

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять, організації самостійної роботи
і виконання графічних робіт
із навчальної дисципліни

«ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

Модуль 1 (ЗМ 2)

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної
і заочної форм навчання зі спеціальності
G19 – Будівництво та цивільна інженерія)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2026

Методичні рекомендації до проведення практичних занять, організації самостійної роботи і виконання графічних робіт із навчальної дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка», модуль 1 (ЗМ 2) (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної і заочної форм навчання зі спеціальності G19 – Будівництво та цивільна інженерія) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : В. І. Лусь, М. В. Якименко. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2026. – 53 с.

Укладачі: канд. техн. наук, проф. В. І. Лусь,
канд. техн. наук, доц. М. В. Якименко

Рецензент

О. М. Проценко, старший викладач кафедри цифрового моделювання та графіки Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою цифрового моделювання і графіки, протокол №13 від 06.05.2026

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ПОБУДОВА ПРОЄКЦІЙ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ ІЗ ЛІНІЄЮ НА ЇХ ПОВЕРХНІ.....	5
1.1 Обсяг і зміст завдання	5
1.2 Побудова трьох проєкцій основних геометричних тіл із лінією на поверхні.....	8
1.3 Графічні знаки	16
2 ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ ТІЛА ЗІ ЗРІЗАМИ	17
2.1 Пряма п'ятикутна призма	17
2.2 Пряма тригранна піраміда	18
2.3 Прямий круговий циліндр.....	20
2.4 Прямий круговий конус.....	21
2.5 Куля.....	22
3 ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ.....	25
3.1 Побудова лінії перетину двох поверхонь обертання, коли одна з них займає проєктуюче положення.....	26
3.2 Побудова лінії перетину поверхонь обертання загального положення за допомогою допоміжних січних площин.....	28
3.3 Побудова лінії перетину двох поверхонь обертання способом концентричних сфер	30
3.4 Побудова лінії перетину двох поверхонь обертання способом ексцентричних сфер.....	32
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	36
ДОДАТОК А.....	38
ДОДАТОК Б.....	42
ДОДАТОК В.....	49

ВСТУП

Методичні рекомендації складені відповідно до Держстандарту України ДСТУ ISO і містять необхідний матеріал для самостійного виконання завдань.

Основним завданням є ознайомлення з різними видами поверхонь геометричних тіл і набуття навичок зображення їх проєкцій, а також оволодіння технікою побудови ліній на їх поверхні, отворів і перетинів двох тіл.

У методичних рекомендаціях наведено обсяг і зміст завдань, пояснення щодо виконання їх складових частин та оформлення креслень.

Усі технічні креслення здобувачі освіти виконують згідно з вимогами стандартів ДСТУ, ДСТУ ISO.

1 ПОБУДОВА ПРОЄКЦІЙ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ ІЗ ЛІНІЄЮ НА ЇХ ПОВЕРХНІ

1.1 Обсяг і зміст завдання

Побудова двох проєкцій поверхні геометричного тіла за однією заданою є графічним завданням, передбаченим у змістовому модулі 2.1. Виконується завдання на аркуші формату А3 (297 мм × 420 мм) відповідно до варіанта. Варіанти для індивідуального виконання здобувач освіти обирає згідно з порядковим номером за списком в журналі групи (дод. А).

Куля, коло основи конуса і циліндра у всіх варіантах завдань мають діаметр 100 мм. Правильні многокутники (основи призми, піраміди) вписуються в коло діаметром 120 мм.

Висота всіх геометричних тіл, зокрема і зрізаних, дорівнює 120 мм.

Під час побудови відсутніх проєкцій і лінії на поверхні за лінії відліку потрібно прийняти осьові лінії.

Зберігаються лінії проєкційного зв'язку для характерних точок елементів, проєкції яких визначаються. Для кривих ліній необхідно показати проміжні точки і допоміжні лінії їх побудови.

Графічне оформлення завдання

Основні вимоги та правила графічного оформлення:

1. Визначити робоче поле креслення, для чого нанести внутрішню рамку на відстані 5 мм від краю аркуша з трьох сторін заданого формату, виділивши зліва поле 20 мм, а також накреслити основний напис (рис. 2). Розміри і заповнення основного напису подано на рисунках 1, 2.

Виконавець завдання має продумати розташування зображень на рисунку для обох завдань (рис. 3, 4).

2. Виконати зображення на рисунку спочатку в тонких лініях твердим олівцем без натиску. Креслення в тонких лініях має бути узгоджене з викладачем.

ДСТУ ISO 128-20:2003, враховуючи таке:

- а) видимий контур елементів, що проєктуються, наводиться суцільною лінією, товщина якої приймається в межах 0,8–1 (мм);
- б) лінія невидимого контуру виконується штриховою лінією завтовшки $S/2$, де S – товщина лінії видимого контуру;
- в) осі і допоміжні побудови виконуються, відповідно, штрих-пунктирною і суцільною тонкою лініями завтовшки $S/3$;
- г) внутрішня рамка і основний напис наводяться лінією завтовшки S .

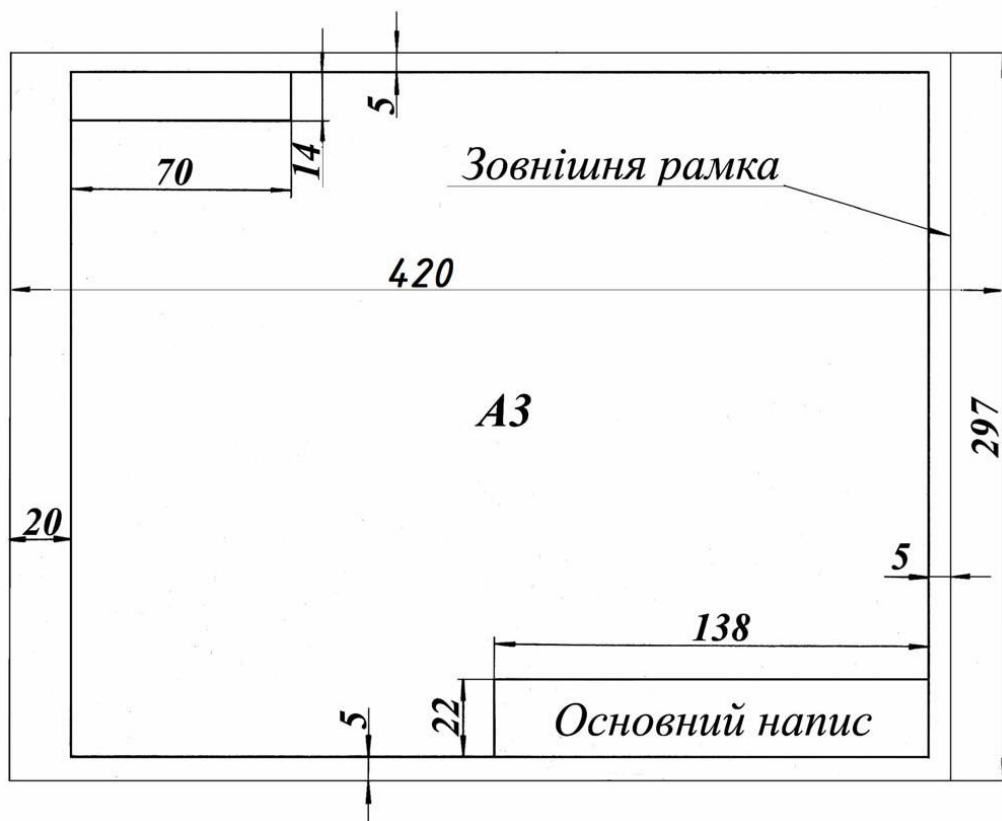


Рисунок 1 – Вимоги до параметрів креслярського аркуша

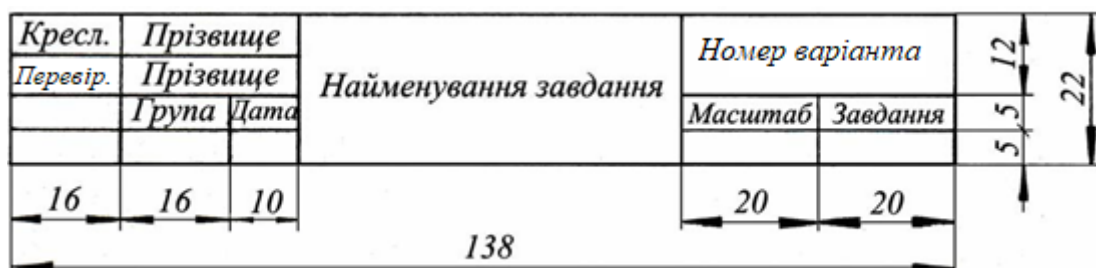


Рисунок 2 – Основний напис

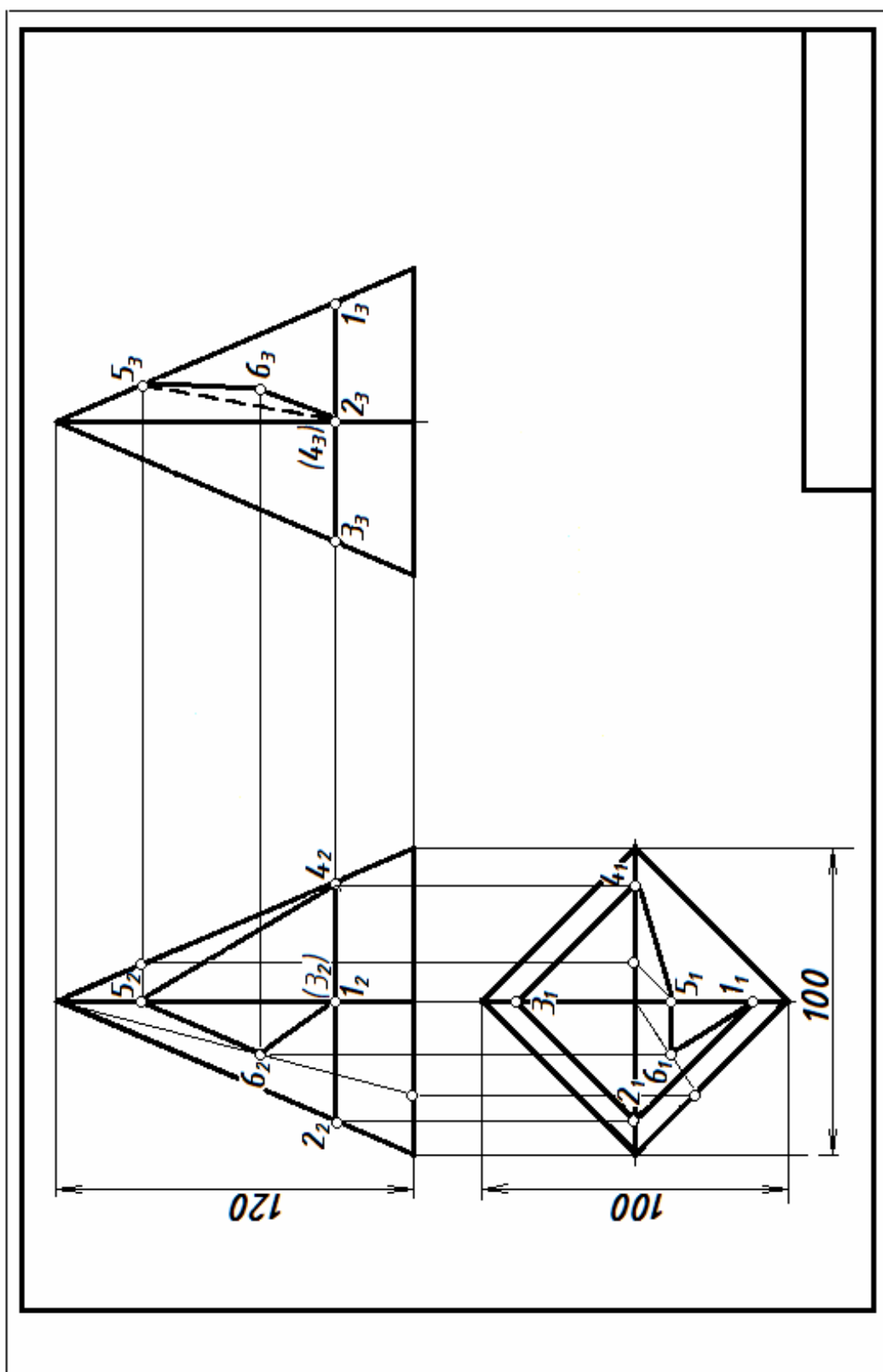


Рисунок 3 – Приклад виконання завдання

1.2 Побудова трьох проєкцій основних геометричних тіл із лінією на поверхні

Призма і піраміда належать до багатогранників. *Багатогранною поверхнею* називають поверхню, що складається з визначеної кількості плоских багатокутників, що не лежать в одній площині і прилягають один до одного. Ці багатокутники називають *гранями* поверхні, а їхні сторони – *ребрами*.

Призма – це багатогранник, обмежений призматичною поверхнею та двома паралельними площинами, у яких лежать основи призми. Основами призми є рівні багатокутники, а бічні ребра дорівнюють одне одному.

Піраміда – багатогранник, у якого всі грані, крім однієї (основи), мають спільну точку, яка є вершиною піраміди. Коли основою піраміди чи призми є правильний багатокутник, а висота співпадає з віссю, ці геометричні тіла називають *правильними*.

Циліндр, конус, куля належать до поверхонь обертання.

Пряма п'ятикутна призма

Пряма п'ятикутна призма (рис. 4) – це геометричне тіло з проєктуючою поверхнею, оскільки всі її бокові грані є горизонтально проєктуючими площинами, а площини нижньої та верхньої основи перпендикулярні до фронтальної площини проєкцій Π_2 .

Таким чином, проєкції бокових граней призми на площину Π_2 – це прямі, а ребер – точки. Це треба враховувати під час побудови проєкцій точок і ліній на поверхню призми.

Вихідним положенням (рис. 4) для знаходження відсутньої проєкції буде фронтальна проєкція лінії на боковій поверхні призми $1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 1_2$.

Під час побудови горизонтальної і профільної проєкцій лінії 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1 враховувалися правило приналежності точки і прямої, точки і площини і, передусім, проєкційний зв'язок між трьома проєкціями.

Як видно з рисунка 4, точки 1, 2, 4, 5, 6 розміщуються на ребрах (прямих), а точки A і 3 – на гранях призми.

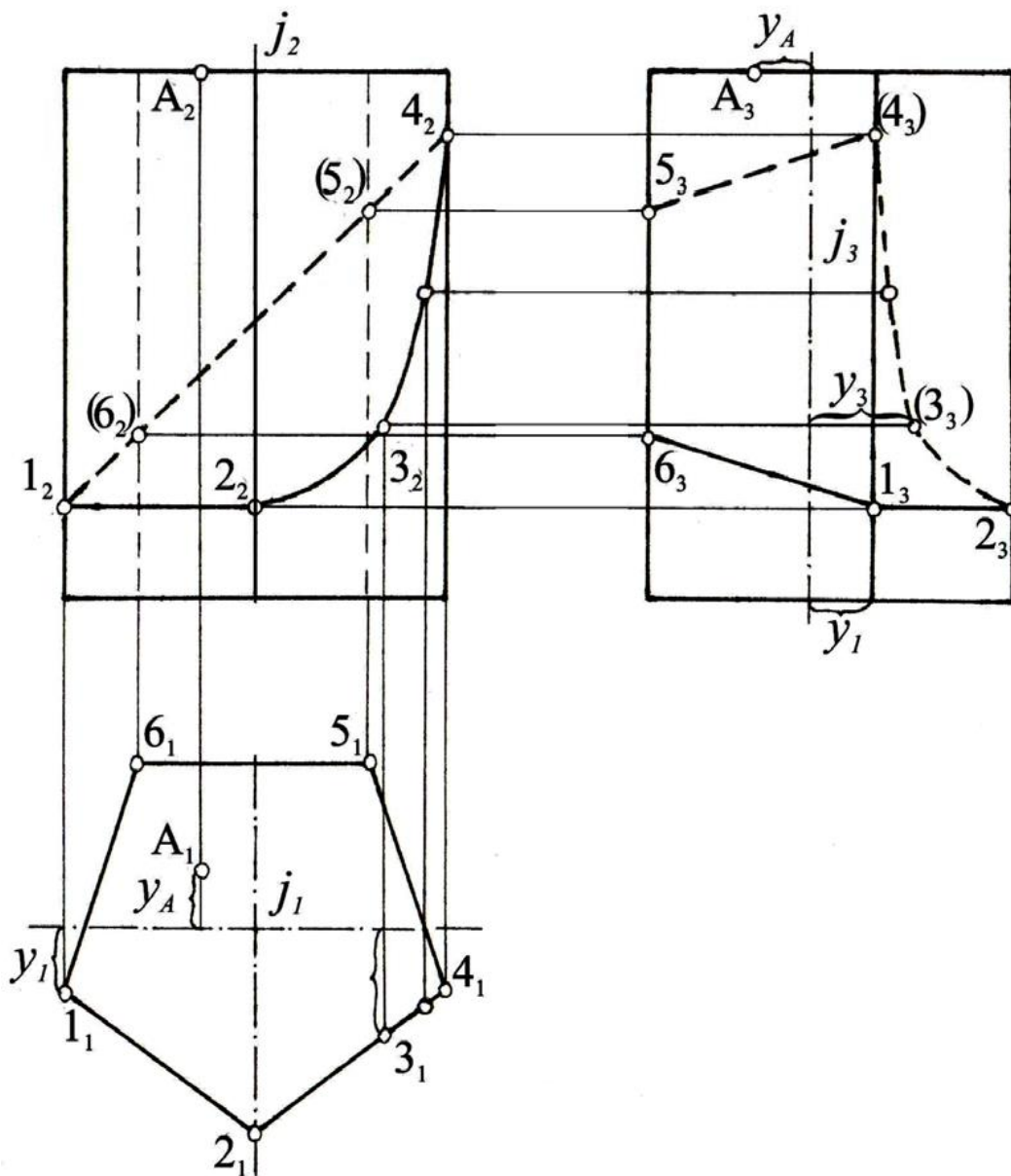


Рисунок 4 – Побудова лінії на поверхні призми

Прямий круговий циліндр

Прямий круговий циліндр і лінія на його боковій поверхні зображені на рисунку 5.

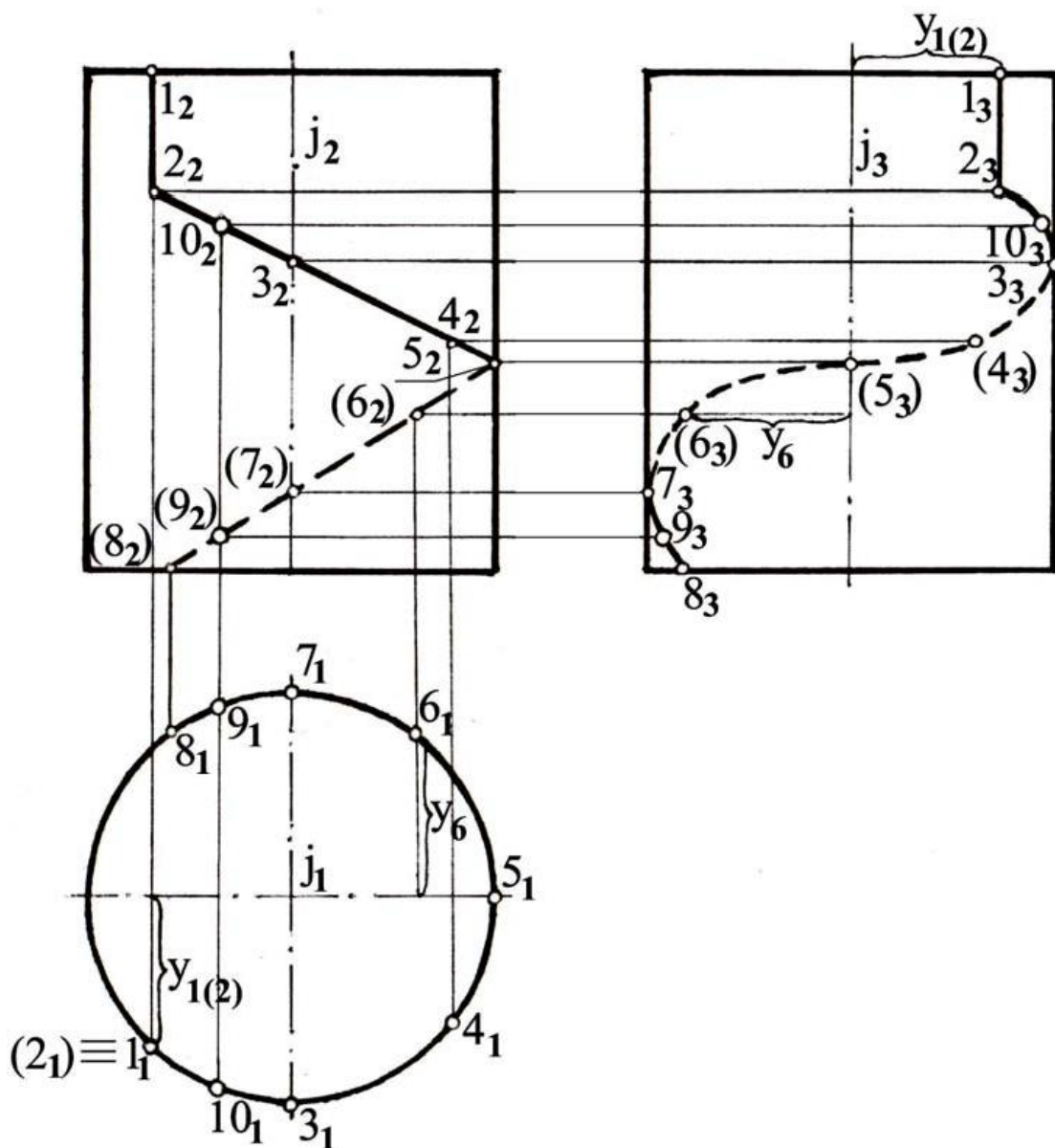


Рисунок 5 – Побудова лінії на поверхні циліндра

Бокова поверхня циліндра є горизонтально проєктуючою і проєктується на площину Π_1 в коло. За заданою проєкцією циліндра і лінії на його поверхні (рис. 5) побудовані відсутні горизонтальна і профільна проєкції. Під час побудови спочатку визначають горизонтальну проєкцію самого циліндра. Далі на горизонтальній проєкції циліндра (на колі) знаходять горизонтальну проєкцію лінії, враховуючи видимість по її фронтальній проєкції. Для побудови профільної проєкції лінії знаходять профільні проєкції всіх відповідних точок, що розбивають лінію на окремі ділянки, враховуючи видимість і проєкційний зв'язок між проєкціями.

На рисунку 5 видно, що ділянка лінії 1–2 співпадає з твірною циліндра, тому на фронтальній і профільній проєкціях зображується прямою лінією, а лінія 2–5 на профільній проєкції зображується частиною еліптичної кривої, оскільки розміщується на кривій поверхні і не співпадає з твірною.

Аналогічно треба міркувати щодо ділянки лінії 5, 6, 7, 8. Для знаходження відсутньої (профільної) проєкції кривої лінії на поверхні циліндра відмічають проміжні точки кривої і обов'язково характерні, що розміщуються на осьових лініях і обрисових твірних, оскільки такі точки слугують перехідними видимості лінії на відсутніх проєкціях. На рисунку 5 це точки 3, 5, 7.

Пряма тригранна піраміда

На рисунку 6 зображено три проєкції прямої тригранної піраміди і лінії на її боковій поверхні. В цілому піраміда, як конус і сфера (куля), є поверхнею «загального» положення, бо її бокова поверхня ні на одну з площин проєкцій (Π_1 , Π_2 , Π_3) не проєктується в одну лінію, оскільки дві бокові грані піраміди – це площини загального положення. Внаслідок цього знайти точки і лінії на таких поверхнях складніше, ніж на проєктуючих поверхнях. Тому насамперед потрібно керуватися умовою приналежності точки і площини (поверхні): *точка належить площині (поверхні), якщо вона розміщується на лінії, що належить цій площині (поверхні).*

На рисунку 6 вихідною було задано горизонтальну проєкцію тригранної піраміди і лінії на її боковій поверхні. Далі будувалися фронтальна і профільна проєкції самої піраміди, потім фронтальна і профільна проєкції лінії 1–4. Для побудови фронтальної проєкції кривої 1–3 вибрана проміжна точка 2, через яку була проведена допоміжна твірна SA . Якщо точка 2 належить SA , то 2_1 належить $S_1 A_1$ і 2_2 належить $S_2 A_2$. Точки 1 і 3 розміщуються на ребрах, відповідно SB і SC , тоді 1_2 належить $S_2 B_2$ і будується за допомогою лінії зв'язку.

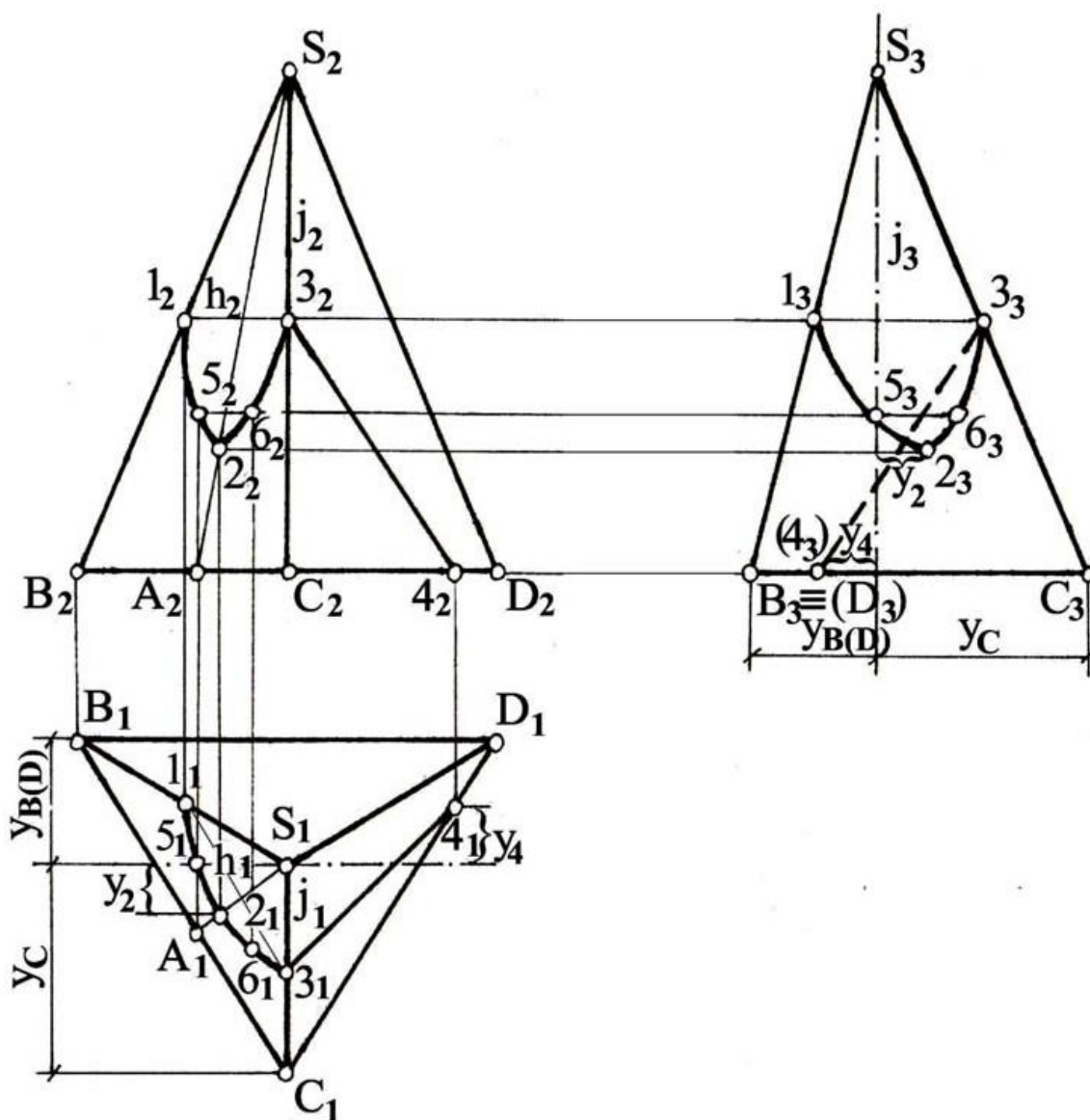


Рисунок 6 – Побудова лінії на поверхні піраміди

Другий варіант побудови 2_2 можна було виконати так, як це показано для точки 3: за допомогою лінії рівня (горизонталі h) грані BSC ($1_1 3_1$ паралельна $B_1 C_1$; $1_2 3_2$ паралельна $B_2 C_2$). Маючи дві проєкції лінії на поверхні піраміди, будують профільну (рис. 6), позначаючи невидиму частину лінії штрих-пунктиром.

Прямий круговий конус

Прямий круговий конус і лінія на його поверхні зображені на рисунку 7. Конус – це поверхня «загального» положення, тому всі вимоги відносно піраміди залишаються справедливими і для нього.

За заданою фронтальною проекцією конуса і лінії на ньому було побудовано дві відсутні проекції. При цьому виконувалося ще одне правило нарисної геометрії: для паралельних ліній однойменні проекції паралельні.

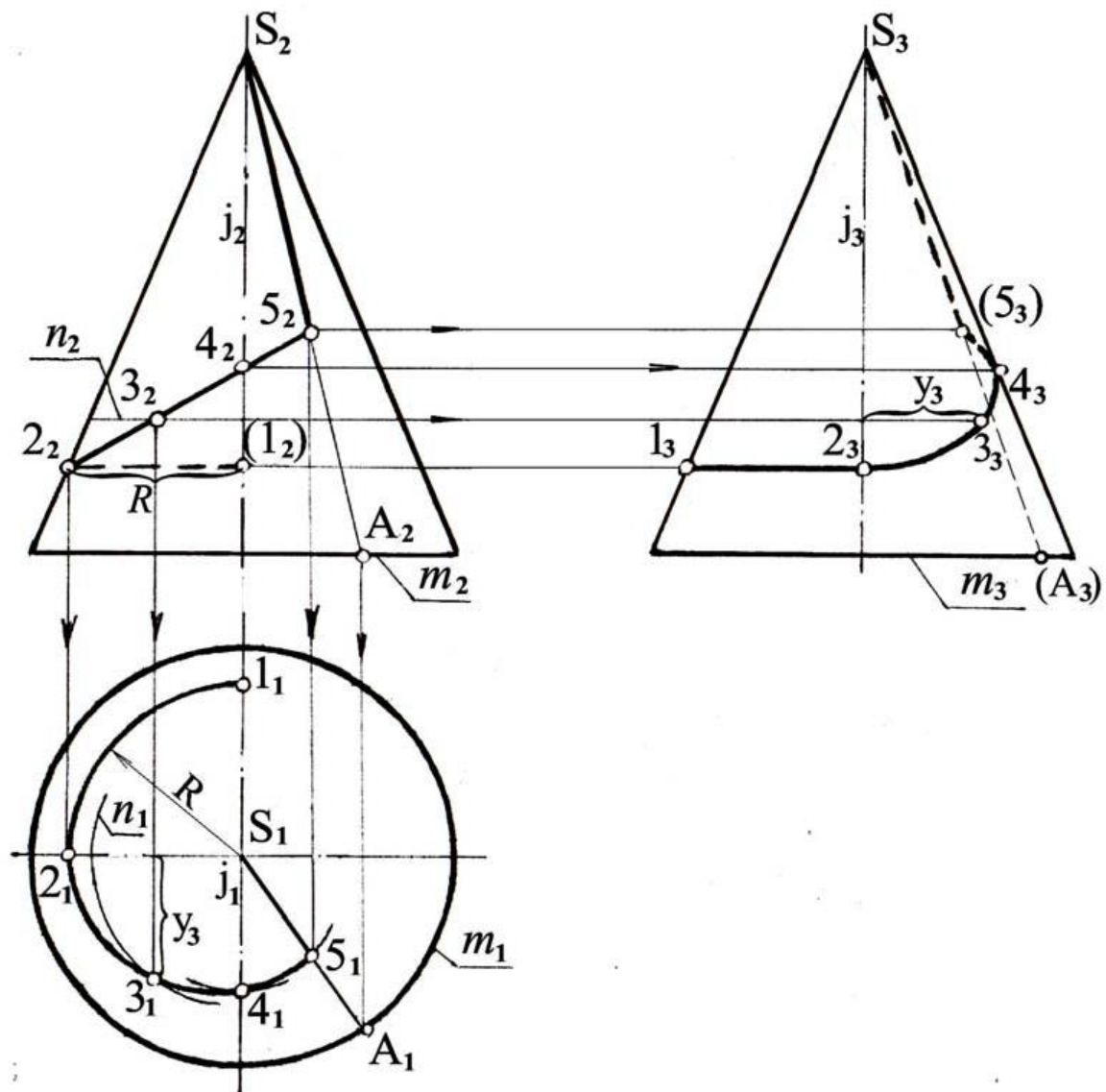


Рисунок 7 – Побудова лінії на поверхні конуса

Фронтальна проекція частини лінії на поверхні конуса $1_2 2_2$ паралельна m_2 , де фронтальна проекція основи конуса m_2 – коло, тому проекція $1_1 2_1$ паралельна m_1 також є частиною кола, концентричного щодо кола основи. Радіус дуги $1_1 2_1$ дорівнює величині $1_2 2_2$ (від центра обрису). Фронтальна проекція частини лінії 2_2-5_2 зображена прямою видимою лінією. Ця лінія є частиною еліптичної кривої, тому для одержання горизонтальної проекції цієї лінії необхідно обрати на ній

додаткові проміжні точки 3, 4. Тоді для побудови горизонтальних проєкцій точок цієї ділянки отримаємо: точка 2 розміщується на обрисовій твірній, її горизонтальна проєкція будується за допомогою лінії зв'язку.

Точки 3 і 4 побудовані за допомогою горизонталей, а точка 5 – за допомогою твірної SA. проєкції цих точок розміщуються на відповідних проєкціях допоміжних ліній. На горизонтальній проєкції вся задана лінія є видимою. За горизонтальною і фронтальною проєкціями побудована профільна проєкція лінії 1–5 і визначена видимість для цієї проєкції (рис. 7).

Куля

Три проєкції кулі і лінії на її поверхні зображені на рисунку 8. У цьому прикладі вихідною була задана фронтальна проєкція. При побудові проєкцій точок лінії, що розміщуються на колі, насамперед контролюється умова «вісь – обрис». Зокрема, фронтальна проєкція обрису кулі m_2 на горизонтальній і профільній проєкції кулі зображується осями m_1 і m_3 . Отже, проєкції A_2, D_2 , які належать обрису m_2 , проєктують на осі m_1 і m_3 ; проєкції B_2, E_2 , які належать осі ℓ_2 , проєктують на вісь ℓ_1 і обрис ℓ_3 ; проєкції F_2, C_2 , які належать осі N_2 , проєктують на обрис N_1 і вісь N_3 .

Якщо точка не лежить на осі або обрисі, то її проєкції знаходять за допомогою паралелей (горизонталей і фронталей), що проходять через шукану точку і належать поверхні кулі. Такими точками у цьому випадку є точки P, N .

Побудову горизонтальної і фронтальної проєкцій лінії на кулі наведено на рисунку 8.

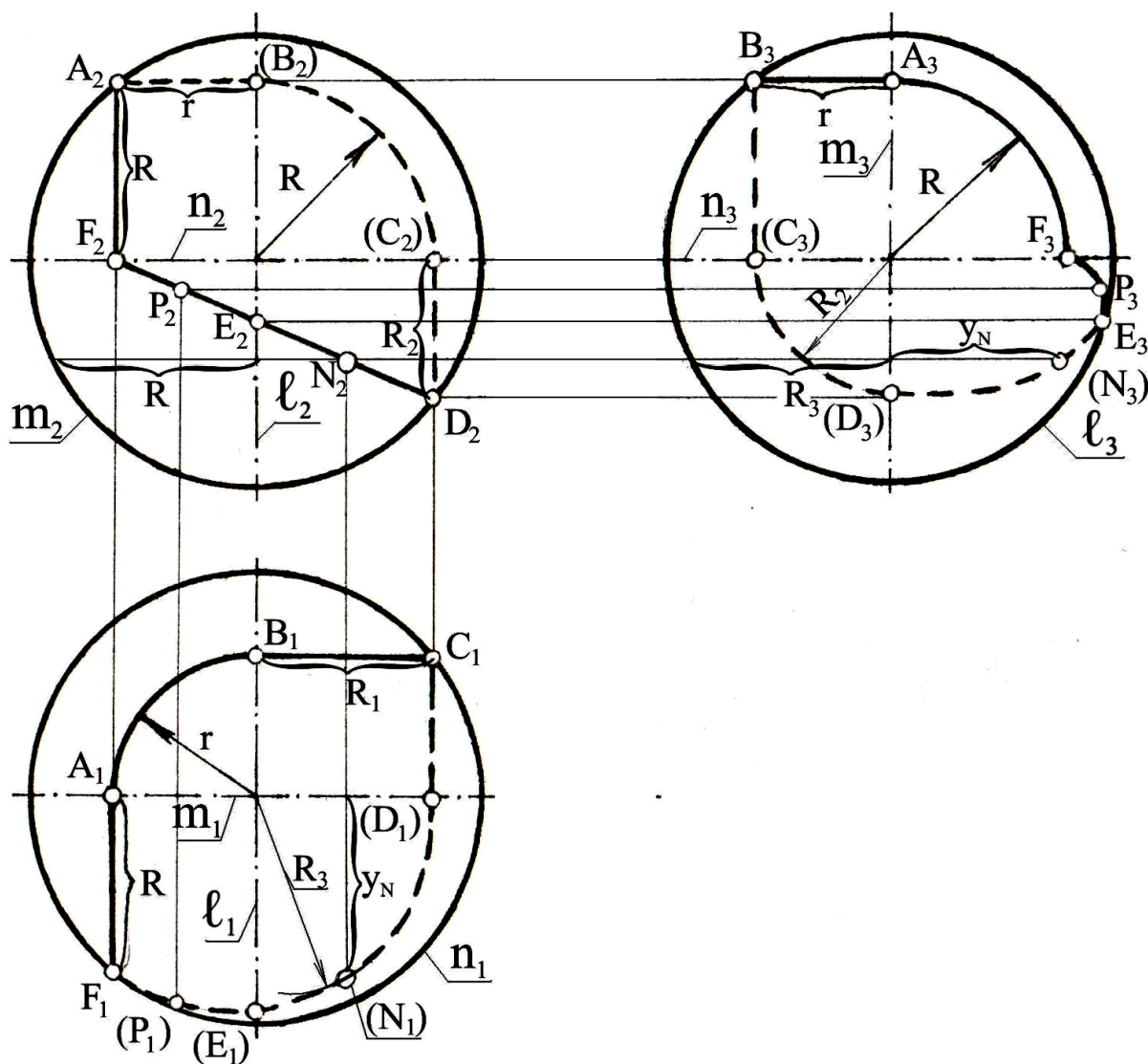


Рисунок 8 – Побудова проєкцій кулі

Тор

Поверхні, утворені колом або його частиною, називають *циклічними*. Вони мають неперервний каркас кіл. Поверхня тора утворюється під час обертання кола навколо осі, що лежить у площині кола, але не проходить через його центр. Три проєкції тора і лінії на його поверхні зображено на рисунку 9. У цьому прикладі вихідною була задана горизонтальна проєкція. Побудову недостатніх проєкцій наведено графічно.

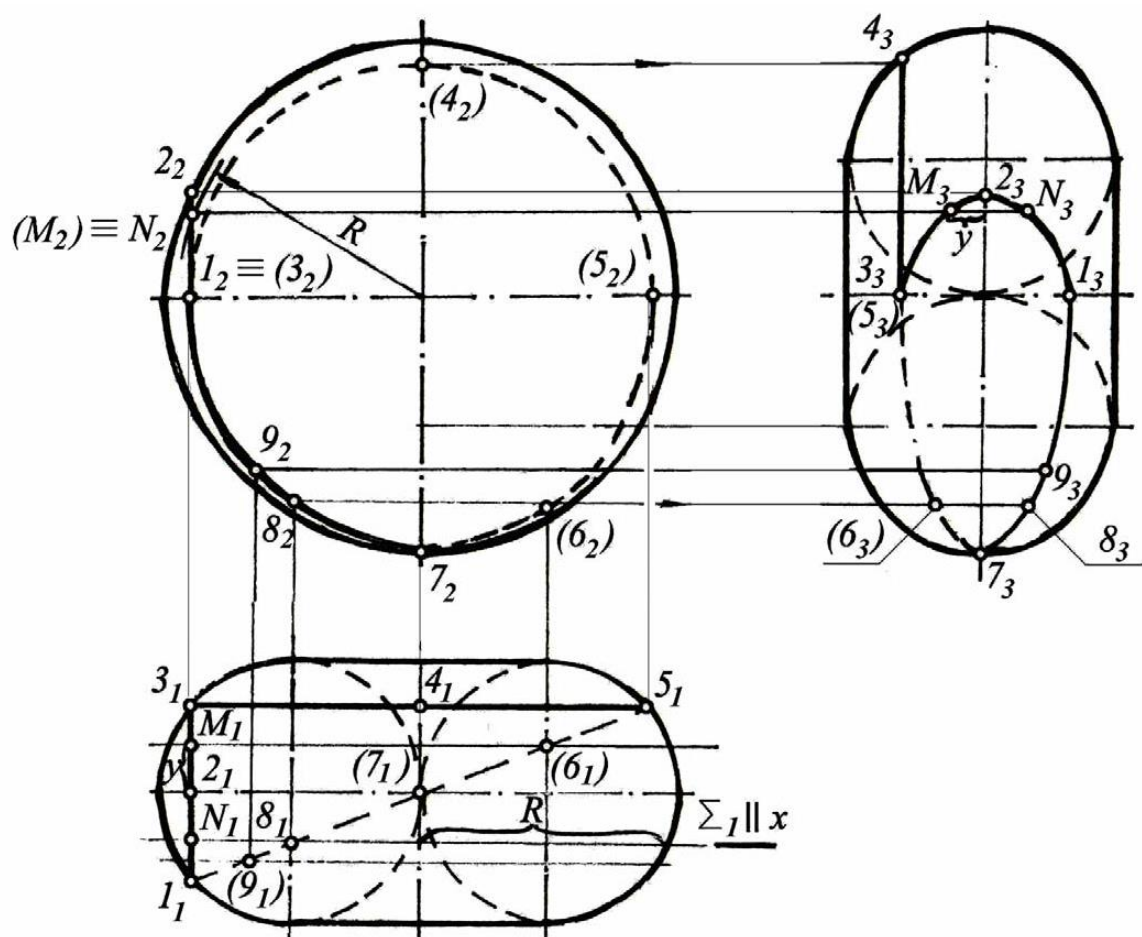


Рисунок 9 – Побудова лінії на поверхні

1.3 Графічні позначення

При виконанні завдань доцільно використовувати прийняті графічні позначення:

// – паралельність;

$\perp$ – перпендикулярність;

$\circ/$ – символ мимобіжних прямих;

$\cap$ – перетин;

$=$ – результат дії;

$\equiv$ – суміщення;

$\in$ – приналежність;

$\varnothing$ – обертання навколо осі.

2 ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ ТІЛА ЗІ ЗРІЗАМИ

Другим графічним завданням у змістовому модулі 2 є побудова трьох проєкцій геометричного тіла зі зрізами за індивідуальним варіантом. Варіанти для індивідуального виконання здобувач освіти обирає згідно з порядковим номером здобувача освіти за списком в журналі групи (дод. Б).

Вимоги до графічного оформлення завдання надані в п. 1.1 цих методичних рекомендацій.

2.1 Пряма п'ятикутна призма

Пряма прямокутна призма це геометричне тіло з проєктуючою поверхнею, оскільки всі її бокові грані є горизонтально проєктуючими площинами, а площини нижньої та верхньої основи перпендикулярні до фронтальної площини проєкцій Π_2 . Таким чином, проєкції бокових граней призми на площину Π_1 це прямі, а ребер – точки. Вихідним положенням (рис. 10) для знаходження відсутніх проєкції є фронтальна проєкція правильної п'ятикутної призми. Точками $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2, 6_2, 7_2, 1_2$ позначили лінію перетину призми фронтально проєктуючими площинами.

Під час побудови горизонтальної і профільної проєкцій точок $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ враховувалося правило приналежності точки і прямої, точки і площини і, передусім, проєкційний зв'язок між трьома проєкціями. Як видно з рисунка 10, точки $1, 2, 4, 5, 7$ розміщуються на ребрах (прямих), а точки 3 і 6 – на гранях призми. Профільні проєкції точок $3, 4$ будуються за допомогою їх горизонтальних проєкцій шляхом відкладання відстані до них від лінії відліку.

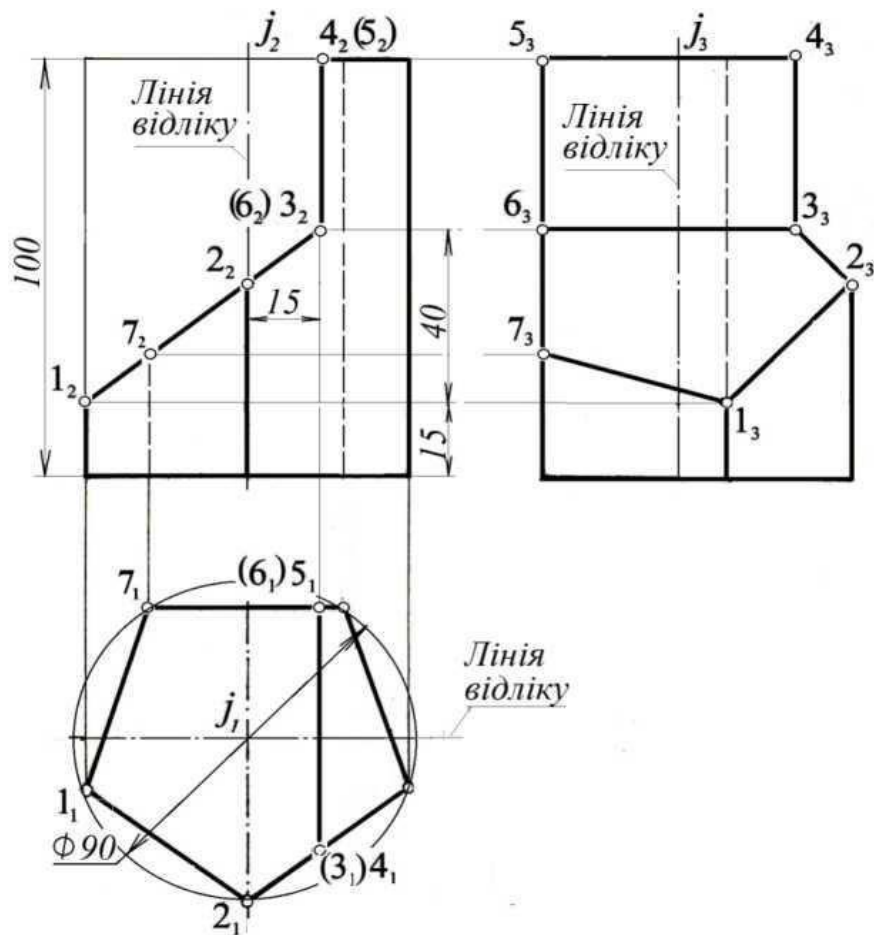


Рисунок 10 – Приклад побудови видів (проєкцій) призми зі зрізами

2.2 Пряма тригранна піраміда

Піраміда, як конус і сфера (куля), є поверхнею «загального» положення, оскільки її бокова поверхня ні на одну з площин проєкцій (Π_1 , Π_2 , Π_3) не проєкується в одну лінію, тому що дві бокові грані піраміди – це площини загального положення. Внаслідок цього знайти точки і лінії на таких поверхнях складніше, ніж на проєктуючих поверхнях.

На рисунку 11 вихідною є фронтальна проєкція тригранної піраміди.

Лінію перетину піраміди проєктуючими площинами було позначено точками 1-2-3-4-1. Точки 1, 2 розміщуються на ребрах піраміди, відповідно, SB і SA , і будуються за допомогою лінії зв'язку.

Для побудови точок 3, 4 потрібно керуватися умовою приналежності точки і площини (поверхні): точка належить площині (поверхні), якщо вона розміщується на лінії, що належить цій площині (поверхні).

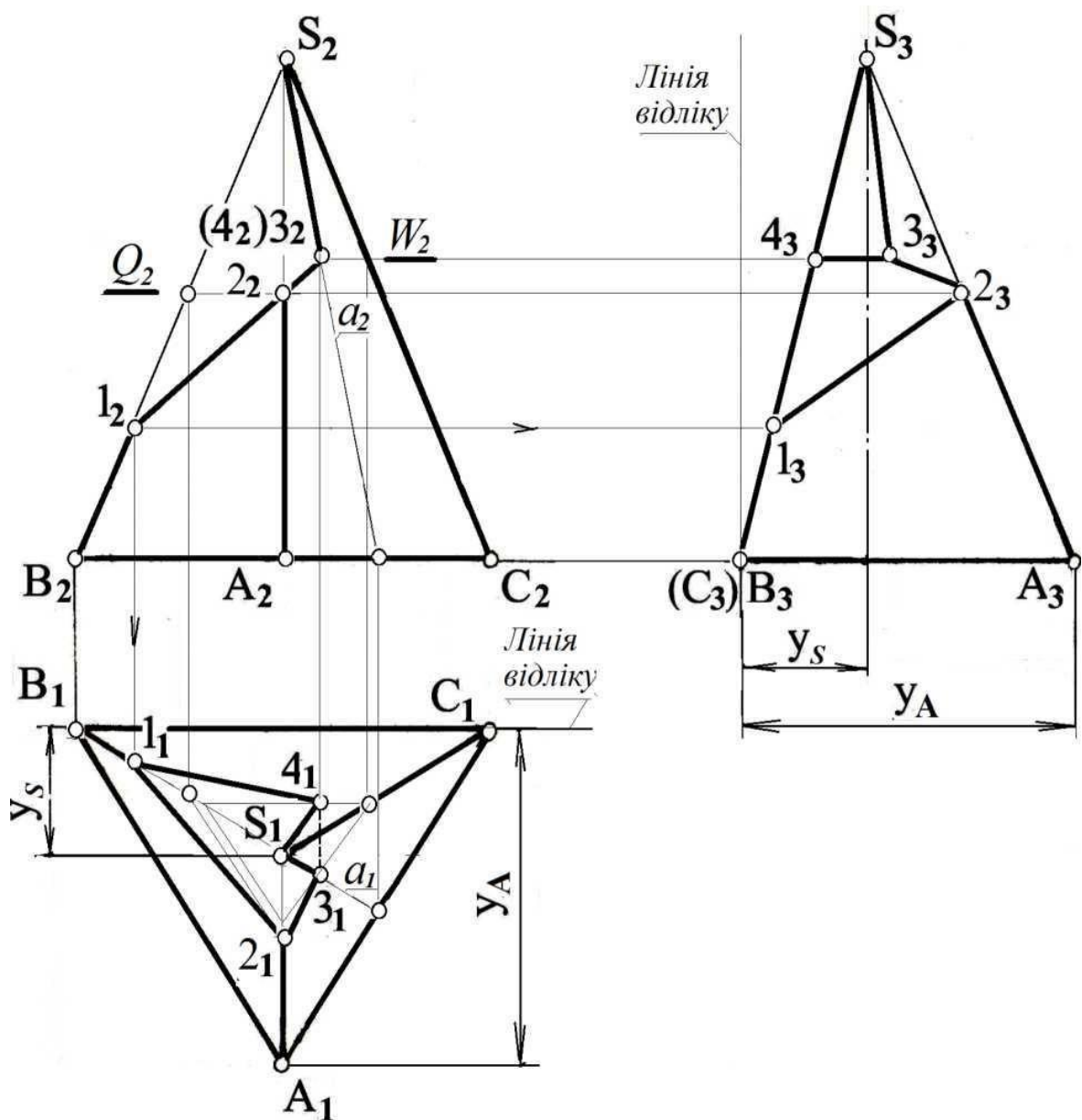


Рисунок 11 – Приклад побудови видів (проєкцій) піраміди зі зрізами

Горизонтальну проєкцію точки 2 можна побудувати за допомогою площини рівня Q . Вона перетинає піраміду по трикутнику, сторони якого паралельні сторонам основи ABC . Так само за допомогою площини рівня W можна побудувати горизонтальні проєкції точок 3, 4. На рисунку 11 показано побудову горизонтальної проєкції точки 3 за допомогою прямої, проведеної через S -3 до перетину з AC .

2.3 Прямий круговий циліндр

Бокова поверхня циліндра є горизонтально проєктуючою і проєктується на площину Π_1 в коло (рис. 12).

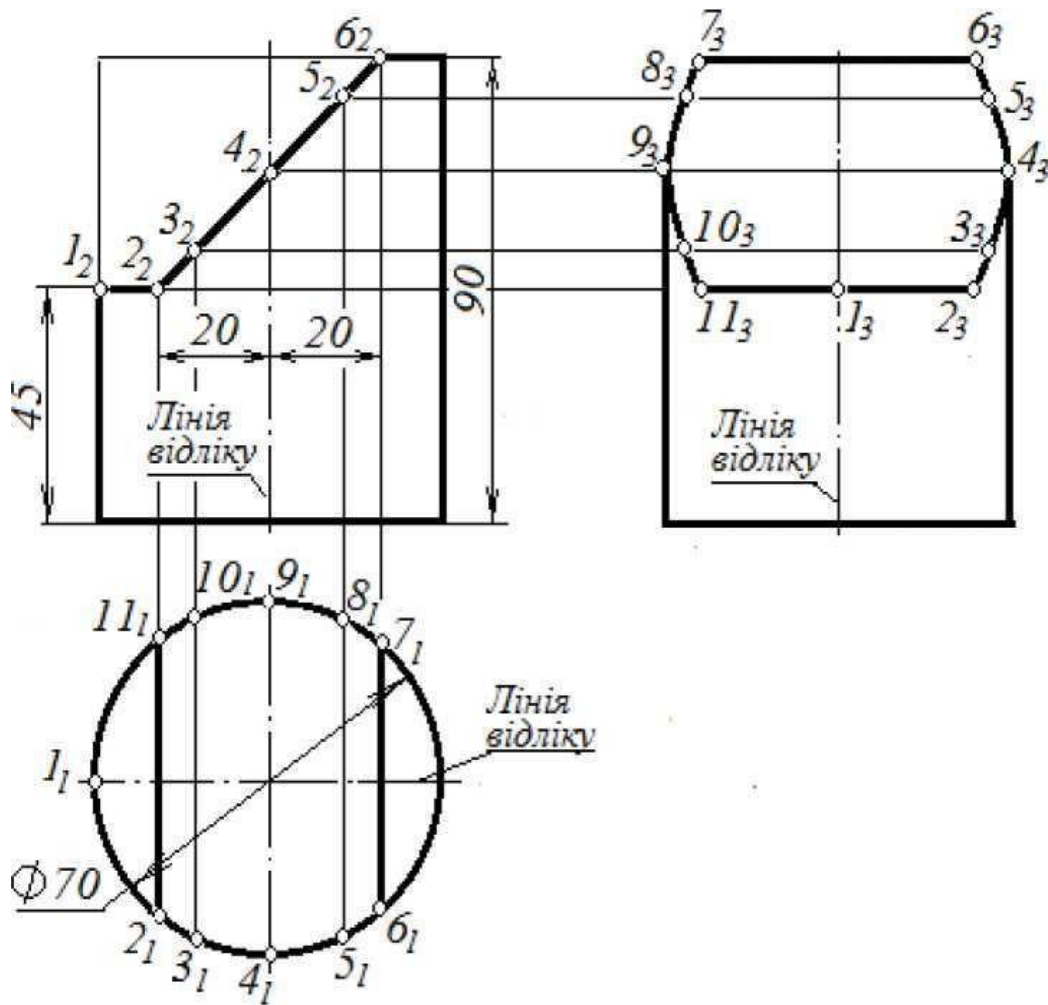


Рисунок 12 – Приклад побудови видів (проєкцій) циліндра зі зрізами

Циліндр перетинається фронтально проєктуючими площинами. Лінія перетину позначена точками 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1.

Обов'язково позначають характерні точки, що розміщуються на осьових лініях і обрисових твірних (точки 1, 4, 9), проміжні точки (точка 3, 5, 8, 10), точки перетину площин (точки 2, 6, 7, 11).

За заданою фронтальною проєкцією циліндра побудовані відсутні горизонтальна і профільна проєкції.

На горизонтальній проєкції циліндра (на колі) знаходять горизонтальну проєкцію лінії 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1. Для побудови профільної проєкції лінії перетину знаходять профільні проєкції всіх відповідних точок, враховуючи проєкційний зв'язок між проєкціями.

Ділянка лінії 11,12 на профільній проєкції зображується прямою лінією. Лінія 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1 на профільній проєкції зображується частиною еліптичної кривої, оскільки розміщується на кривій поверхні і не співпадає з твірною.

2.4 Прямий круговий конус

Конус (рис. 13) – це поверхня «загального» положення, тому всі вимоги стосовно піраміди залишаються справедливими і для нього.

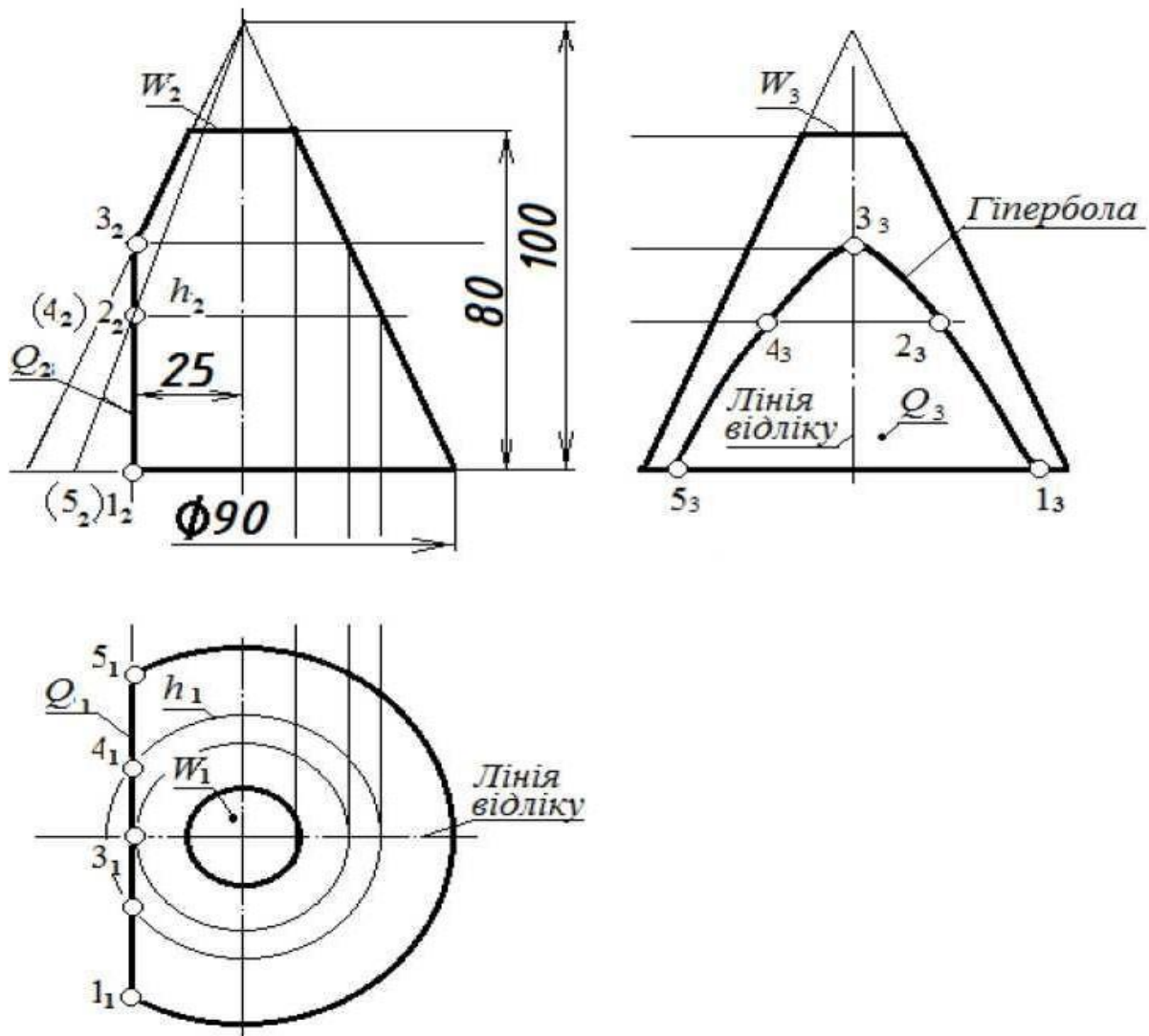


Рисунок 13 – Побудова видів (проєкцій) конуса зі зрізам

Залежно від напрямку січної площини в перерізі прямого конуса можна одержати такі фігури:

- коло, якщо січна площина паралельна основі конуса;
- трикутник, якщо січна площина проходить через вершину конуса;
- еліпс, якщо січна площина нахилена до осі під кутом більшим, ніж кут нахилу твірної до осі;
- параболу, якщо січна площина паралельна твірній конуса;
- гіперболу, якщо січна площина паралельна двом твірним конуса і не проходить через вершину або паралельна осі.

На рисунку 13 січна площина W паралельна основі конуса і тому перетинає конус по колу, а січна площина Q перпендикулярна основі (паралельна осі) і перетинає конус по гіперболі.

Точки 1 і 5 проєктуються на основу конуса (коло). Точка 3 проєктується з обриса на осі.

Точки 2 і 4 побудовані за допомогою горизонталі $h(h_1, h_2)$ або за допомогою твірних, до яких ці точки належать. За горизонтальною і фронтальною проєкціями побудована профільна проєкція лінії 1, 2, 3, 4, 5.

2.5 Куля

У цьому прикладі вихідною була задана фронтальна проєкція. Побудову горизонтальної і профільної проєкцій кулі зі зрізами наведено на рисунку 14.

Під час побудови проєкцій точок, що розміщуються на колі, насамперед контролюється вираз «вісь – обрис». Зокрема, фронтальна проєкція обриса кулі m_2 на горизонтальній і профільній проєкції кулі зображується осями m_1 і m_3 . Отже, проєкції точок $1_2, 7_2$, які належать обриса m_2 , проєктують на осі m_1 і m_3 ; проєкції точок $3_2, 6_2$, які належать осі n_2 , проєктують на вісь n_1 і обрис n_3 ; проєкції точки 4_2 , яка належить осі p_2 , проєктують на обрис p_1 і вісь p_3 .

Якщо точка не лежить на осі або обрисі, то її проєкції знаходять за допомогою паралелей (горизонталей і фронталей), що проходять через шукану точку і належать поверхні кулі. Такими точками у цьому випадку є точки 2, 5.



23

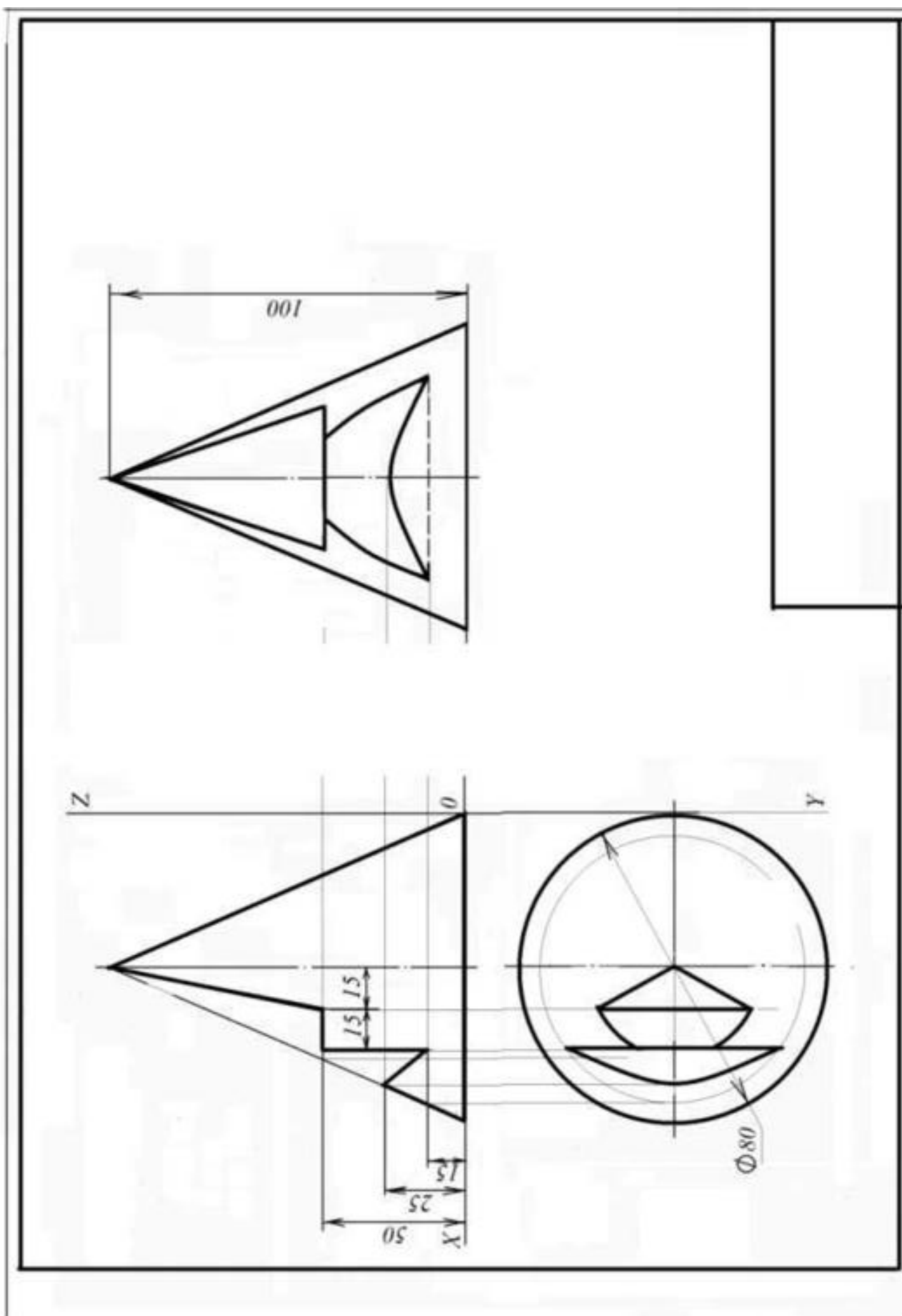


Рисунок15 – Приклад оформлення завдання «Конус зі зрізами»

3 ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕТНУ ПОВЕРХОНЬ

Дві поверхні перетинаються по лінії, точки якої належать кожній із цих поверхонь, тому побудова лінії перетину двох поверхонь зводиться до знаходження спільних точок. Спільні точки двох поверхонь з'єднують і отримують лінію перетину.

Загальний план побудови лінії перетину двох поверхонь такий:

1. Дві задані поверхні перетинають третьою допоміжною поверхнею, яка називається посередником і може бути площиною або сферою.

2. Будують лінії перетину кожної із заданих поверхонь із допоміжною (посередником). Перетин побудованих ліній визначає спільні точки для обох заданих поверхонь.

3. Декілька посередників надає необхідну кількість спільних точок, які треба з'єднати плавною лінією.

Залежно від вигляду допоміжної поверхні існують різні методи побудови лінії перетину двох поверхонь обертання – метод січних площин і метод сфер. Обирати допоміжні поверхні потрібно так, щоб лінії їх перетину з цими поверхнями були найпростішими. При побудові лінії перетину поверхонь обертання насамперед визначають опорні (головні) точки лінії перетину: точки, які належать головному меридіональному перерізу (границі видимості на Π_2), екватора (границі видимості на Π_1), найвищу і найнижчу точки відносно площини проєкцій Π_1 . Головний меридіональний переріз, меридіональні площини та екватор і паралелі показані на рисунку 16.

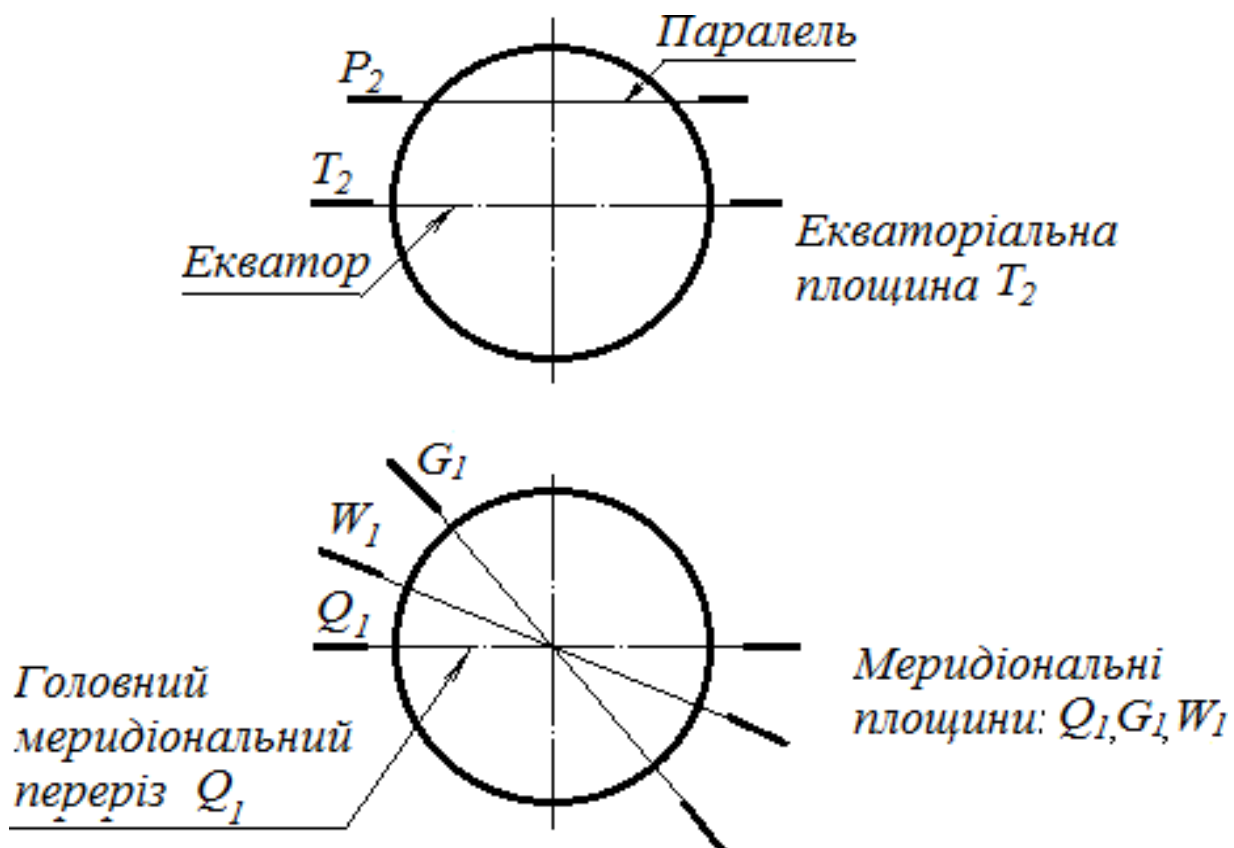


Рисунок 16 – Паралелі і меридіани на прикладі сфери

3.1 Побудова лінії перетину двох поверхонь обертання, коли одна з них займає проєктуюче положення

План побудови:

1. Якщо одна з двох поверхонь обертання має проєктуюче положення (розташована перпендикулярно до однієї із трьох площин проєкцій), то одна з проєкцій лінії перетину на кресленні вже задана, вона співпадає з проєкцією проєктуючої поверхні.

2. Недостатню проєкцію лінії перетину знаходять з умови її приналежності до поверхні загального положення, наприклад: потрібно побудувати проєкції лінії перетину двох поверхонь обертання: конуса (поверхня загального положення) і циліндра (поверхня проєктуючого положення) (рис. 17).

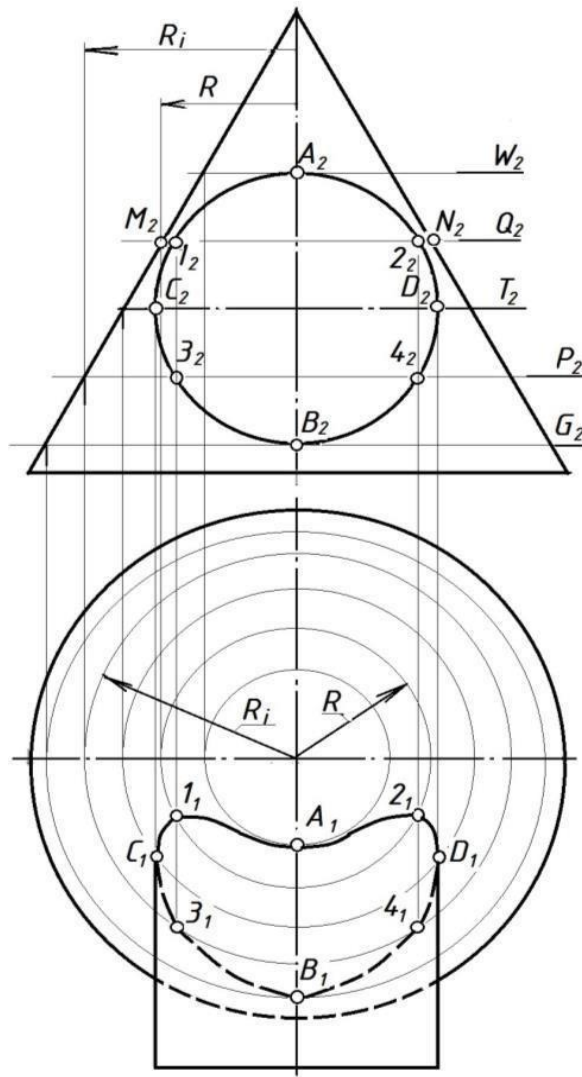


Рисунок 17 – Побудова лінії перетину поверхонь обертання, коли одна з них проєктуюча

Розв'язання. Фронтальна проєкція лінії перетину конуса і циліндра вже відома: на кресленні вона співпадає з фронтальною проєкцією циліндра, тому що твірні циліндра перпендикулярні до фронтальної площини проєкцій Π_2 .

1. Потрібно позначити ряд фронтальних проєкцій точок на лінії перетину конуса і циліндра:

A_2, B_2 – фронтальні проєкції вищої і нижчої точок;

C_2, D_2 – фронтальні проєкції точок, які слугують границями видимості лінії перетину на Π_1 ;

$1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ – фронтальні проєкції проміжних точок.

2. Горизонтальні проєкції точок $A_1, B_1, C_1, D_1, 1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ знаходять з умови приналежності цих точок конусу.

Через зазначені точки треба провести фронтальні проєкції паралелей конуса – ці прямі паралельні основі конуса. Горизонтальні проєкції паралелей – кола.

Наприклад, для знаходження точок $1_1, 2_1$ проводять через $1_2, 2_2$ проєкцію паралелі $N_2 M_2$. Горизонтальна проєкція паралелі $N M$ – це коло радіусом R . Точки $1_1, 2_1$ знаходять на перетині ліній проєкційного зв'язку з колом радіуса R . Точки $3_1, 4_1$ знаходять на перетині ліній проєкційного зв'язку (проведених із точок $3_2, 4_2$) з колом радіусом R_i .

3. Побудовані таким чином точки на горизонтальній проєкції потрібно з'єднати плавною кривою лінією, враховуючи її видимість.

4. Щоб побудувати профільну проєкцію лінії перетину, потрібно на відповідних лініях проєкційного зв'язку відкласти відповідні значення відстаней по осі Y .

Паралелі на фронтальній проєкції є проєкціями січних горизонтальних площин рівня W, Q, T, P, G .

3.2 Побудова лінії перетину поверхонь обертання загального положення за допомогою допоміжних січних площин

Для знаходження лінії перетину за допомогою січних площин використовують загальний план побудови, наданий у пункті 3.1.

Приклад. Побудувати лінію перетину конуса і сфери (рис. 18).

Розв'язання. Для побудови лінії перетину конуса і сфери, осі яких паралельні між собою, допоміжними поверхнями слугують горизонтальні площини рівня Q, W, T, P .

A_2, B_2 – фронтальні проєкції вищої і нижчої точок лінії перетину, розташовані на перетині обрисових твірних.

Площина T визначає границі видимості лінії перетину на Π_1 – точки C, D .

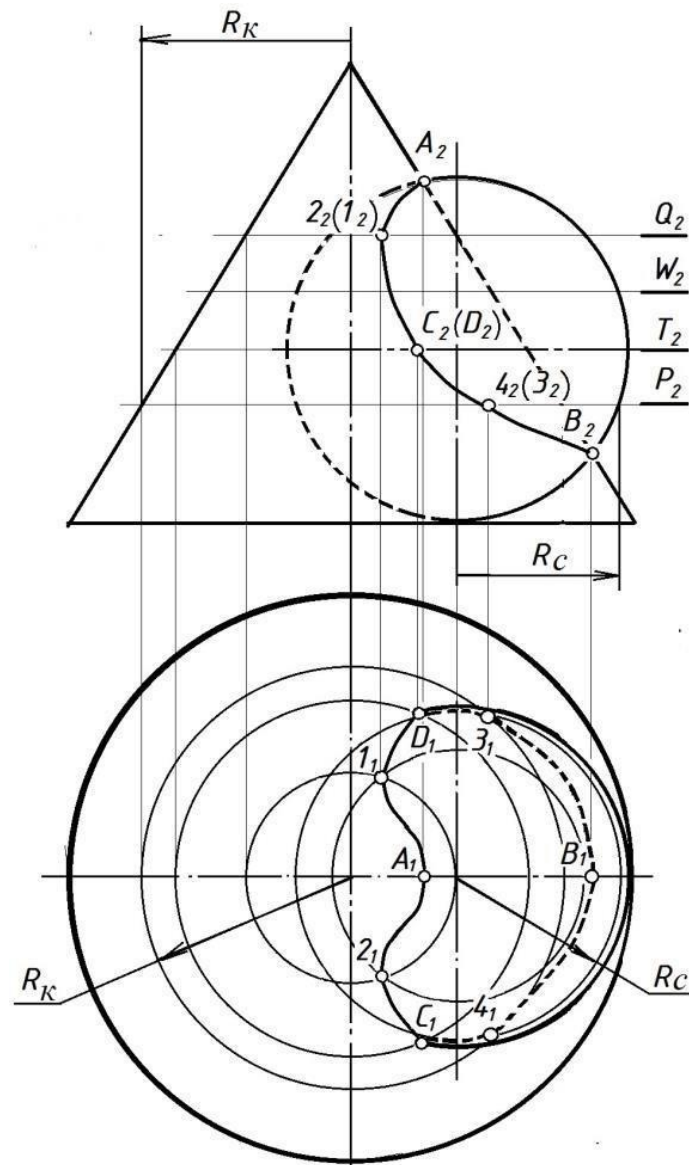


Рисунок 18 – Побудова лінії перетину поверхонь обертання загального положення за допомогою площини рівня

Площини Q, W, P визначають проміжні точки лінії перетину.

Наприклад, площина P перетинає конус по колу радіусом R_k , а сферу – по колу радіусом R_c .

На горизонтальній проєкції Π_1 знаходимо точки перетину цих кіл: $3_1, 4_1$ – горизонтальні проєкції спільних точок для конуса і сфери.

Фронтальні проєкції $3_2, 4_2$ знаходимо з умови приналежності точок $3, 4$ площині P . Профільна проєкція лінії перетину будується на основі

горизонтальної і фронтальної проєкцій.

3.3 Побудова лінії перетину поверхонь обертання способом концентричних сфер

Спосіб допоміжних концентричних сфер має порівняно обмежене застосування. Для його використання при знаходженні точок спільної кривої (кривої переходу) необхідні такі умови:

- а) поверхні, які перетинаються, повинні бути поверхнями обертання;
- б) осі поверхонь обертання повинні перетинатися;
- в) площина, в якій розташовуються осі, повинна бути паралельною будь-якій площині проєкцій.

Центром концентричних сфер слугує точка перетину осей (рис. 19).

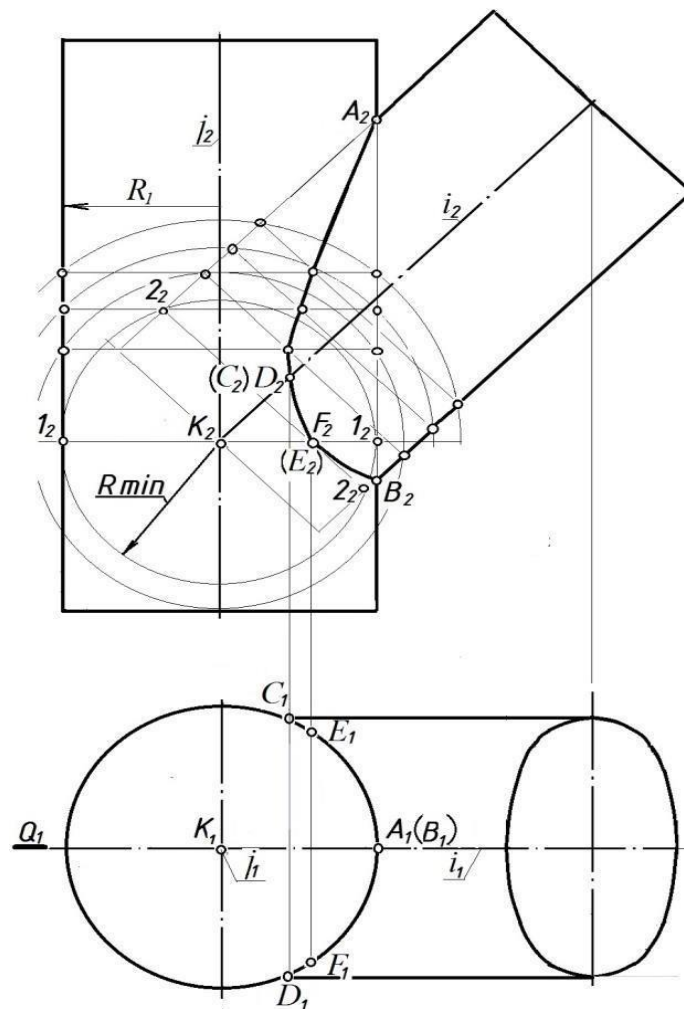


Рисунок 19 – Побудова лінії перетину циліндрів способом концентричних сфер

Використання таких сфер обґрунтовано тим, що будь-яка поверхня обертання, вісь якої проходить через центр сфери, перетинається з нею по колу. Це означає, що кожна поверхня обертання перетинається цією сферичною поверхнею по колу.

Розглянемо побудову лінії перетину двох циліндрів, осі яких (i та j) перетинаються в точці K і мають спільну головну меридіональну площину Q . Прийmemo точку K (K_1, K_2) за центр допоміжних концентричних сфер. Характерні точки A (A_1, A_2), B (B_1, B_2) знаходимо на перетині обрисів. Вони не потребують введення допоміжних сфер. Для знаходження точок F (F_1, F_2) і E (E_1, E_2) будуємо сферу радіуса R_1 , яка дотикається до вертикального циліндра по паралелі $i_2 - i_2$. Ця ж сфера перетинає циліндр з віссю i по $2_2 - 2_2$. Прямі $1_2 1_2$, $2_2 2_2$ перпендикулярні відповідним осям і є фронтальними проєкціями кіл, по яких допоміжна сфера перетинає циліндри. На перетині $1_2 1_2$ і $2_2 2_2$ розміщуються точки F_2 і E_2 . Проміжні точки знаходимо за допомогою ряду концентричних сфер. Найбільший радіус допоміжної сфери дорівнює відрізку $K_2 A_2$, а найменший – R_1 . Точки на фронтальній площині проєкцій послідовно з'єднуємо плавною кривою. На горизонтальну площину проєкцій вони проєктуються за допомогою ліній проєкційного зв'язку і розміщуються на горизонтальній проєкції вертикального циліндра.

На рисунку 20 подано побудову лінії перетину тіла обертання і конуса за допомогою концентричних сфер.

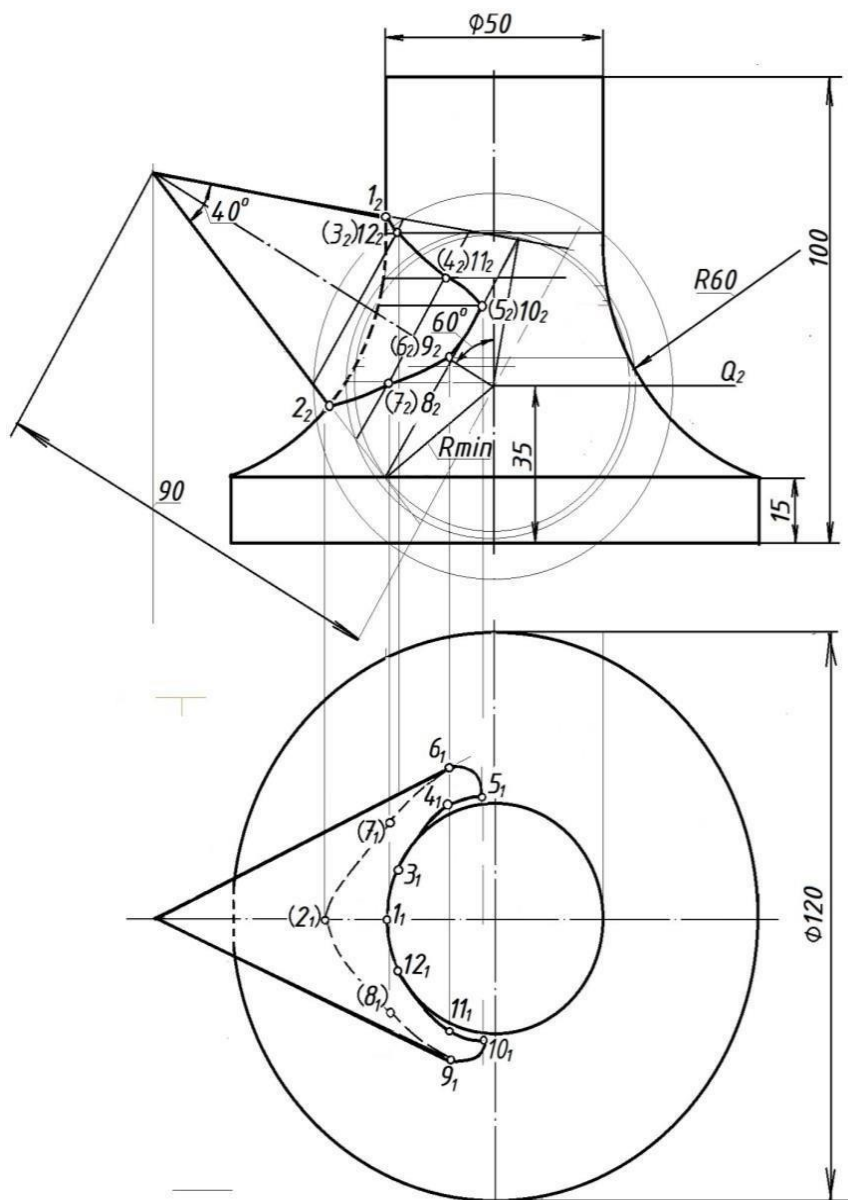


Рисунок 20 – Побудова лінії перетину тіла обертання і конуса

3.4 Побудова лінії перетину поверхонь обертання способом ексцентричних сфер

Спосіб ексцентричних сфер можна використовувати для побудови лінії перетину двох поверхонь, які мають спільну площину симетрії. Кожна поверхня повинна мати сімейство кіл. Як і при способі концентричних сфер, площина симетрії повинна бути паралельною одній із площин проєкцій.

Приклад. Побудувати лінію перетину поверхні тора з поверхнею конуса, які мають спільну площину симетрії F , паралельну Π_2 .

Розв'язання (рис. 21):

1. Перетинаємо поверхню тора фронтально проєктуючою площиною W , яка проходить через вісь тора i . Ця площина перетинає тор по колу, фронтальна проєкція якого – відрізок $1_2 2_2$.
2. Це ж коло можна отримати, якщо тор перетнути площиною Q , тобто сімейством ексцентричних сфер, центри яких розташовані на перпендикулярах, проведених через центр кола до відповідних площин перетину.
3. Щоб допоміжна сфера перетинала по колу і поверхню конуса, необхідно щоб її центр належав осі конуса. Тому центр допоміжної сфери точка O – це точка перетину перпендикуляра з віссю поверхні конуса.
4. На фронтальній проєкції будуємо сферу з центром O_2 радіусом $O_2 1_2$. Ця сфера перетинає поверхню тора по колу $1_2 2_2$ і поверхню конуса по колу $3_2 4_2$.
5. Перетин кіл $1_2 2_2$ і $3_2 4_2$ визначає спільні точки поверхонь тора і конуса.
6. Так само будують інші спільні точки. Наприклад, точки M і N отримують при перетині тора фронтально проєктуючою площиною Q .
7. Фронтальні проєкції опорних точок A і B визначають на перетині обрисів тора і конуса.
8. Горизонтальні проєкції точок лінії перетину будуються на підставі умови їх приналежності поверхні конуса.

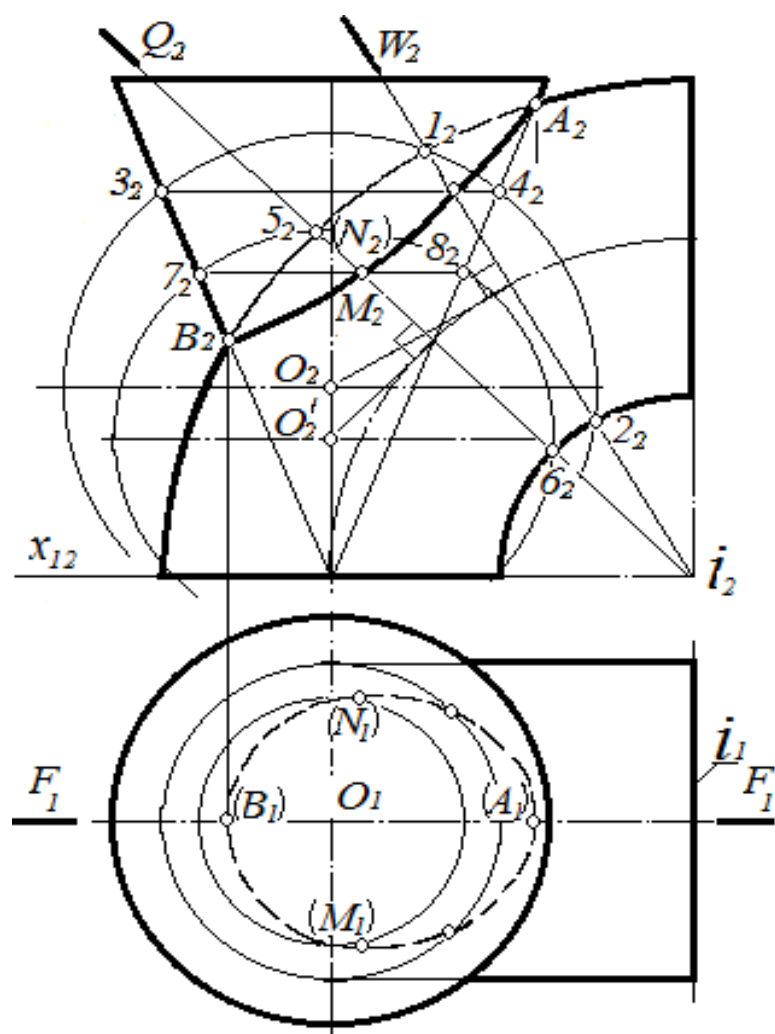


Рисунок 21 – Побудова лінії перетину конуса і тора

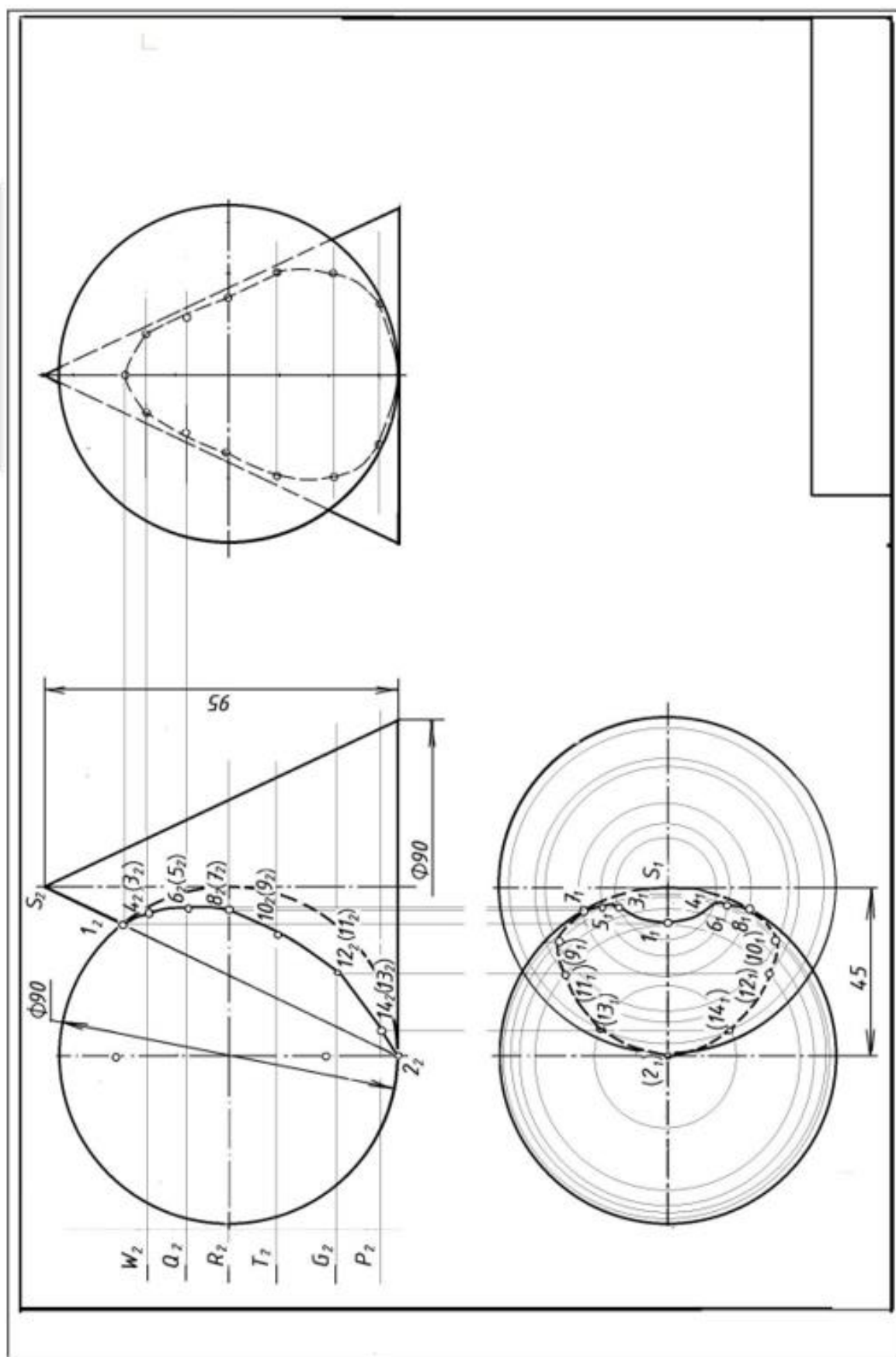


Рисунок 22 – Приклад виконання побудови двох тіл обертання та лінії їх перетину

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

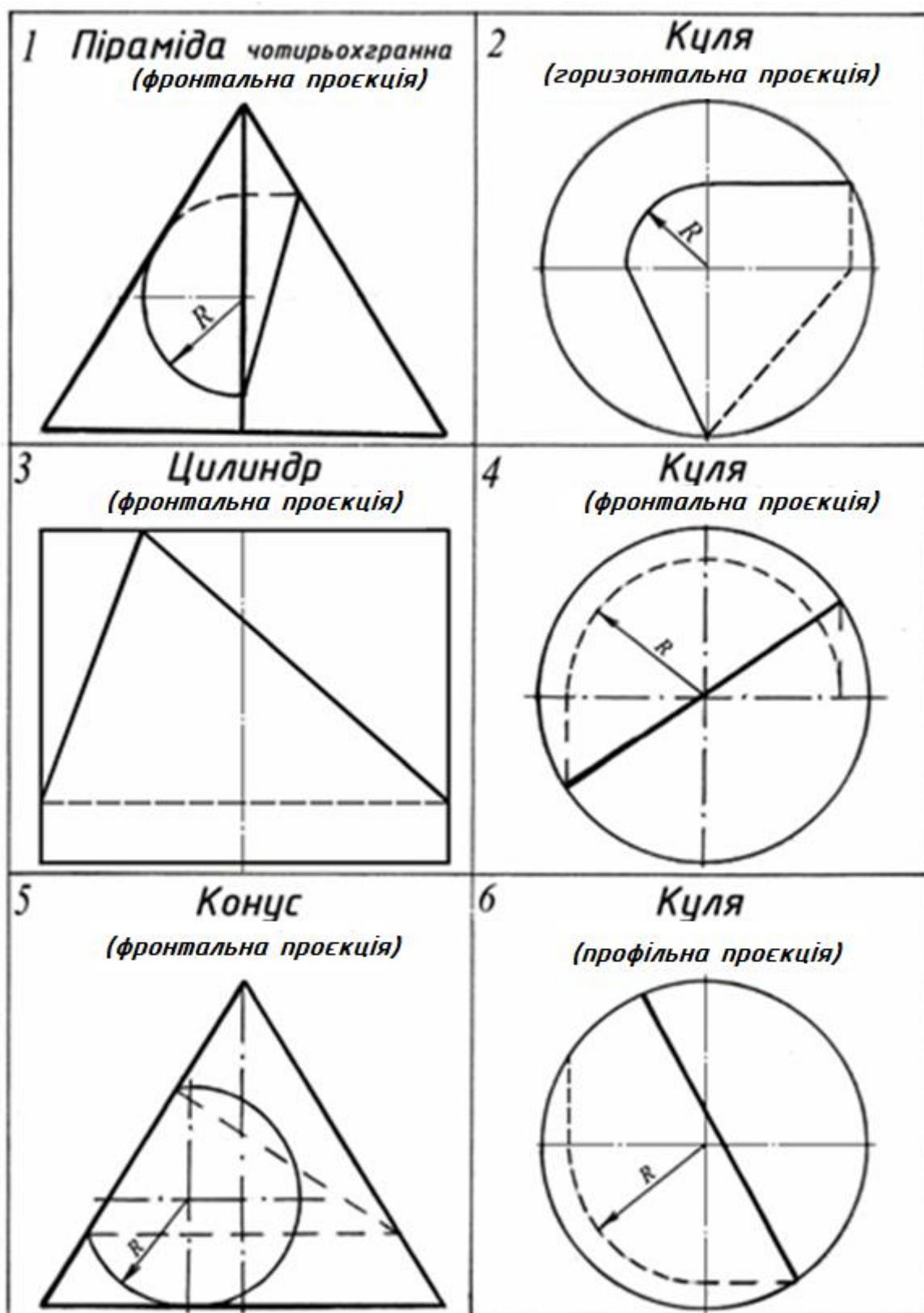
1. Знамеровська Н. П. Нарисна геометрія та інженерна графіка з компетентнісним підходом [Електрон. ресурс] : навч. посіб. для студ. усіх форм навчання, що вивчають дисципл. «Нарисна геометрія» / Н. П. Знамеровська ; Херсон. держ. мор. акад. – Електрон. текст. дані. – Херсон : ХДМА, 2020. – 236 с. – Режим доступу: <https://rep.ksma.ks.ua/server/api/core/bitstreams/a7aa24d8-5229-4b33-8034-33ce1aceb65d/content>, вільний (дата звернення: 15.05.2026). – Назва з екрана.
2. ДСТУ ISO 5457:2006 Кресленики. Розміри та формати / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2008–01–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2008. – 11 с. – Існує електрон версія. (Режим доступу: https://library.ontu.edu.ua/assets/pdf/DSTYGOST/dstu_iso_5457_2006.pdf, вільний).
3. ДСТУ 5455:2005 Кресленики технічні. Масштаби / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2006–07–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2006. – 7 с. – Існує електрон версія. (Режим доступу: [dstu_iso_5455_2005 Masstabi.pdf](https://library.ontu.edu.ua/assets/pdf/DSTYGOST/dstu_iso_5455_2005_Masstabi.pdf), вільний).
4. ДСТУ ISO 128-20:2005 Кресленики технічні. Загальні принципи подавання. Частина 20. Основні положення про лінії / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2004–07–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2004. – 19 с. – Існує електрон версія. (Режим доступу: https://library.ontu.edu.ua/assets/pdf/DSTY-GOST/dstu_iso_128_20_2005.pdf, вільний).
5. ДСТУ ISO 128-24:2018 Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 24. Лінії на машинобудівних креслениках / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2019–01–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2018. – Існує електрон версія. (Режим доступу: [dstu_iso_128_24_2018 Linii na masinobud kreslenikah.pdf](https://library.ontu.edu.ua/assets/pdf/DSTY-GOST/dstu_iso_128_24_2018_Linii_na_masinobud_kreslenikah.pdf), вільний).

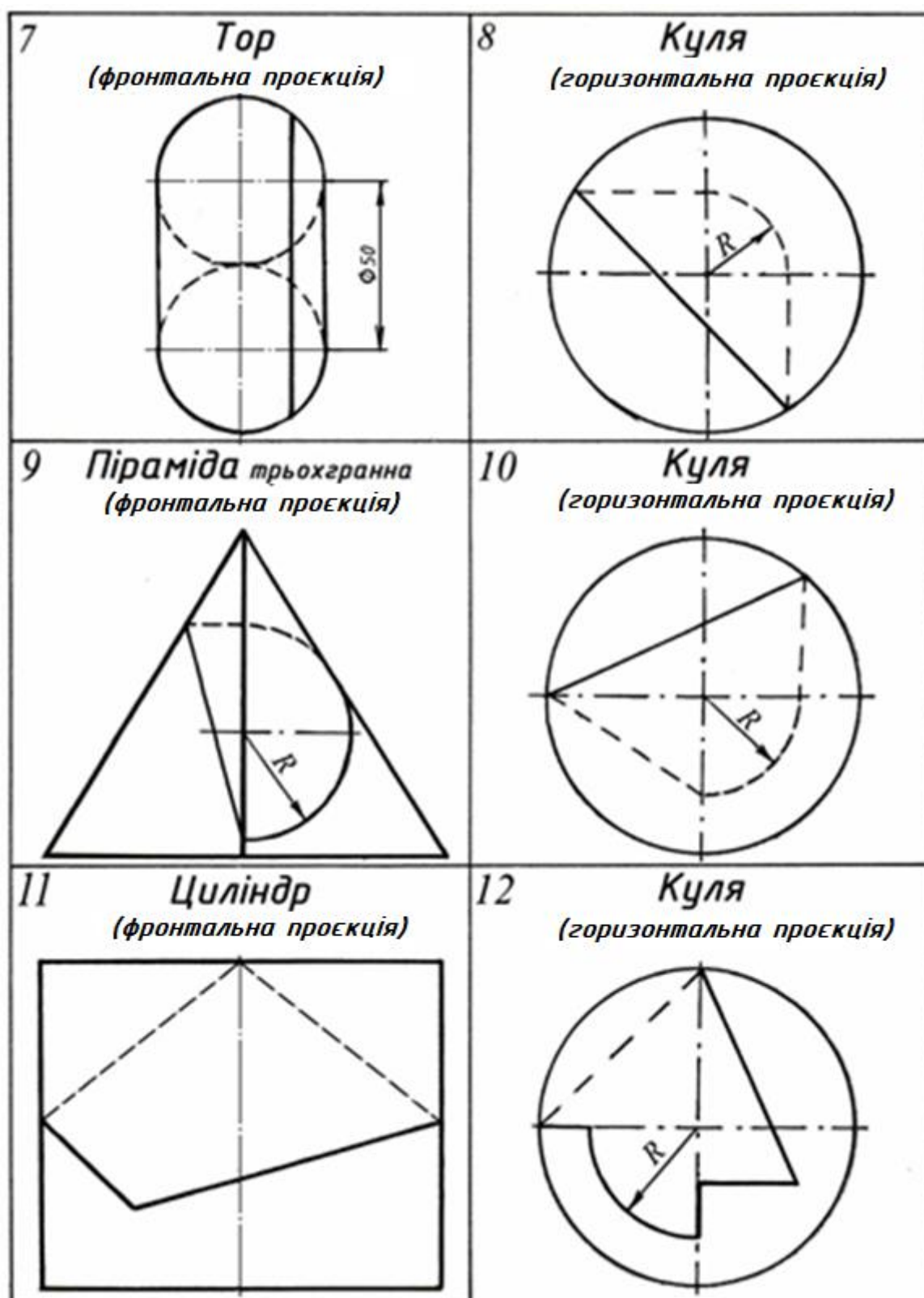
6. ДСТУ ISO 5456-2:2005 Кресленики технічні. Методи проєціювання. Частина 2. Ортогональні зображення / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2007–04–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2007. – Існує електрон версія. (Режим доступу: [dstu_iso_5456_2_2005_Ortoganalne_proec.pdf](#), вільний).
7. ДСТУ ISO 128-30:2005 Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 30. Основні положення про види / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2006–07–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2006. – Існує електрон версія. (Режим доступу: [dstu_iso_128_30_2005_Vidi.pdf](#), вільний).
8. ДСТУ ISO 129-1:2010 Кресленики технічні. Проставлення розмірів і допусків. Частина 1 Загальні принципи / Нац. стандарт України. Вид. офіц. – [Чинний від 2009–07–01]. – Київ : Держспоживстандарт України, 2008. – Існує електрон версія. (Режим доступу: [dstu_iso_129_1_2007_Rozmiri.pdf](#), вільний).

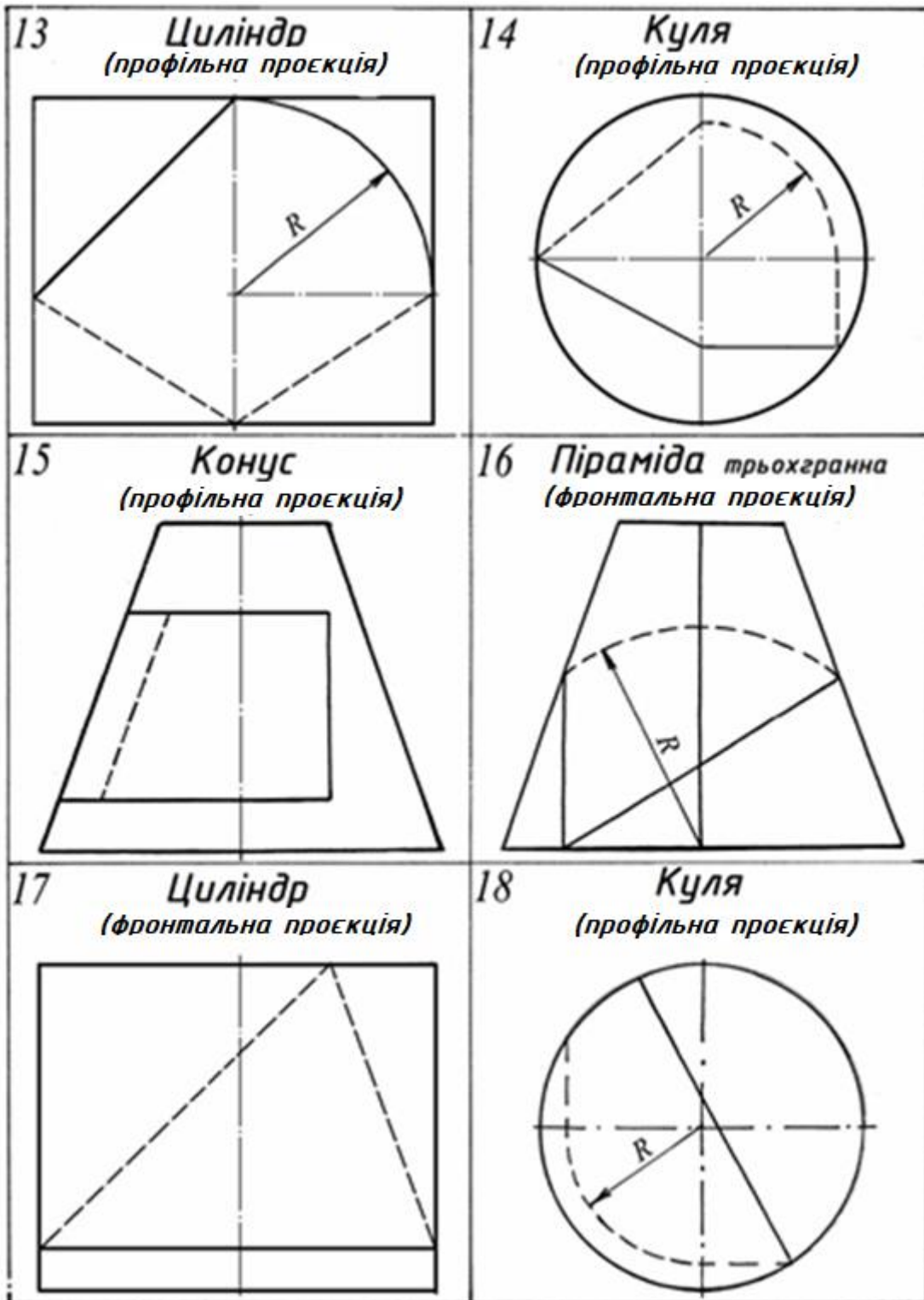
ДОДАТОК А

Вихідні дані до графічного завдання

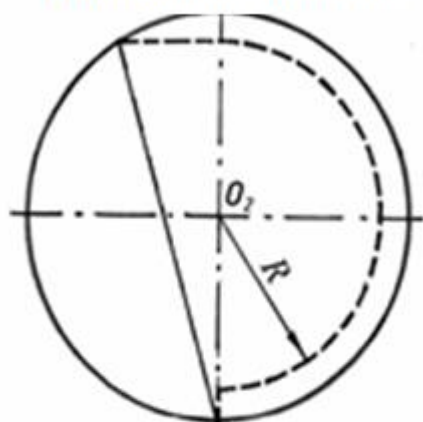
«ПОБУДОВА ПРОЄКЦІЙ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ З ЛІНІЄЮ НА ЇХ ПОВЕРХНІ»



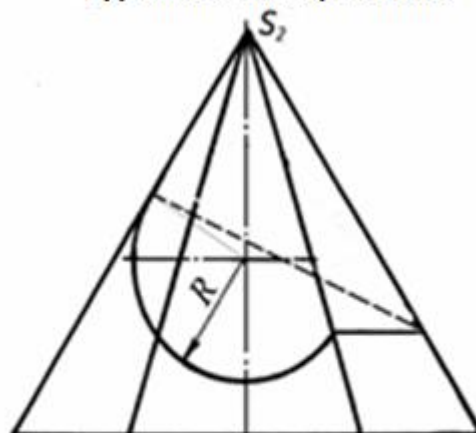




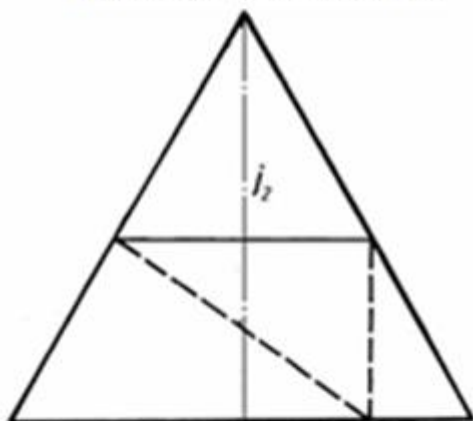
25 **Куля**
(фронтальна проєкція)



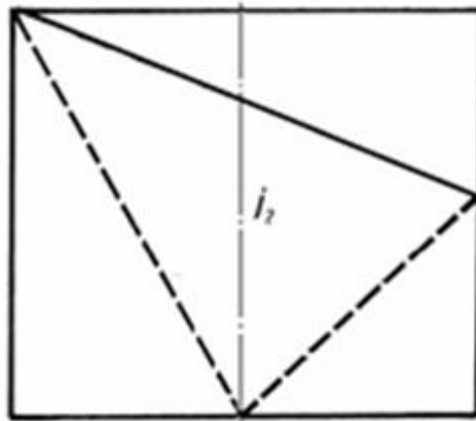
26 **Шестигранна піраміда**
(фронтальна проєкція)



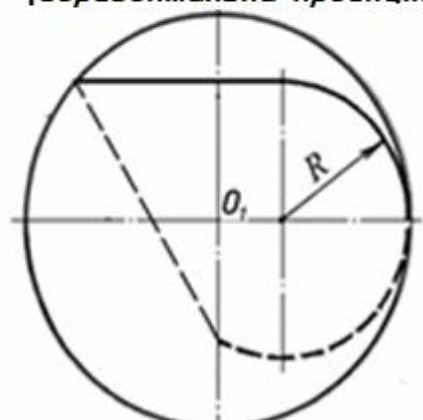
27 **Конус**
(фронтальна проєкція)



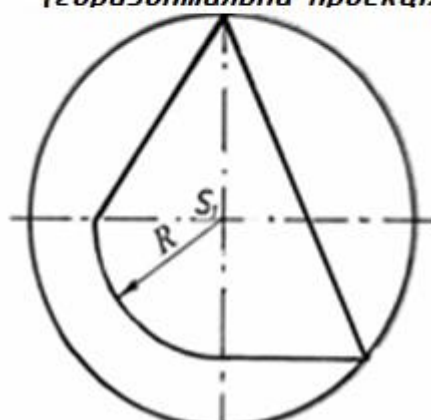
28 **Циліндр**
(фронтальна проєкція)



29 **Куля**
(горизонтальна проєкція)



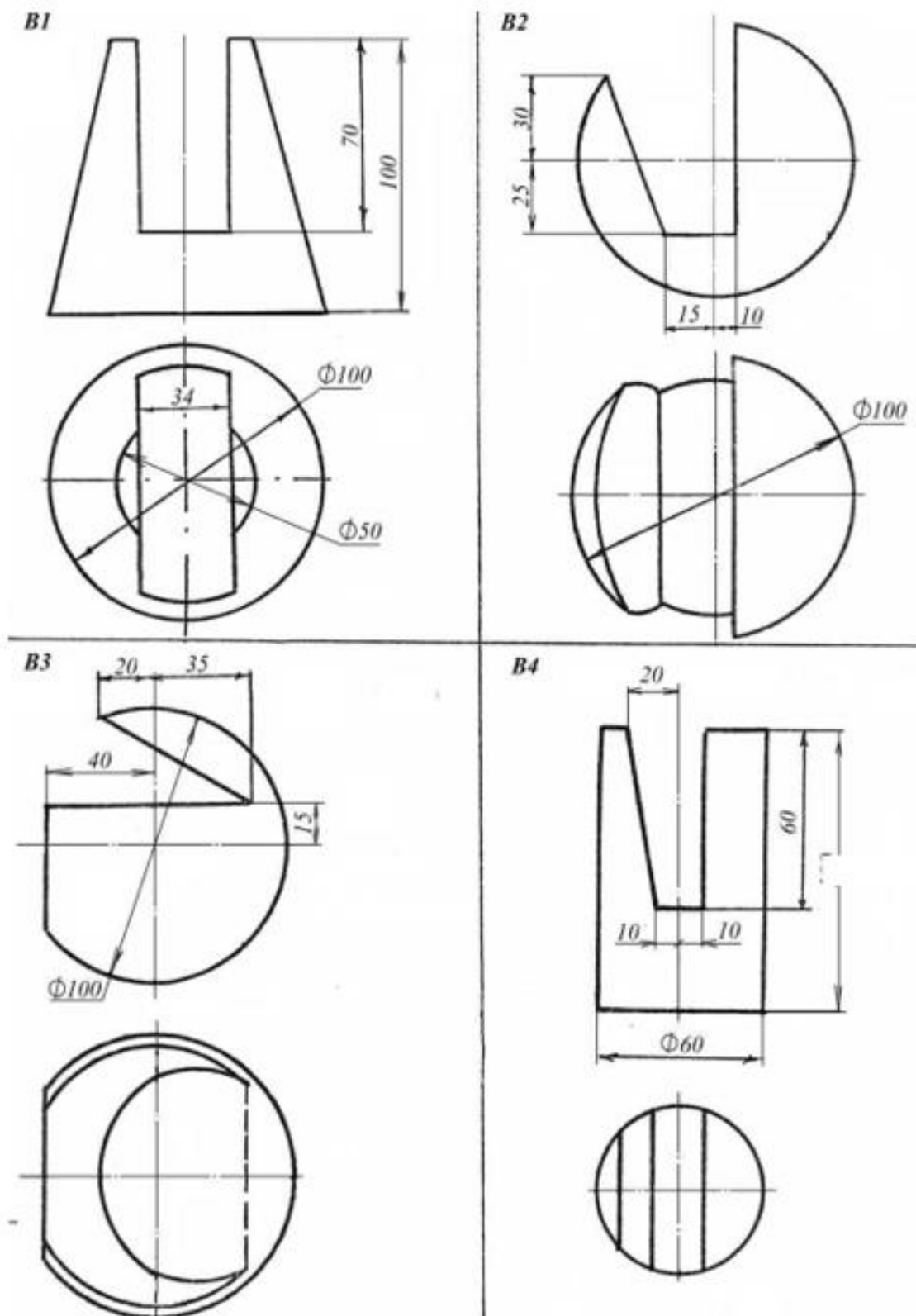
30 **Конус**
(горизонтальна проєкція)



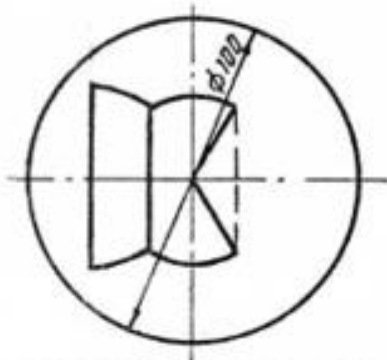
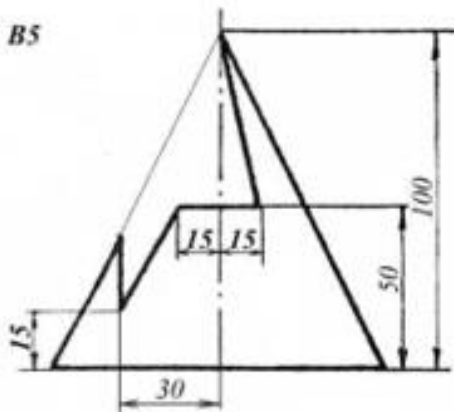
ДОДАТОК Б

Вихідні дані до графічного завдання

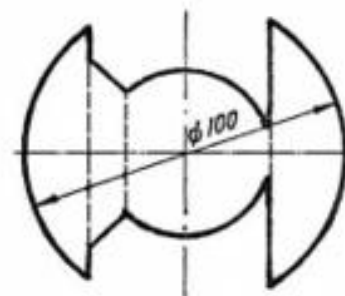
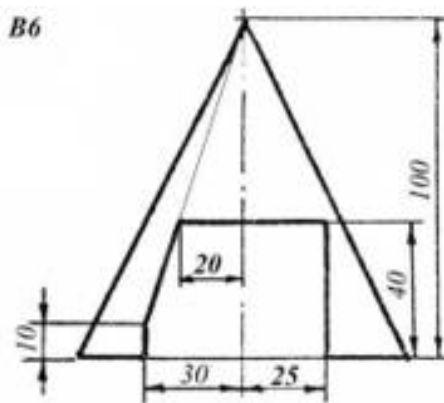
«ПОБУДОВА ПРОЄКЦІЙ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ ЗІ ЗРІЗАМИ»



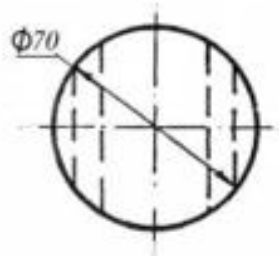
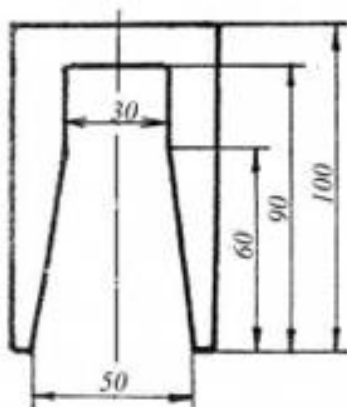
B5



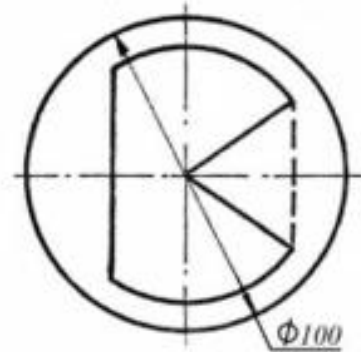
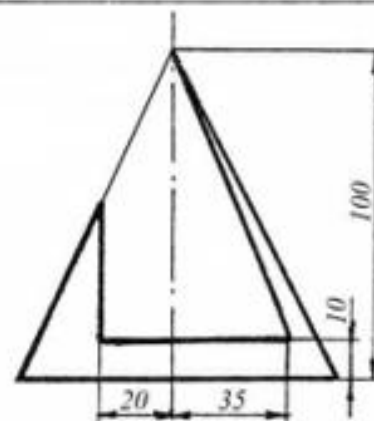
B6



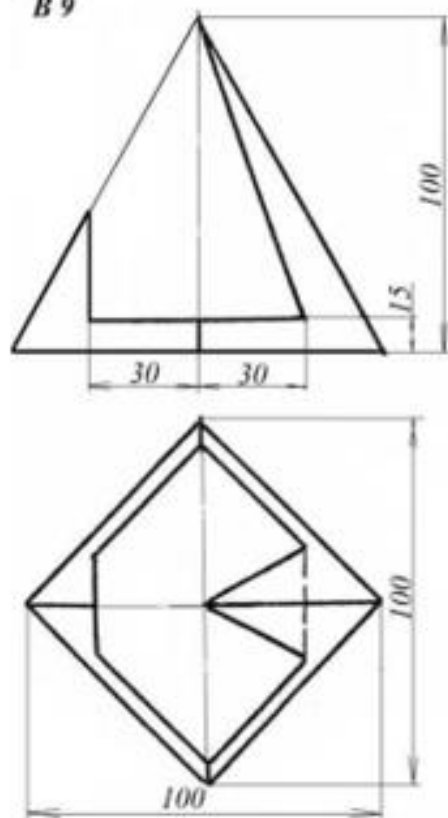
B7



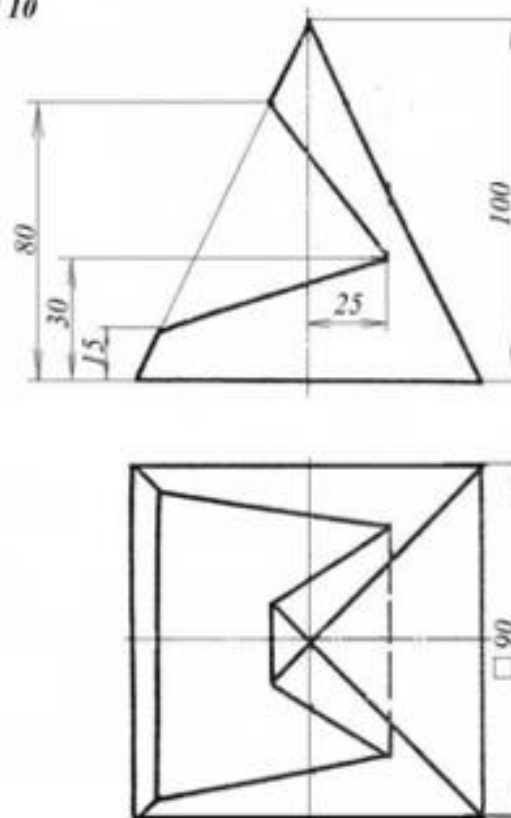
B8



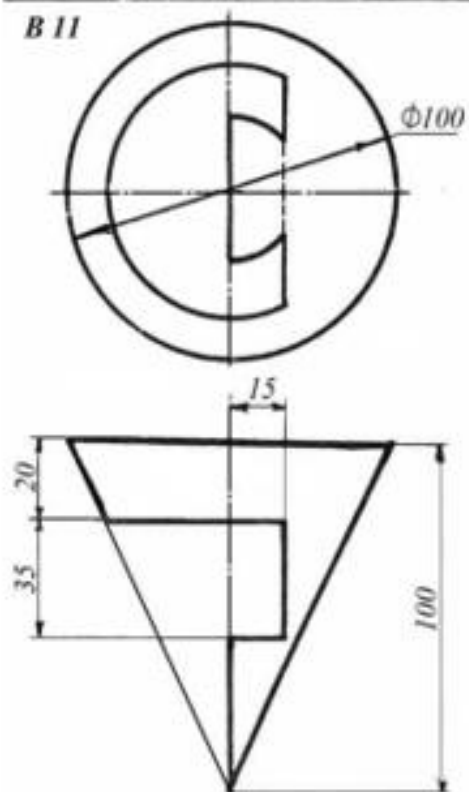
B 9



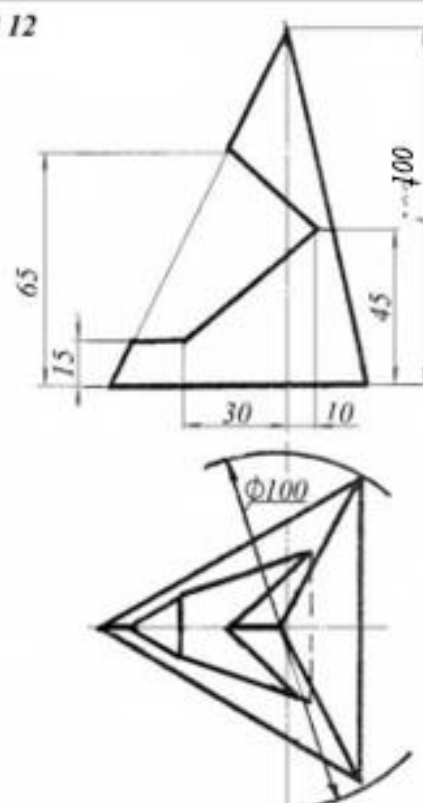
B 10



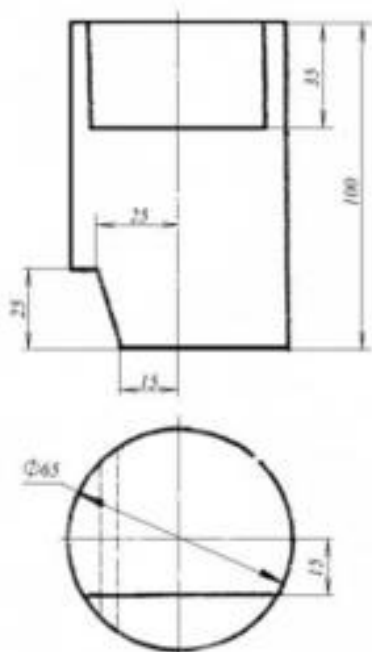
B 11



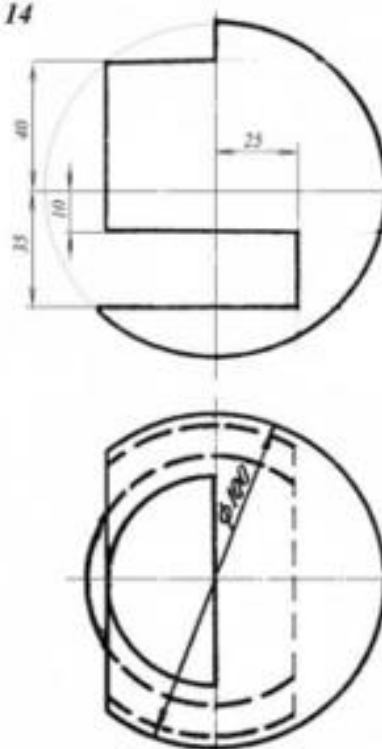
B 12



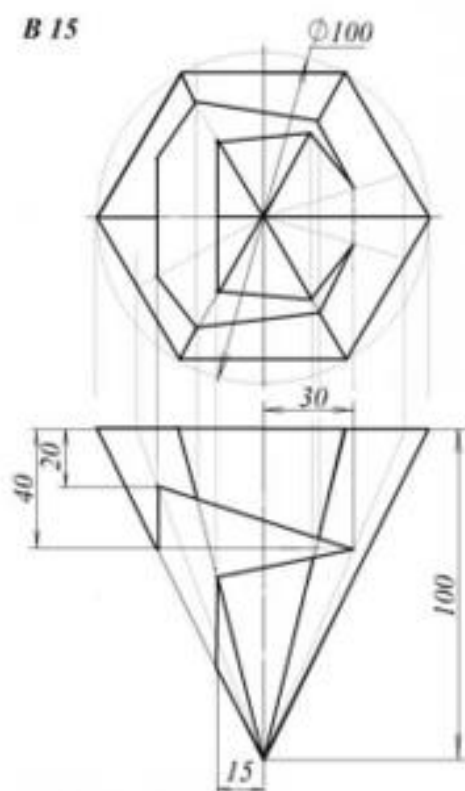
B 13



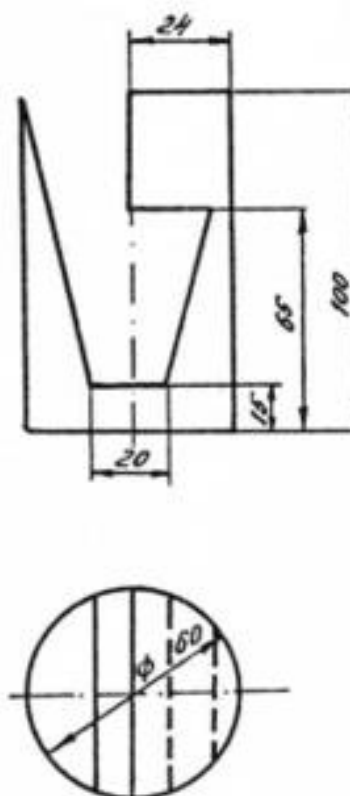
B 14



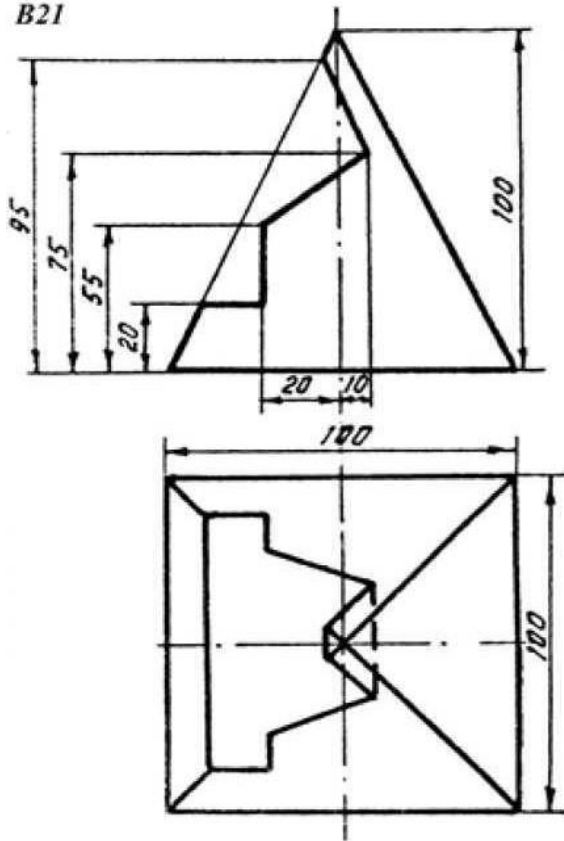
B 15



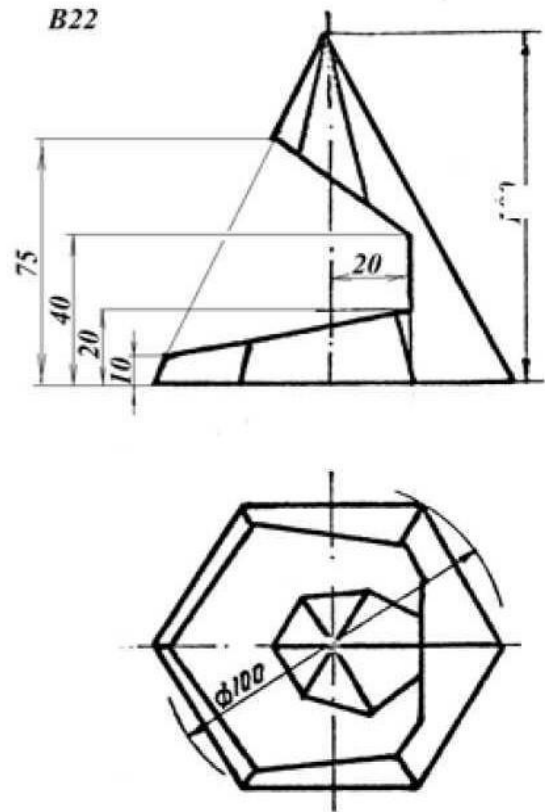
B 16



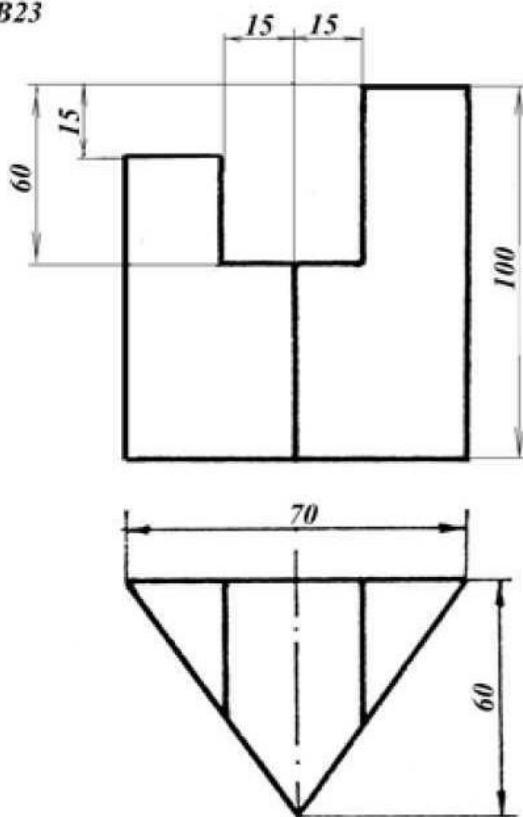
B21



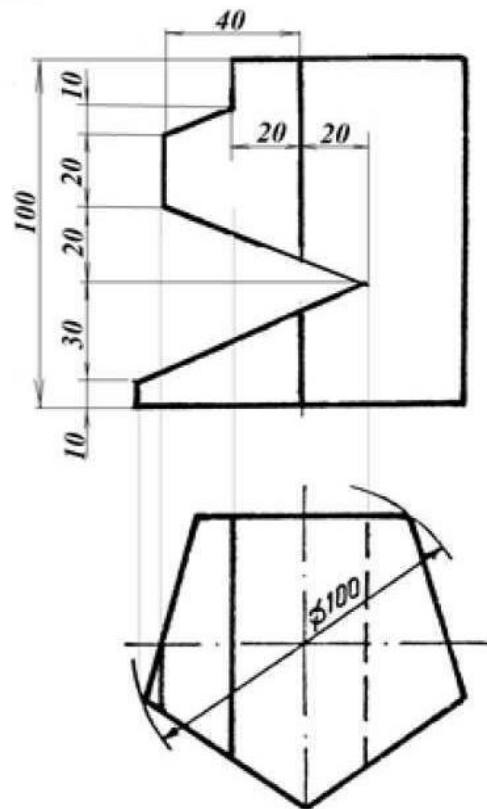
B22



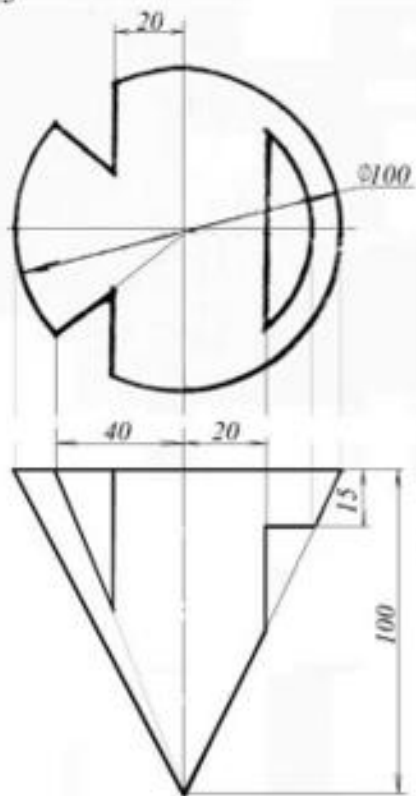
B23



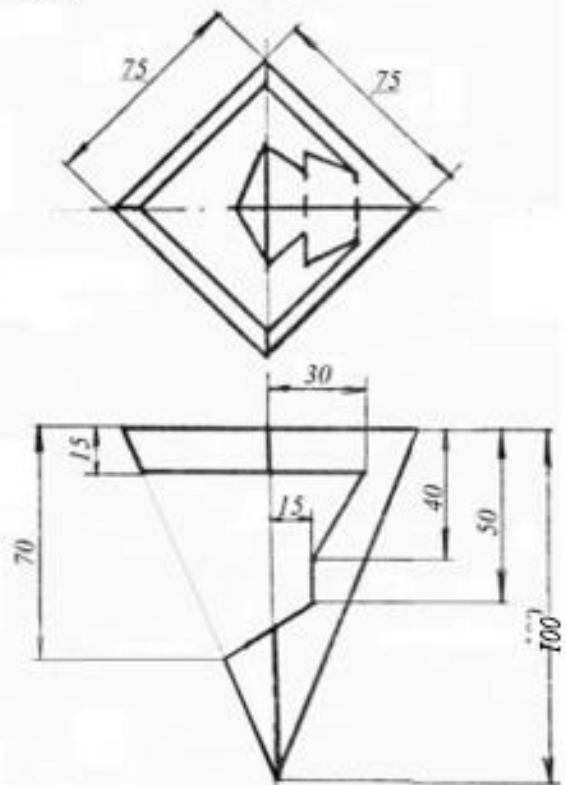
B24



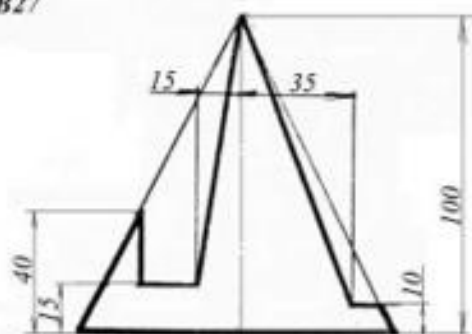
B25



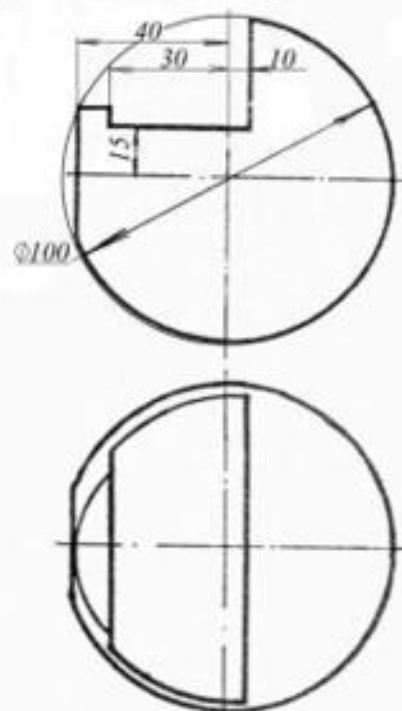
B26



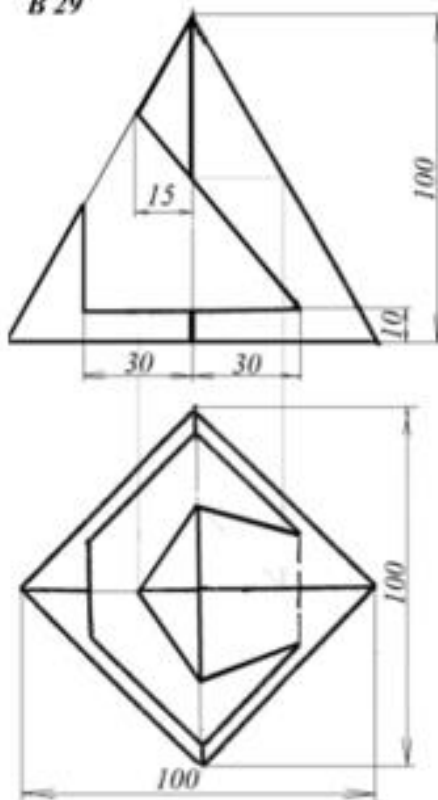
B27



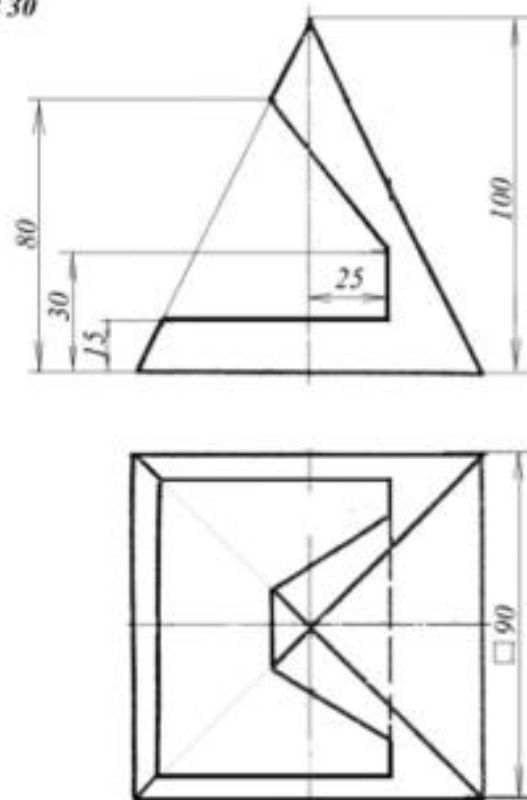
B28



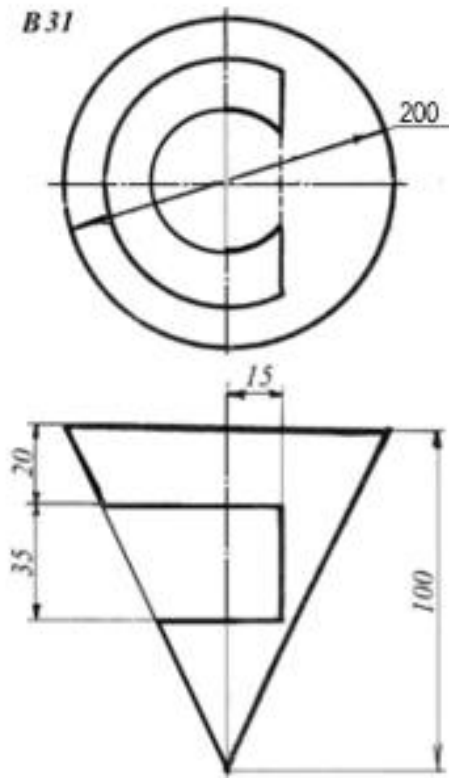
B 29



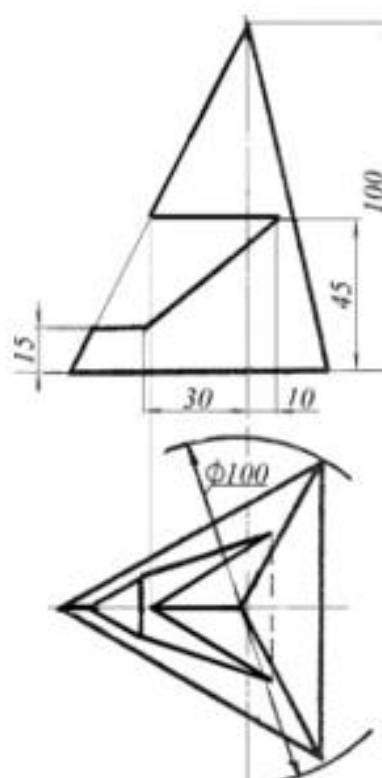
B 30



B 31



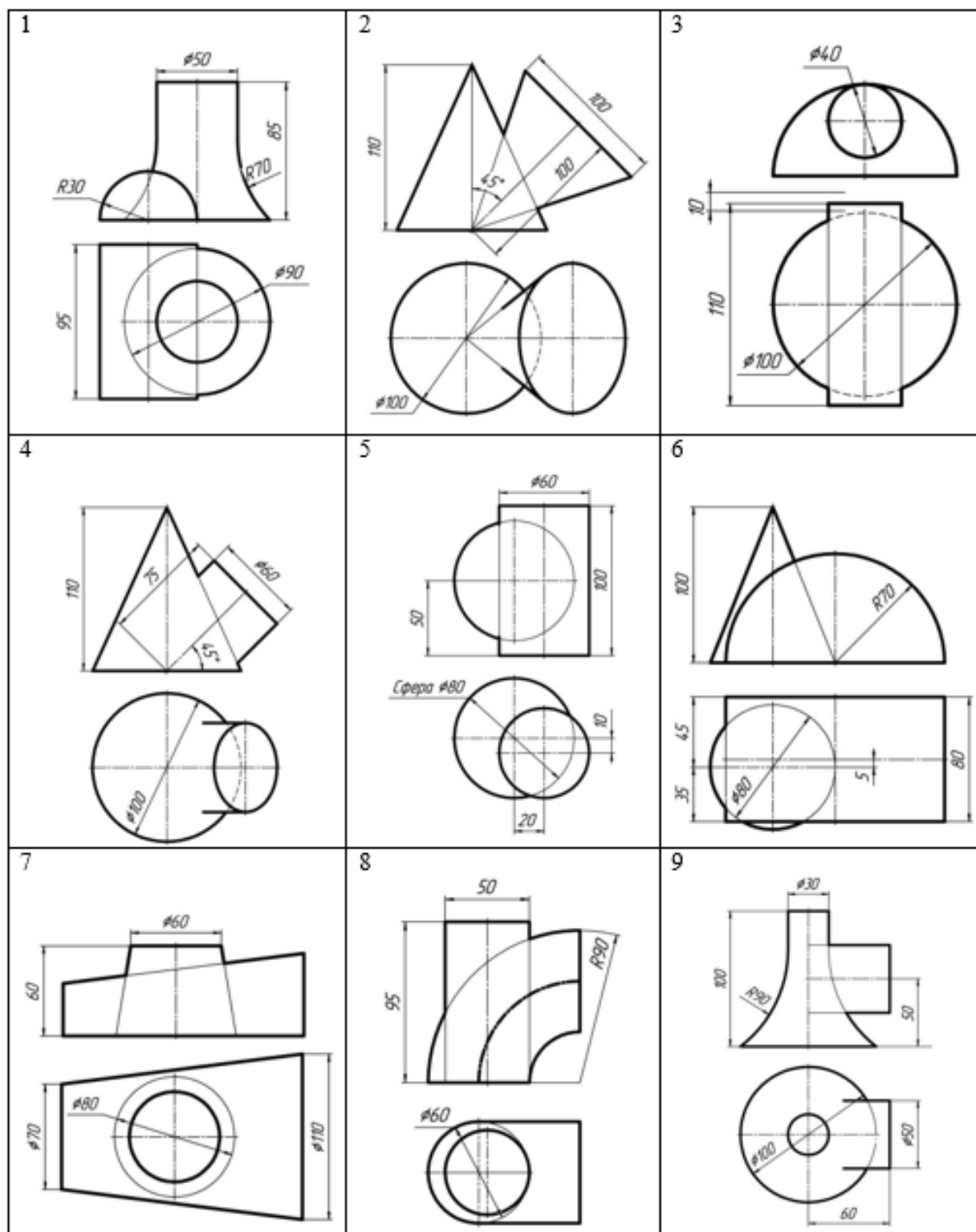
B 32

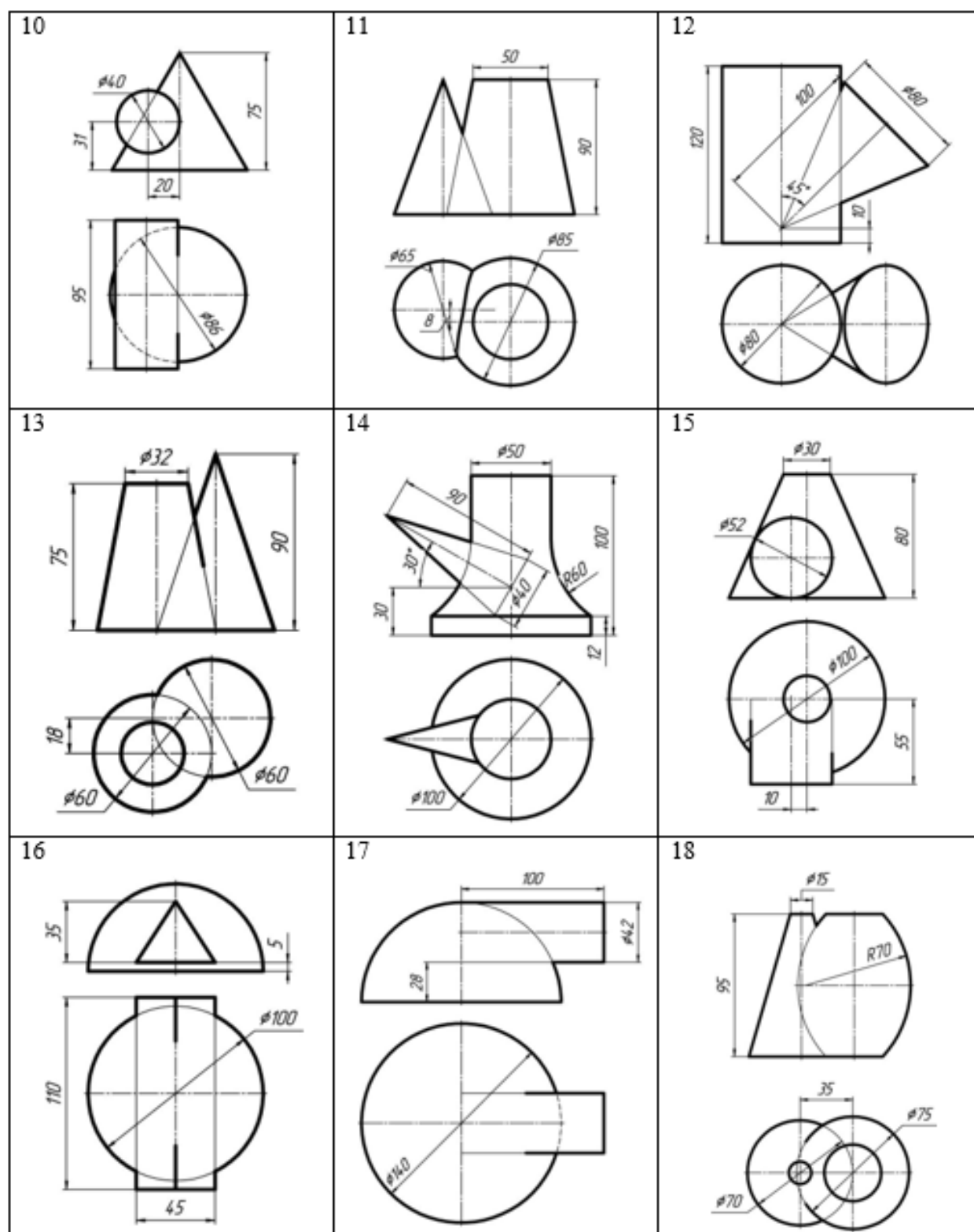


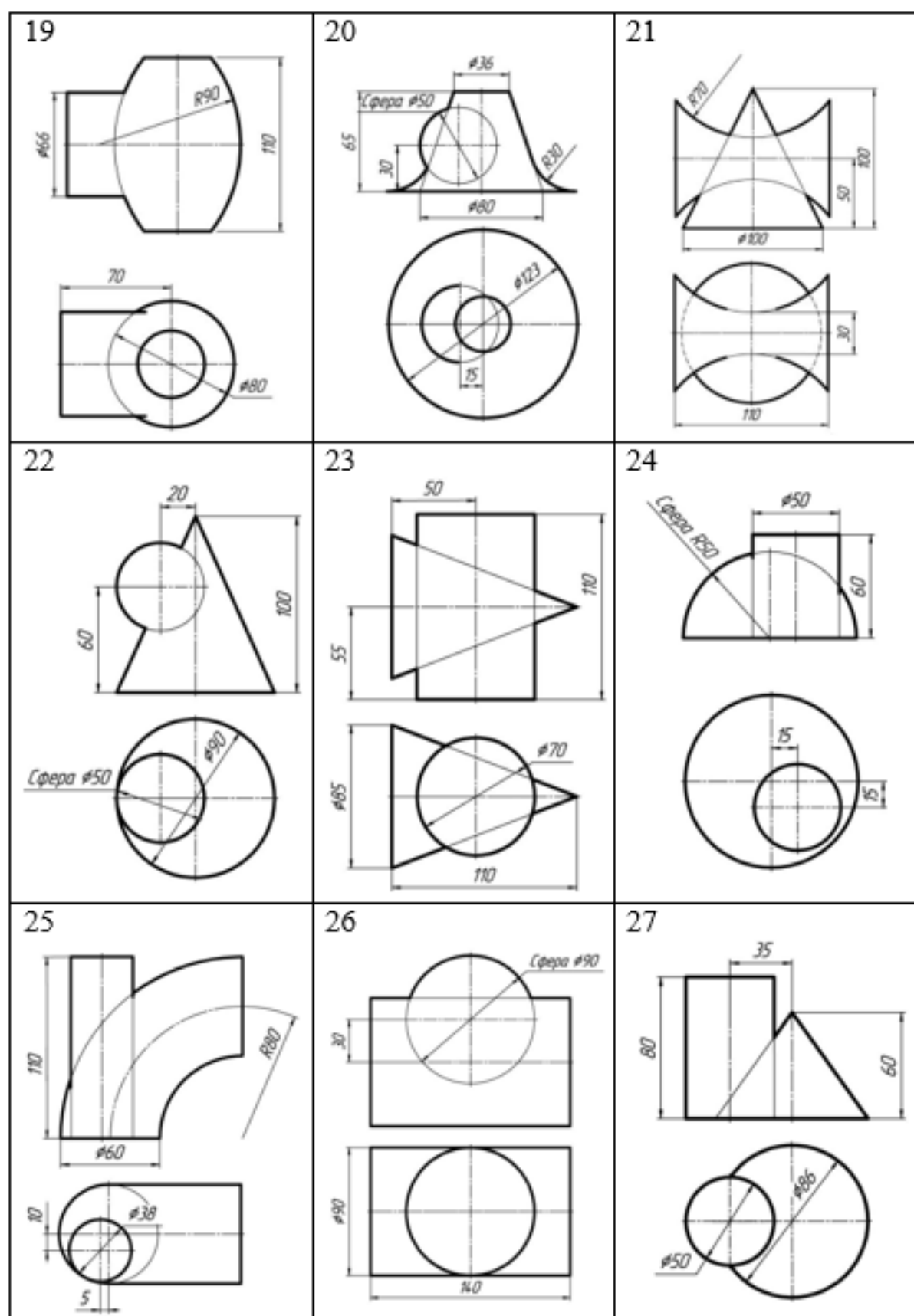
ДОДАТОК В

Вихідні дані до графічного завдання

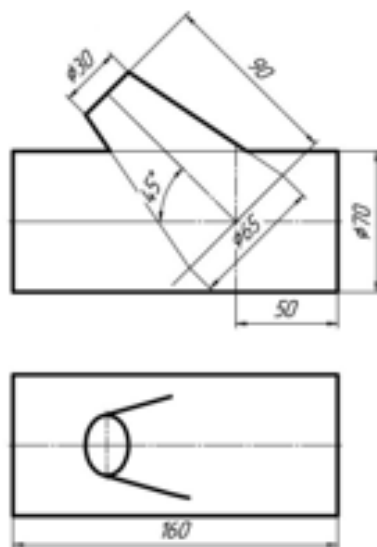
«ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ»



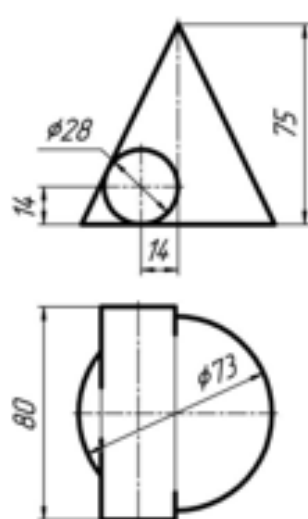




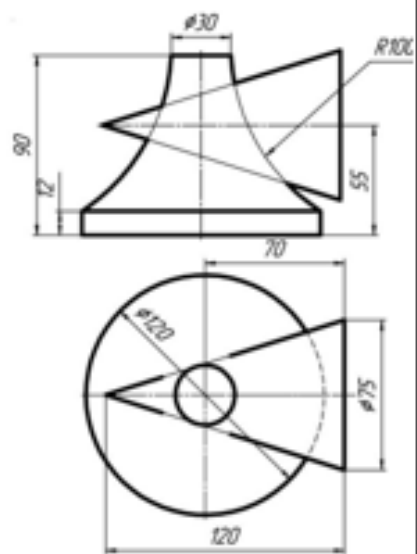
28



29



30



Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до проведення практичних занять, організації самостійної роботи
і виконання графічних робіт
із навчальної дисципліни

«ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

Модуль 1 (ЗМ 2)

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної
і заочної форм навчання зі спеціальності
G19 – Будівництво та цивільна інженерія)*

Укладачі: **ЛУСЬ** Володимир Іванович,
ЯКИМЕНКО Марина Валентинівна

Відповідальний за випуск *В. В Герасименко*
Редактор *О. А. Норик*
Комп'ютерне верстання *М. В. Якименко, І. В. Волосожарова*

План 2026, поз. 50М

Підп. до друку 06.07.2026. Формат 60 × 84/16.

Ум. друк. арк. 3,1.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.