати та дослідити свою тему з даного наукового напрямку.

Перелік тем творчих завдань

1. Визначення показників інформаційного ризику.
2. Побудова моделі збитків компанії від інформаційних ризиків.
3. Визначення етапів процесу забезпечення інформаційної безпеки.
4. Побудова політики інформаційної безпеки.
5. Характеристика рівнів зрілості компаній стосовно інформаційної безпеки.
6. Визначення та реалізація підходів до розробки стратегії управління інформаційними ризиками.
7. Аналіз регламентів ЄС в галузі інформаційної безпеки.

8. Аналіз нормативних документів з технічного захисту інформації.
9. Аналіз законодавчої та нормативно-правової бази України в галузі інформаційної безпеки.
10. Аналіз OCTAVE Allegro – методології впорядкування та оптимізації процесу оцінки ризиків інформаційної безпеки.
11. Дослідження методології MEHARI управління кожним інформаційним ризиком.
12. Визначення етапів методики оцінки інформаційних ризиків OWASP.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 7

МЕТОДИКА ОПРАЦЮВАННЯ СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПІД ЧАС ДОСЛІДЖЕННЯ ІНЖЕНЕРНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ МІСТ

Метою цієї роботи є дослідження аналітичної ймовірнісної прогнозної моделі просторово-часових рядів відмов елементів інженерної інфраструктури міста з урахуванням можливого ступеня важкості наслідків аварії.

В якості теоретичного матеріалу рекомендується вивчити лекцію «Тема 8. Математичне моделювання інформаційних систем і процесів в умовах ризику та невизначеності» (URL: <https://dl.kname.edu.ua/mod/assign/view.php?id=219587>).

Завдання до цієї практичної роботи.

На підставі побудови ймовірнісної моделі просторово-часового ряду:

1. Розглянути інтерпретацію задачі просторового оцінювання на вихідному просторово-часовому ряді значень локацій, часу і складності аварій за даними офіційного сайту комунального підприємства «Харківводоканал».

2. Провести моделювання просторово-часових поля $Z(v, \tau)$ локацій можливих аварій у часі за Шевченківським районом м. Харкова. Вихідними даними є статистичні ряди $R_S = (v, t)$, що мають розглядатися у просторово-часовому просторі:

$$(v, t): v = (x, y) \in D \subset E^2, t \in T. \quad (7.1)$$

3. Провести реалізацію етапів алгоритму релаксаційного підходу.

4. Провести аналіз результатів моделювання та скласти звіт.

Теоретичні нотатки

Етапи алгоритму реалізації релаксаційного підходу:

Етап 1 – підготовчий.

Крок 1.1. Підготовка вхідних даних.

Визначення елементів кортежу (4) стосовно території Шевченківського району м. Харкова, що розглядається.

Крок 1.2. Визначення довжини статистичних рядів даних щодо характеристик ланок мережі за формулою

$$T_{F0} = (T_F - T_0).$$

Крок 1.3. Визначення кроку розбиття N довжини T_{F0} , що застосовується у зворотному порядку. Прийmemo, що початковий рік експлуатації ланок мережі, що розглядається, – це 1940 р., останній рік початку експлуатації – 1989 рік.

Наприклад, при кроці $N = 7$, відповідно, визначено 7 кластерів: $[\leq 1940-1950]$, $[1951-1957]$, $[1958-1965]$, $[1966-1973]$, $[1974-1981]$, $[1982-1989]$, $[1990 - \text{до тепер}]$.

Крок 1.4. Кластеризація множини ланок мережі G за терміном введення в експлуатацію. Як зазначалось у лекційному матеріалі, кластери K_m , $m = 1, 2, \dots, M$ в загальному випадку є геометрично незв'язаними множинами.

Крок 1.5. Перевірка гіпотези щодо розподілу Пуассона числа k випадкових відмов протягом періоду t на кластерах K_m вигляду

$$P_k(t) = \frac{(\lambda^{\text{вип}} t)^k}{k!} e^{-\lambda t}. \quad (7.2)$$

Критерієм справедливості гіпотези про розподіл Пуассона моментів настання ТНС на мережах водопостачання на кластерах g_j , $j=1, 2, \dots, J$ є виконання умов

$$E\{X\} = \lambda_j, D\{X\} = \lambda_j. \quad (7.3)$$

Елементи k_m^n певного кластеру $K_m = \{k_m^1, \dots, k_m^n, \dots, k_m^{N_m}\}$ надалі вважаються джерелами (генераторами) аварій, що характеризуються однаковими значеннями величини $Z(v, \tau)$: Z_m .

Контрольні запитання

1. Що таке горизонт планування?
2. Яку властивість має стаціонарний пуассонівський потік моментів реалізації випадкових подій?
3. Як визначається нормальний розподіл часу обслуговування?
4. Як визначається оцінка Z обсягу втрат внаслідок аварії на мережах водопостачання?
5. Як геометрично задаються ланки передавальної мережі?
6. Наведіть етапи реалізації процесу імітаційного моделювання.

ТЕМИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ ЗА ДИСЦИПЛІНОЮ

Індивідуальне завдання – розрахунково-графічна робота.

Назва «Математичне моделювання та інформаційне забезпечення розв’язання задачі оптимізації ресурсів».

Мета: набуття знань щодо комплексного дослідження оптимізаційних задач предметної області: постановка задачі дослідження, огляд аналогів, побудова математичної моделі задачі, аналіз властивостей математичної моделі, вибір методики та програмного середовища розв’язання задачі, графічне подання результатів розв’язання.

Результати оформлюються у вигляді пояснювальної записки до графічно-розрахункової роботи.

Тематика індивідуальних завдань орієнтована на висвітлення окремих сторін проблематики дослідження.

Перелік тем індивідуальних завдань

1. Класифікація оптимізаційних та імітаційних математичних моделей розподілу ресурсів. Властивості, галузі застосування.
2. Однокритеріальні та багатокритеріальні математичні моделі ресурсного забезпечення. Засоби побудови та розв’язання. Класифікація, порівняльний аналіз галузей застосування, приклади.
3. Галузь застосування багатокритеріальної оптимізації в задачі ресурсного забезпечення. Побудова множини Парето. Приклади.
4. Формування множини цілей автоматизації інформаційних процесів.
5. Класифікація інформаційних систем підтримки прийняття рішень в управлінні ресурсами.
6. Задачі оптимізації витрат на створення інформаційних систем
7. Формування множини цілей автоматизації інформаційних процесів.
8. Інформація як ресурс підприємства.
9. Огляд програмного забезпечення з відкритим кодом стосовно розв’язання оптимізаційних задач.
10. Міри інформації як ресурсу. Оцінка цінності інформації.
11. Суть методу найменших квадратів. Галузь застосування у визначенні прогностичних значень складових ресурсного забезпечення.

12. Перевірка статистичних гіпотез щодо параметрів прогнозної моделі ресурсного забезпечення.
13. Базові моделі дискретної оптимізації. Задача комівояжера.
14. Базові моделі неперервної оптимізації. Задача лінійного програмування.
15. Базові моделі неперервної оптимізації. Задача квадратичного програмування.
16. Інструментальні засоби побудови динамічних математичних моделей інформаційних процесів. Диференціальні та функціональні рівняння.
17. Аналіз та оцінка інформаційних ризиків.
18. Інформаційна система SciFLT, що реалізує операції з нечіткою логікою у програмному середовищі Scilab (система з відкритим кодом, що є аналогом Matlab).
19. Constraint Optimization – задачі оптимізації з обмеженнями. Опис предметної області, класифікація оптимізаційних методів.
20. CP-SAT Solver – програмний засіб розв’язання оптимізаційних задач цілочисельного програмування від Google. Надати опис, розглянути певний клас задач.
21. MPSolver – програмний засіб розв’язання оптимізаційних задач цілочисельного програмування від Google. Надати опис, розглянути певний клас задач.
22. Точні оптимізаційні методи vs методи оптимізації, основані на евристичних. Класифікація, галузі застосування, приклади.
23. Розробка програмного забезпечення побудови фахових портретів.
24. Розробка циклу презентацій до лекційного курсу.
25. Розробка циклу презентацій до практичних занять.
26. Створення відеороліку (2-3 хвилини) з фрагментами курсу.
27. Характеристика, області застосування OR-Tools Solver.
28. Характеристика та застосування методу головних компонент. Приклад застосування.
29. Carpentry – середовище неформальної освіти. Структура Carpentry, аналіз переліку навчальних курсів.
30. Cisco Academy – середовище неформальної освіти. Структура Cisco Academy, аналіз переліку навчальних курсів.
31. Побудова моделей дослідження операцій в умовах невизначеності. Особливості, приклади застосування.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Процедура оцінювання практичних робіт здійснюється за трьома критеріями:

1. Критерій 1. Знання теоретично обґрунтованої методики реалізації завдання практичної роботи. Кількість балів: 1–2.
2. Критерій 2. Наявність програмної реалізації. Кількість балів: 1–2.
3. Критерій 3. Наявність звіту з практичної роботи / вміння усно презентувати результати практичної роботи. Кількість балів: 1.

Процедура оцінювання індивідуального науково-дослідного завдання здійснюється за 5-ма критеріями:

1. Критерій 1. Наявність математичної (інформаційної, графової) моделі процесу, явища, системи, що є об'єктом індивідуального завдання. Кількість балів: 3.
2. Критерій 2. Знання теоретично обґрунтованої методики реалізації завдання. Кількість балів: 3.
3. Критерій 3. Наявність елементів наукової новизни щодо побудованої моделі об'єкту індивідуального завдання та обраних методів дослідження. Кількість балів: 3.
4. Критерій 4. Наявність програмної реалізації однією з мов високого рівня. Кількість балів: 3.
5. Критерій 5. Наявність пояснювальної записки. Кількість балів: 3.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ КУРСІВ / ПРОГРАМ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

У цьому розділі надається перелік рекомендованих курсів / програм неформальної освіти в межах навчальної дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація інформаційних процесів» для самостійного вивчення.

Платформа Coursera:

- Introduction to Quantum Information
<https://www.coursera.org/learn/introduction-to-quantum-information>;
- Operations Research (3): Theory
<https://www.coursera.org/learn/operations-research-theory>;
- Dynamic Programming, Greedy Algorithms
<https://www.coursera.org/learn/dynamic-programming-greedy-algorithms>;
- Fundamentals of Scientific Research Under Uncertainty;
<https://www.coursera.org/learn/uncertainty-and-research>;
- Quantitative Methods
<https://www.coursera.org/learn/quantitative-methods>.

Платформа UdeMy:

- Mathematics-Basics to Advanced for Data Science And GenAI
<https://www.udemy.com/course/mathematics-basics-to-advanced-for-data-science-and-ml/?couponCode=LEARNNOWPLANSGB>.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Стандарт вищої освіти зі спеціальності 122 Комп'ютерні науки галузі знань 12 Інформаційні технології для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/2019/07/12/122-kompyut.nauk.bakalavr-1.pdf>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.
2. Математичне моделювання процесів і систем [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / А. І. Жученко, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський. – Електрон. текст. дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 351 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/16799921-0872-4776-b522-2cd34d2ac13a/content>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.
3. Новожилова М. В. Методи та засоби прийняття рішень [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / М. В. Новожилова, О. І. Чуб ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023. – 120 с. – Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/64855/1/2023%20%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%BE%D0%B7%2010%D0%9D%20%D0%9D%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%2C%20%D0%A7%D1%83%D0%B1%20%D0%9E%20%D0%86.pdf>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.
4. Матвійчук В. А. Математичне моделювання новітніх технологічних систем [Електрон. ресурс] : монографія / В. А. Матвійчук, Н. Р. Веселовська, С. А. Шаргородський. – Електрон. текст. дані. – Вінниця : 2021. – 193 с. – Режим доступу: <http://socrates.vsau.edu.ua/repository/getfile.php/29057.pdf>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.
5. Диференціальні рівняння: теорія, приклади, розв'язання [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / Т. С. Кагадій, Л. Ф. Сушко, І. В. Щербина, О. Д. Онопрієнко, А. Г. Шпорта. – Електрон. текст. дані. – Дніпро : ДДАЕУ, 2022. – 190 с. – Режим доступу: https://dspace.dsau.dp.ua/bitstream/123456789/7936/1/2022_%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D1%87%20%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1_%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%96%20%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D1%8F%20....pdf, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

6. Юрченко І. В. Прикладний статистичний аналіз з використанням Python [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / І. В. Юрченко – Електрон. текст. дані. – Чернівці : Чернівецький національний університет, 2021. – 107 с. – Режим доступу: <https://mathmod.chnu.edu.ua/media/yhrnl53d/ppv31-prykladnyi-stat-analiz-z-vykoryst-python.pdf>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

7. Яланецький В. А. Моделювання процесів і систем: комп'ютерний практикум [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / В. А. Яланецький. – Електрон. текст. дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 134 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/592c6b0d-a7b8-478b-9e57-c96507a9847e/content>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

8. Виклюк Я. І. Моделювання складних систем [Електрон. ресурс] : посібник / Я. І. Виклюк, Р. М. Камінський, В. В. Пасічник. – Електрон. текст. дані. – Львів : Новий Світ – 2000, 2020. – 404 с. – Режим доступу: [CCEEE4E5EBFEE2E0EDEDFF2E696E6464](http://ns2000.com.ua/CCEEE4E5EBFEE2E0EDEDFF2E696E6464) (ns2000.com.ua), вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

9. О. М. Чупир Управління розвитком ресурсного потенціалу підприємств (на прикладі підприємств залізничного транспорту) [Електрон. ресурс] : монографія / О. М. Чупир, Є. О. Бурлака, О. П. Бутенко. – Електрон. текст. дані. – Харків : ХНУБА, 2022. – 178 с. – Режим доступу: [https://kmpa.kh.ua/files/monographies/2022/Upravlinnia_rozvytkom_resursnoh_o_potentsialu_pidpryiemstv_na_prykladi_pidpryiemstv_zaliznychnoho_transpirtu\).pdf](https://kmpa.kh.ua/files/monographies/2022/Upravlinnia_rozvytkom_resursnoh_o_potentsialu_pidpryiemstv_na_prykladi_pidpryiemstv_zaliznychnoho_transpirtu).pdf), вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

10. Новожилова М. В. Прогнозування параметрів багатовимірних просторово-часових рядів з урахуванням властивості нестационарності розподілу часової складової [Електрон. ресурс] / М. В. Новожилова, В. О. Андронов, Р. С. Мележек // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Електрон. текст. дані. – 2021, № 1. – с. 66–77. – Режим доступу: <http://ric.zntu.edu.ua/article/view/227763/226940>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

Інформаційні ресурси

1. Бібліотеки Python [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://docs.python.org/uk/3/library/index.html>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

2. Симулятор MapSim [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://sourceforge.net/projects/mapsim/>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

3. Enterprise Dynamics® [Електрон. ресурс]. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу: <https://www.incontrolsim.com/academy/for-teachers/>, вільний (дата звернення: 05.05.2025). – Назва з екрана.

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять та організації самостійної роботи
з навчальної дисципліни

«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ»

*(для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
всіх форм навчання зі спеціальностей
122 – Комп'ютерні науки, F3 – Комп'ютерні науки,
освітня програма «Комп'ютерні науки. Управління проєктами»)*

Укладач **НОВОЖИЛОВА** Марина Володимирівна

Відповідальний за випуск *М. Ю. Карпенко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *М. Ю. Карпенко*

План 2018, поз. 366М

Підп. до друку 08.05.2025. Формат 60 × 84/16.

Ум. друк. арк. 2,6.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська (Маршала Бажанова), 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: office@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.