

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
до виконання практичних та самостійних робіт
із навчальної дисципліни

«ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»

*(для здобувачів I курсу першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти денної форми навчання зі спеціальностей:
C1 – Економіка, D5 – Маркетинг, D1 – Облік і оподаткування,
D2 – Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2025

Методичні рекомендації до виконання практичних та самостійних робіт із навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» (1 курсу першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної форми навчання зі спеціальностей: С1 – Економіка, D5 – Маркетинг, D1 – Облік і оподаткування, D2 – Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва : уклад. : О. Б. Костенко, М. Ю. Воєводіна. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2025. – 63 с.

Укладачі: канд. фіз.-мат. наук, доц. О. Б. Костенко,
ст. викл. М. Ю. Воєводіна

Рецензент

Б. П. Бочаров, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою комп'ютерних наук та інформаційних технологій, протокол № 17 від 2 травня 2025 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Частина 1. Основні поняття теорії ймовірностей.....	5
Тема 1. Випадкові події.....	5
Тема 2. Основні теореми теорії ймовірностей	7
Тема 3. Формули повної ймовірності, формули Байєса	9
Тема 4. Біноміальний експеримент та формула Бернуллі. Теореми Лапласа ..	11
Тема 5. Дискретні і неперервні випадкові величини та їхні характеристики ..	15
Частина 2. Основні задачі математичної статистики	24
Тема 1. Первинне оцінювання статистичних даних	24
Тема 2. Перевірка статистичних гіпотез.....	27
Завдання до самостійної роботи.....	29
Завдання 1. Випадкові події та величини.....	29
Завдання 2. Статистична обробка даних.....	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	62

ВСТУП

Теорія ймовірностей і математична статистика є математичною дисципліною, що вивчає кількісні і якісні методи й засоби аналізу закономірностей еволюції систем прикладного характеру, що розвиваються в умовах стохастичної невизначеності.

Теорія ймовірностей і математична статистика формує базові знання у сфері застосування ймовірнісно-статистичного апарата, вивчення закономірностей у масових випадкових явищах, визначення їх ймовірнісних характеристик з метою застосування до аналізу економічних явищ та прогнозування, оскільки знання закономірностей, яким підпорядковуються випадкові масові події, дозволяє передбачати, як ці події протікатимуть надалі.

Методи теорії ймовірностей широко застосовують в різних галузях природознавства і техніки: теорії надійності, теорії масового обслуговування, фізиці, геодезії; медичній і технічній діагностиках, радіолокаційній техніці, стохастичному програмуванні, у багатьох інших теоретичних і прикладних науках.

Теорія ймовірностей і математична статистика є основою для побудови кількісних моделей керування економічними системами. Ймовірнісно-статистичні методи є базовими для теорії ухвалення рішень як важливої складової сучасного менеджменту. Статистичні показники застосовують під час оцінки ризиків в інвестиційній діяльності, в діяльності страхових компаній, а також у багатьох галузях економіки.

Теорія ймовірностей і математична статистика використовується під час планування, організації та управління виробництвом, оцінювання якості продукції, системного аналізу економічних структур та технологічних процесів, застосування математичних методів у економіці.

Тому так важливо для здобувачів опанування даної дисципліни, ознайомлення з основними поняттями, фактами, методами теорії ймовірностей і математичної статистики, це допоможе виробити в собі ймовірнісну інтуїцію, оволодіти навичками розв'язку різноманітних, в тому числі прикладних задач.

Частина 1 Основні поняття теорії ймовірностей

- Класична формула розрахунку ймовірності випадкових подій.
- Задачі на комбінаторику для обчислень кількості варіантів.
- Використання простору подій для обчислення ймовірностей.
- Формули повної ймовірності, формули Байєса.
- Біноміальний експеримент та формула Бернуллі. Теорема Лапласа.
- Дискретні і неперервні випадкові величини та їхні характеристики.

Тема 1 Випадкові події

Необхідні визначення та формули

Ймовірність події A як можливого виходу деякого експерименту визначається відношенням кількості випадків, що сприятливі для події A , до загальної кількості випадків у даному експерименті.

Таким чином, якщо m – кількість випадків, що сприятливі для події A , а n – загальна кількість випадків у даному експерименті, то ймовірність події A

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Подія, якій відповідає тільки один вихід (результат) експерименту, називається елементарною подією.

Множина U елементарних подій, що складають повну групу несумісних подій, називається простором подій.

Задача 1. У коробці лежать 13 кульок: 9 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за іншою два кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

- З'являться 2 білі кульки;
- З'являться 2 чорні кульки;
- З'явиться 2 кульки різного кольору;
- З'явиться пара однакового кольору;

Для розв'язку таких задач використовують безпосередній підрахунок кількості варіантів: можливих і сприяючих.

Побудова простору подій представлена на рисунку 1. Позначення: Б – біла кулька, Ч – чорна кулька, Х – відсутній варіант. Загальна кількість комбінацій – $13 \times 13 - 13 = 156$.

2 білі кульки: подія представлена кількістю варіантів $9 \times 9 - 9 = 72$, $P = 72/156$;

2 чорні кульки: подія представлена кількістю варіантів $4 \times 4 - 4 = 12$, $P = 12/156$;

2 кульки різного кольору: подія представлена кількістю варіантів $9 \times 4 + 4 \times 9 = 72$, $P = 72/156$;

2 кульки однакового кольору (чорні або білі): подія представлена кількістю варіантів $9 \times 9 + 4 \times 4 = 84$, $P = 84/156$;

	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	Б8	Б9	Ч1	Ч2	Ч3	Ч4
Б1	Х	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б2	ББ	Х	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б3	ББ	ББ	Х	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б4	ББ	ББ	ББ	Х	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б5	ББ	ББ	ББ	ББ	Х	ББ	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б6	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	Х	ББ	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б7	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	Х	ББ	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б8	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	Х	ББ	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Б9	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	ББ	Х	БЧ	БЧ	БЧ	БЧ
Ч1	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	Х	ЧЧ	ЧЧ	ЧЧ
Ч2	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧЧ	Х	ЧЧ	ЧЧ
Ч3	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧЧ	ЧЧ	Х	ЧЧ
Ч4	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧБ	ЧЧ	ЧЧ	ЧЧ	Х

Рисунок 1 – Простір подій для задачі 1

Задача 2. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, що відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («ч» - число очок на червоній кістці, «б» - на білій)

- $P(\text{«ч»} + \text{«б»}) = 6$;
- $P(\text{«ч»} + \text{«б»}) \neq 6$;
- $P(\text{«ч»} + \text{«б»}) = 8$, а «б» > 4.

Побудова простору подій представлена на рисунку 2. Загальна кількість можливих варіантів: $6 \times 6 = 36$.

• «ч» + «б» = 6: подія представлена кількістю варіантів 5, (1,5 – 5,1 – 2,4 – 4,2 – 3,3), $P = 5/36$;

- «ч» + «б» # 6 подія представлена кількістю варіантів $36-5 = 31$ як подія, протилежна попередній, $P = 31/36$;
- «ч» + «б» = 8, а «б» > 4 подія представлена кількістю варіантів $5-3 = 2$ ($3,5 - 2,6$), $P = 2/36$.

ч \ б	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

Рисунок 2 – простір подій для задачі 2

Тема 2 Основні теореми теорії ймовірностей

Необхідні визначення та формули

Дві події A і $\bar{A}$ називаються протилежними, якщо вони утворюють повну групу несумісних подій.

Події A і B називаються незалежними, якщо ймовірність події A не залежить від того, відбулася подія B або не відбулася.

Для залежних подій A і B ймовірність події B , яка обчислена за умови, що подія A відбулася, називається умовною ймовірністю і позначається $P_A(B)$ або $P(B/A)$.

Таблиця 1 – Основні теореми – формулювання

Теорема додавання	Ймовірність суми двох подій A і B дорівнює сумі їх імовірностей за відрахуванням імовірності добутку цих же подій	$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A * B)$.
	Для несумісних подій A і B	$P(A + B) = P(A) + P(B)$
Теорема множення	Ймовірність добутку двох подій A і B дорівнює ймовірності події A , помноженої на умовну ймовірність події B за умови, що подія A відбулася	$P(A * B) = P(A) * P_A(B) = P(B) * P_B(A)$
	Для незалежних подій A і B	$P(A * B) = P(A) * P(B)$

Задача 3. В цеху два верстати працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що протягом години перший верстат не потребуватиме наладки оператора дорівнює 0,7, для другого верстата ця ймовірність дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що протягом години жоден з верстатів не потребуватиме наладки оператора.

Введемо позначення подій: A = "перший верстат не потребуватиме наладки оператора", B = "другий верстат не потребуватиме наладки оператора". Ці події незалежні. За теоремою множення ймовірностей незалежних подій маємо:

$$P(AB) = P(A) \times P(B) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

Задача 4. Стрілець робить три постріли по мішені. Ймовірність влучення в мішень при кожному пострілі однакова і дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що в мішені буде тільки дві пробоїни.

Введемо позначення:

A_1 і $\bar{A}_1$ – відповідно влучення і промах при першому пострілі;

A_2 і $\bar{A}_2$ – відповідно влучення і промах при другому пострілі;

A_3 і $\bar{A}_3$ – відповідно влучення і промах при третьому пострілі.

Тоді подія A , яка полягає в тому, що після трьох пострілів у мішені буде тільки дві пробоїни, може наступити у випадку, якщо стрілець або влучить при першому і другому пострілах і промахнеться при третьому, або влучить при першому і третьому пострілах і промахнеться при другому, або влучить при другому і третьому пострілах і промахнеться при першому. З урахуванням введених позначень подію A можна розкласти через прості в такий спосіб:

$$A = A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3.$$

Оскільки доданки в наведеному розкладанні відповідають несумісним подіям, то ймовірність події A дорівнюватиме сумі ймовірностей цих подій:

$$P(A) = P(A_1 A_2 \bar{A}_3) + P(A_1 \bar{A}_2 A_3) + P(\bar{A}_1 A_2 A_3).$$

Оскільки всі постріли є незалежними між собою, то кожний доданок в останньому виразі можна подати як добуток ймовірностей простих подій

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3).$$

Ймовірності $P(A_1)$, $P(A_2)$ і $P(A_3)$ за умовою дорівнюють 0,9. Невідомі ймовірності $P(\bar{A}_1)$, $P(\bar{A}_2)$ і $P(\bar{A}_3)$ легко визначаються як ймовірності протилежних подій: $P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_1)$; $P(\bar{A}_2) = 1 - P(A_2)$; $P(\bar{A}_3) = 1 - P(A_3)$. Тобто усі вони дорівнюють 0,1.

Підставляючи ймовірності простих подій в останнє розкладання ймовірності $P(A)$, одержимо шуканий результат $P(A) = 0,243$.

Тема 3 Формули повної ймовірності, формули Байєса

Необхідні визначення та формули

Якщо подія A може відбутися тільки з однією з повної групи несумісних подій (гіпотез) H_i ($i = 1, 2, \dots, n$) і відома апіорна ймовірність $P(H_i)$ кожної гіпотези й умовні ймовірності $P(A/H_i)$ події A за умови, що здійснилася та або інша гіпотеза, то повна, або середня ймовірність події A визначається за формулою повної ймовірності (див табл. 2)

Якщо подія A відбулася, за формулою Байєса, можна скорегувати апіорні ймовірності гіпотез $P(H_j/A)$, що дозволяє більш об'єктивно судити про причину, яка спонукала подію.

Таблиця 2 – Формула повної ймовірності

$P(H_j / A) = \frac{P(H_j)P(A / H_j)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A / H_i)}$	Формула повної ймовірності
$P(H_j / A) = \frac{P(H_j)P(A / H_j)}{P(A)}$	Формула Байєса

Задача 5. У трьох урнах є олівці різної твердості, які позначені номерами 1 і 2. В одній урні 6 олівців № 1 і 4 олівця № 2, у другій урні - відповідно 7 і 3, в третій 6 і 5. Урни виглядають однаково. Один олівець був узятий з однієї з урн, і виявився з номером 2 твердості. Яка ймовірність того, що взятий олівець був:

- 1) у першій урні;
- 2) у другій,
- 3) у третій?

Давайте позначимо події:

Гіпотези: 1 – олівець взятий з першої урни, 2 – олівець взятий з другої урни, 3 – олівець взятий з третьої урни;

№ 2 – взятий олівець має номер 2.

За умовою задачі ймовірності гіпотез:

$$P(1) = 1/3$$

$$P(2) = 1/3$$

$$P(3) = 1/3$$

Умовні ймовірності вилучення олівця № 2 з 1, 2 або 3 урн:

$$\begin{aligned}P(\text{№}2/1) &= 4/10; \\P(\text{№}2/2) &= 3/10; \\P(\text{№}2/3) &= 5/11.\end{aligned}$$

Повна ймовірність взяти олівець № 2:

$$P(\text{№}2) = P(1) \times P(\text{№}2/1) + P(2) \times P(\text{№}2/2) + P(3) \times P(\text{№}2/3) = 1/3 \times \\ \times (7/10 + 5/11) = 0,385$$

Ймовірності того, що олівець взятий з першої, другої або третьої урни, за умови, що він виявився з номером 2, розраховується за формулами Байєса:

$$\begin{aligned}P(1 / \text{№} 2) &= \frac{P(1) \times P(\text{№} 2 / 1)}{P(\text{№} 2)} = \frac{0,133}{0,385} \approx 0.346 \\P(2 / \text{№} 2) &= \frac{P(2) \times P(\text{№} 2 / 2)}{P(\text{№} 2)} = \frac{0,1}{0,385} \approx 0.26 \\P(3 / \text{№} 2) &= \frac{P(3) \times P(\text{№} 2 / 3)}{P(\text{№} 2)} = \frac{0,152}{0,385} \approx 0.39\end{aligned}$$

Задача 6. Деталь була оброблена одним з трьох інструментів, в результаті чого була визнана несправною. Визначити ймовірність того, що деталь була визнана дефектною внаслідок обробки першим, другим або третім інструментом, якщо ймовірності несправності для них відповідно дорівнюють 0,2, 0,4, 0,6.

Давайте позначимо події:

Гіпотези: 1 – обробка першим інструментом, 2 – обробка другим інструментом, 3 – обробка третім інструментом;

Б – деталь бракована.

За умовою задачі ймовірності гіпотез

$$\begin{aligned}P(1) &= 1/3; \\P(2) &= 1/3; \\P(3) &= 1/3.\end{aligned}$$

Умовні ймовірності в разі несправності інструменту (тобто виявлення бракованих):

$$\begin{aligned}P(B/1) &= 0,2; \\P(B/2) &= 0,4; \\P(B/3) &= 0,6.\end{aligned}$$

Повна ймовірність випуску дефектної деталі:

$$P(B) = P(1) \times P(B/1) + P(2) \times P(B/2) + P(3) \times P(B/3) = 0,067 + 0,133 + 0,2 = 0,4$$

Ймовірність того, що деталь була оброблена першим, другим або третім інструментом, за умови вивільнення дефектів, розраховуються за формулами Байєса:

$$P(1 / B) = \frac{P(1) \times P(B / 1)}{P(B)} = \frac{0,067}{0,4} \approx 0.1675$$

$$P(2 / B) = \frac{P(2) \times P(B / 2)}{P(B)} = \frac{0,133}{0,4} \approx 0.3325$$

$$P(3 / B) = \frac{P(3) \times P(B / 3)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,4} \approx 0.5$$

Тема 4 Біноміальний експеримент та формула Бернуллі. Теореми Лапласа

Необхідні визначення та формули

Біноміальний експеримент: незалежний експеримент з двома виходами, один з них вважають успіхом. Формули розрахунку появи k успіхів в n експериментах наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Біноміальний експеримент

$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ n кількість незалежних випробувань k кількість успіхів p ймовірність успіху	Формула Бернуллі
$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}} \varphi(x)$ $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} ; \dots q = 1 - p$ $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \dots \text{функція Гаусса}$	Локальна теорема Лапласа
$P_n(k_1, k_2) \approx \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$ $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} ; \dots x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} ; \dots q = 1 - p$ $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \dots \text{функція Лапласа}$	Інтегральна теорема Лапласа

Задача 7. Частина продукції найвищого сорту на підприємстві становить 31 %. Знайти: а) найбільшу кількість виробів найвищого сорту у випадково

вибраній партії з 8 виробів, ймовірність цього числа та б) ймовірність того, що виробів найвищого сорту буде більше 3.

За успіх приймаємо подію: виріб найвищого сорту, його ймовірність $p = 0,31$, за невдачу – виріб не найвищого сорту, його ймовірність $1-p = 0,69$, а $q = 0,69$.

а) За формулою найбільшої кількості успіхів

$$n * p - q \leq k_0 \leq n * p + p$$

визначимо це число для кількості експериментів (вироби в партії) $n = 8$

$$8 * 0.31 - 0.69 \leq k_0 \leq 8 * 0.31 + 0.31$$

Таким чином, наймовірніша кількість успіхів (продукція найвищого сорту) $k = 2$.

Ймовірність цього числа визначається за *формулою Бернуллі*:

$$P_8(2) = C_8^2 p^2 q^{8-2} = C_8^2 0.31^2 0.69^6 = 0.29$$

$$P_8(2) = 0,29$$

б) Кількість експериментів $n = 8$, число успіхів k дорівнює – 4, 5, 6 і до 8. У цій задачі зручніше знайти ймовірність протилежної події, тобто ймовірність успіху для $k = 0, 1, 2, 3$, а потім використовувати теорему про суму ймовірностей протилежних подій.

$$P_8(0) = C_8^0 0.31^0 0.69^8 = 0,051$$

$$P_8(1) = C_8^1 \cdot 0.31^1 \cdot 0.69^7 = 1 \cdot 0.31 \cdot 0.074 = 0.18$$

$$P_8(2) = C_8^2 \cdot 0.31^2 \cdot 0.69^6 = 0.29$$

$$P_8(3) = C_8^3 \cdot 0.31^3 \cdot 0.69^5 = 0.261$$

$$P_8(> 3) = 1 - (P_8(0) + P_8(1) + P_8(2) + P_8(3)) = 1 - 0.782 = 0.218$$

Задача 8. Частина продукції найвищого сорту на підприємстві становить 31 %. Знайти: а) найбільшу кількість виробів найвищого сорту у випадково вибраній партії з 75 виробів, ймовірність цього числа та б) ймовірність того, що виробів найвищого сорту буде більше 30.

а) Кількість експериментів $n = 75$, ймовірність успіху $p = 0,31$, невдачі – $q = 0,69$.

За формулою найбільшої кількості успіхів

$$n * p - q \leq k_0 \leq n * p + q$$

визначимо це число для кількості експериментів (вироби в партії) $n = 75$

$$75 * 0.31 - 0.69 \leq k_0 \leq 75 * 0.31 + 0.31$$

Таким чином, наймовірніша кількість успіхів (продукція найвищого сорту) $k = 23$.

Імовірність цього числа визначається за теоремою Лапласа.

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}} \phi(x)$$

$$\sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{75 * 0.31 * 0.69} = 4.005$$

$$x = \frac{k - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}} = \frac{23 - 75 * 0.31}{4.005} \approx -0.0624$$

згідно таблиці:

$$\phi(0.0624) = 0.3980,$$

$$P_{75}(23) = \frac{0.3980}{4.005} \approx 0.099.$$

б) Кількість експериментів $n = 75$, кількість успіхів від $k_1 = 30$, до $k_2 = 75$.

За інтегральною формулою Лапласа:

$$P_{75}(30 \leq k \leq 75) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ де}$$

$$x_1 = \frac{30 - 75 \cdot 0.31}{4.005} \approx 1.685 \quad x_2 = \frac{75 - 75 \cdot 0.31}{4.005} \approx 12.92,$$

Значення функції шукаємо в таблиці

$$\Phi(1.685) = 0.4535, \quad \Phi(12.92) = 0.5$$

$$\text{Таким чином } P(30 \leq k \leq 75) = 0.5 - 0.4535 = 0.0465$$

Задача 9. Про екстрасенса

Звичайна людина приблизно в половині випадків вгадує, в якій руці приховано невеликий предмет. Яка ймовірність того, що:

- а) у 3 випадках з 4, відповідь буде правильною?
- б) принаймні у 9 з 10.

Успіх – подія: екстрасенс вгадав, $p = 1/2$, невдача – екстрасенс не вгадав, ймовірність $1 - p$.

а) кількість випробувань $n = 4$, кількість успіхів $k = 3$, $p = 1/2$, $q = 1/2$.

За **формулою Бернуллі**

$$P_4(3) = C_4^3 p^3 (1-p)^{4-3},$$
$$P_4(3) = 4 \times (1/2)^4 = 1/4.$$

б) кількість випробувань $n = 10$, кількість успіхів k – не менше 9-ти, тобто 9 або 10, $p = 1/2$, $q = 1/2$. Оскільки події для 9 і 10 випадків незалежні, то за **правилом додавання**:

$$P_{10}(9 \leq k \leq 10) = P_{10}(9) + P_{10}(10).$$

Доданки обчислюємо за **формулою Бернуллі**:

$$P_{10}(9) = C_{10}^9 p^9 (1-p)^{10-9} = 10 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0.0098$$

$$P_{10}(10) = C_{10}^{10} p^{10} (1-p)^0 = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0.00098$$

В результаті: $P_{10}(9 \leq k \leq 10) \approx 0.01$.

Задача 10. Рідкісне захворювання спостерігається у 1 % особин певної популяції. Яка ймовірність того, що з 1 000 особин буде виявлено не більше 20 хворих?

За успіх ми приймаємо подію: виявлена хвороба, ймовірність цієї події $p = 1/100$, невдача – хворобу не виявлено, **ймовірність $q = 1 - p$** . Кількість експериментів $n = 1\,000$, кількість успіхів k – не більше 20, тобто з 0 до 20, $k_1 = 0$, $k_2 = 20$.

Відповідно до інтегральної формули Лапласа:

$$P_{1000}(0 \leq k \leq 20) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ де}$$
$$x_1 = \frac{0 - 1000 \cdot 0,01}{\sqrt{1000 \cdot 0,01 \cdot 0,99}} \approx -3.2, \quad x_2 = \frac{20 - 1000 \cdot 0,01}{\sqrt{1000 \cdot 0,01 \cdot 0,99}} \approx 3.2,$$

а значення функції потрібно шукати в таблиці і, оскільки $\Phi(x)$ непарна, то

$$\Phi(-3.2) = -\Phi(3.2), \quad \text{а} \quad \Phi(3.2) = 0.49931.$$

Загалом маємо: $P_{1000}(0,20) = 2 * \Phi(3.2) \approx 2 * 0.49931 \approx 0.9986$.

Коментар.

Знайдена ймовірність може здатися занадто високою, але далі побачимо, що має значення не сама ймовірність, а її розподіл по інтервалах числа особин, наприклад, для наступного інтервалу такої ж довжини у нас буде:

$$P_{1000}(20,40) \approx 0.0007$$

Тема 5 Дискретні і неперервні випадкові величини та їхні характеристики

Мета роботи – опанувати обчислення:

- функцій розподілу у вигляді ряду розподілу та інтегральної функції розподілу для дискретних випадкових величин;
- функцій розподілу у вигляді щільності розподілу та інтегральної функції розподілу для неперервних випадкових величин;
- числових характеристик розподілів для дискретного та неперервного випадків.

Необхідні визначення та формули

Випадковою величиною називають величину, яка в результаті експерименту приймає заздалегідь невідоме значення.

Дискретною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до ліченої множини – скінченної або нескінченної.

Неперервною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до неперервної множини – обмеженої або необмеженої.

Закон розподілу випадкової величини – це співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними ймовірностями.

Таблиця 4 – Форми завдання випадкових величин та їх основні характеристики

Дискретна випадкова величина	Неперервна випадкова величина										
1	2										
Ряд розподілу <table><tr><td>x_i</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$\dots$</td><td>x_n</td></tr><tr><td>p_i</td><td>p_1</td><td>p_1</td><td>$\dots$</td><td>p_n</td></tr></table> $\sum_{i=1}^n p_i = 1$	x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n	p_i	p_1	p_1	$\dots$	p_n	Щільність розподілу $f(x) = F'(x)$ $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$ $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$
x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n							
p_i	p_1	p_1	$\dots$	p_n							
Інтегральна функція розподілу $F(x) = P \{ X < x \}$											

Продовження таблиці 4

1	2
Математичне сподівання	
$m_x = \sum_{i=1}^n x_i p_i$	$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$
Дисперсія	
$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx$	$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx$
Середньо квадратичне відхилення	
$\sigma_x = \sqrt{D_x}$	

Задача 11. На п'яти однакових кульках написані числа 1, 2, 3, 4, 5. Виймають три кульки.

Розглядається випадкова величина X – число кульок з непарними номерами.

Знайти закон розподілу у формі ряду розподілу, у формі $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

Випадкова величина X може приймати наступні значення: 1, 2, 3.

Ряд розподілу:

X	1	2	3
$P(X)$	3/10	6/10	1/10

Для визначення ймовірностей в нижньому рядку таблиці використовуємо класичну формулу: $P(A) = m/n$, де m – кількість випадків, сприятливих події A , n – загальна кількість випадків в експерименті.

n – це кількість всіляких трійок кульок зі вказаного набору:

$$n = C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

$m(X = 1)$ – це ті трійки, в яких одна кулька з непарним номером, а дві – з парними.

Непарних кульок – 3, парних – 2.

$$m(X = 1) = C_3^1 \cdot C_2^2 = 3 \cdot 1 = 3$$

За класичною формулою маємо $P(X = 1) = m(X = 1)/n = 3/10$.

$m(X = 2)$ – це ті трійки, в яких дві кульки з непарним номером, а одна – з парним.

$$m(X = 2) = C_3^2 \cdot C_2^1 = \frac{3!}{2!(3-2)!} \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$$

За класичною формулою маємо $P(X = 2) = m(X = 2)/n = 6/10$.

$m(X = 3)$ – це ті трійки, в яких всі три кульки з непарним номером.

$$m(X = 3) = C_3^3 \cdot 1 = 1$$

За класичною формулою маємо $P(X = 3) = m(X = 3)/n = 1/10$.

Для контролю можна перевірити суму ймовірностей для випадкової величини X :

$$P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 3/10 + 6/10 + 1/10 = 1$$

Інтегральна функція розподілу визначається за формулою $F(x) = P(X < x)$.

Таким чином:

При $x \leq 1$ і в точці $x = 1$ $F(x) = P(X < 1) = 0$.

$1 < x \leq 2$ і в точці $x = 2$ $F(x) = P(X < 2) = P(X = 1) = 0.3$

$2 < x \leq 3$ і в точці $x = 3$

$$F(x) = P(X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) = 0.3 + 0.6 = 0.9.$$

$x > 3$ і в точці $x = 4$

$$F(x) = P(X < 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0.3 + 0.6 + 0.1 = 1$$

Графік ряду розподілу представлено нижче (рис. 3):

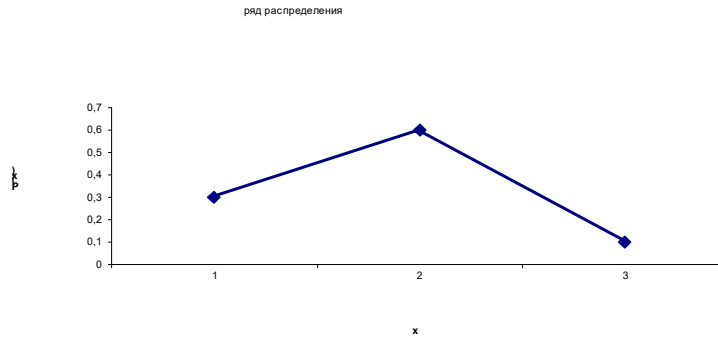


Рисунок 3 – Багатокутник розподілу

Графік $F(x)$ представлено нижче (рис. 4):

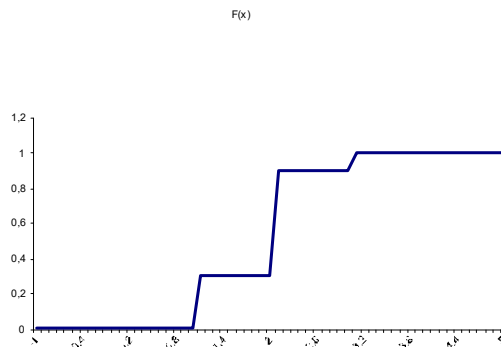


Рисунок 4 – Інтегральна функція розподілу

Математичне сподівання та дисперсія визначаються за формулами:

$$M(x) = \sum_i x_i \cdot p_i$$

$$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 \quad \text{де} \quad M(x^2) = \sum_i x_i^2 \cdot p_i$$

$$M(x) = 1 \times 0.3 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.1 = 0.3 + 1.2 + 0.3 = 1.8$$

$$M(x^2) = 0.3 + 2.4 + 0.9 = 3.6$$

$$D(x) = 3.6 - 1.44 = 2.16$$

Задача 12. Є п'ять різних ключів, з яких тільки один підходить до замка. Розглядається випадкова величина X – кількість спроб при відмиканні замка, якщо використаний ключ в наступних спробах відімкнути замок участі не приймає. Знайти закон розподілу у формі ряду розподілу, у формі $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

Випадкова величина X може приймати наступні значення: 1, 2, 3, 4, 5.

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Для визначення ймовірностей в нижньому рядку таблиці використовуємо класичну формулу: $P(A) = m/n$, де m – кількість випадків, сприятливих події A , n – загальна кількість випадків в експерименті.

$X = 1$ відповідає випадку, коли замок відчиняється з першої спроби, тобто зразу вибираємо ключ, який підходить: $m = 1$, а $n = 5$ (кількість ключів). Таким чином $P(X = 1) = m(X = 1)/n = 1/5$.

$X = 2$ відповідає випадку, коли замок відчиняється з другої спроби, тобто перший ключ не підходить до замка, а за ним – той, що відчиняє замок: отримуємо добуток ймовірностей.

$P(X = 2) = P(\text{перший ключ не відчинив}) \times P(\text{другий ключ відчинив})$.

$$P(X=2) = (4/5) \times (1/4) = 1/5.$$

Аналогічно для значень X :

$$P(X=3) = (4/5) \times (3/4) \times (1/3) = 1/5.$$

$$P(X=4) = (4/5) \times (3/4) \times (2/3) \times (1/2) = 1/5.$$

$$P(X=5) = (4/5) \times (3/4) \times (2/3) \times (1/2) \times (1/1) = 1/5.$$

Для контролю можна перевірити суму ймовірностей для випадкової величини X :

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 1$$

Інтегральна функція розподілу визначається за формулою $F(x) = P(X < x)$.

Таким чином:

При $x \leq 1$ і в точці $x=1$ $F(x)=P(X < 1)=0$.
 $1 < x \leq 2$ і в точці $x=2$ $F(x)=P(X < 2)=P(X=1)=1/5$
 $2 < x \leq 3$ і в точці $x=3$ $F(x)=P(X < 3)=P(X=1)+P(X=2)=1/5+1/5=2/5$
 $3 < x \leq 4$ і в точці $x=4$
 $F(x)=P(X < 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1/5+1/5+1/5=3/5$
 $4 < x \leq 5$ і в точці $x=5$
 $F(x)=P(X < 5)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1/5+1/5+1/5+1/5=4/5$
 > 5 і в точці $x=6$ $F(x)=P(X > 5)=1/5+1/5+1/5+1/5+1/5=1$

Графік ряду розподілу представлено нижче (рис. 5)

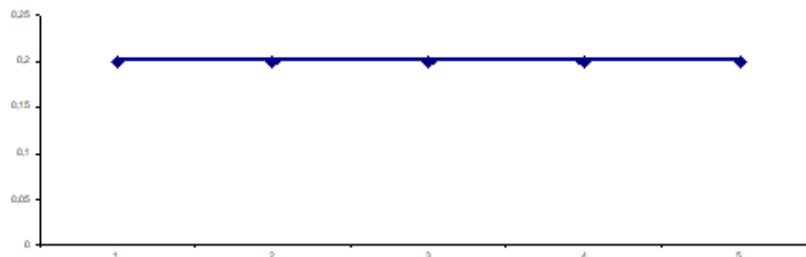


Рисунок 5 – Багатокутник розподілу

Графік $F(x)$ представлено нижче на рисунку 6 (східчаста функція):

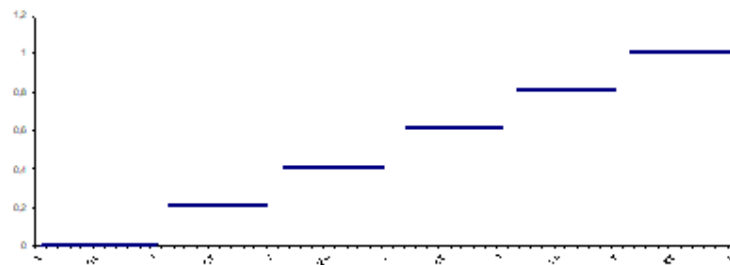


Рисунок 6 – Інтегральна функція розподілу

Математичне сподівання та дисперсія визначаються за формулами:

$$M(x) = \sum_i x_i \cdot p_i$$

$$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 \quad \text{де} \quad M(x^2) = \sum_i x_i^2 \cdot p_i$$

$$M(x) = 1 \times 1/5 + 2 \times 1/5 + 3 \times 1/5 + 4 \times 1/5 + 5 \times 1/5 = 1/5(1+2+3+4+5) = 3$$

$$M(x^2) = 1/5(1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5) = 11$$

$$D(x) = 11 - 9 = 2$$

Задача 13. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-1, 2) \\ 0, & x \notin (-1, 2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

Значення параметра a знайдемо за допомогою рівняння нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$



Рисунок 7 – Інтервали завдання неперервної випадкової величини

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} 0 dx + \int_{-1}^2 a dx + \int_2^{\infty} 0 dx = 0 + ax \Big|_{-1}^2 + 0 = 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

Тепер $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in (-1, 2) \\ 0, & x \notin (-1, 2) \end{cases}$ (рис. 7).

Математичне сподівання:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = \int_{-1}^2 x \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 x dx = \frac{1}{3} \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 = \frac{3}{6} = 0,5$$

Дисперсія:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$M(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_{-1}^2 x^2 \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 x^2 dx = \frac{1}{3} \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{9} = 1$$

$$D(x) = 1 - 0,5^2 = 0.75$$

Функція розподілу: $F(x) = \int_{-\infty}^x f(\tau) d\tau$ (див. рис. 8).

$$1. \ x \leq -1, F(x) = \int_{-\infty}^x 0 d\tau = 0$$

$$2. \ -1 < x \leq 2, F(x) = \int_{-\infty}^{-1} 0 d\tau + \int_{-1}^x \frac{1}{3} d\tau = 0 + \frac{1}{3} \tau \Big|_{-1}^x = \frac{1}{3}(x + 1)$$

$$3. \ x > 2, F(x) = \int_{-\infty}^{-1} 0 d\tau + \int_{-1}^2 \frac{1}{3} d\tau + \int_2^x 0 d\tau = 0 + \frac{1}{3} \tau + 0 = 1$$

$$\text{Функція розподілу: } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{3}(x + 1), & -1 < x \leq 2. \\ 1, & x > 2 \end{cases} \text{ (рис. 8)}$$

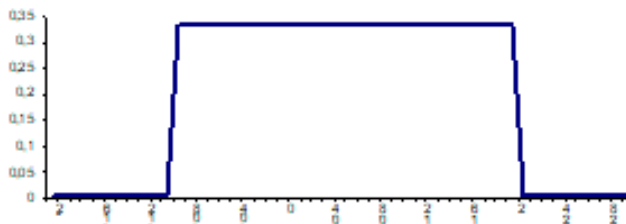


Рисунок 8 – Графік функції щільності розподілу

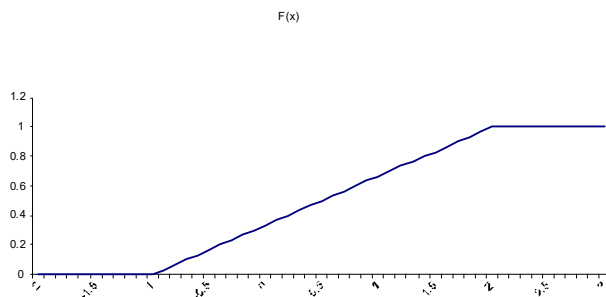


Рисунок 9 – Графік інтегральної функції розподілу

Задача 14. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ a(x^2 - 1), & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$. Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

За означенням, щільність розподілу – це перша похідна від функції розподілу.

Отримаємо:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 2ax, & x \in [1, 2] \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Значення параметра a знайдемо за допомогою рівняння нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^1 0 dx + \int_1^2 2 \cdot a \cdot x dx + \int_2^{\infty} 0 dx = 0 + 2 \cdot \frac{a}{2} x^2 \Big|_1^2 + 0 = a(4 - 1) = 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

Тепер $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & x \in [1, 2] \\ 0, & x \notin [1, 2] \end{cases}$ (рис. 9), а функція розподілу (рис. 10):

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{3}(x^2 - 1), & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Математичне сподівання:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = \int_1^2 x \frac{2}{3} x dx = \frac{2}{3} \int_1^2 x^2 dx = \frac{2}{3} \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2}{9}(8 - 1) = \frac{14}{9}$$

Дисперсія:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$M(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_1^2 x^2 \frac{2}{3} x dx = \frac{2}{3} \int_1^2 x^3 dx = \frac{2}{3} \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2}{12}(16 - 1) = \frac{5}{2}$$

$$D(x) = \frac{5}{2} - \left(\frac{14}{9}\right)^2 = 0.08$$

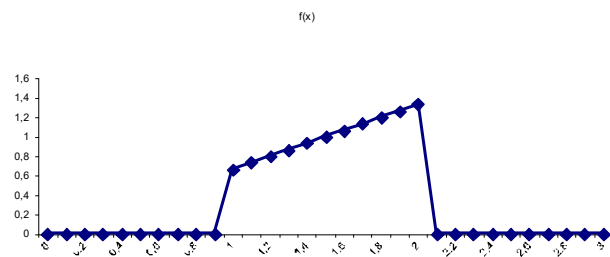


Рисунок 10 – Графік функції щільності розподілу

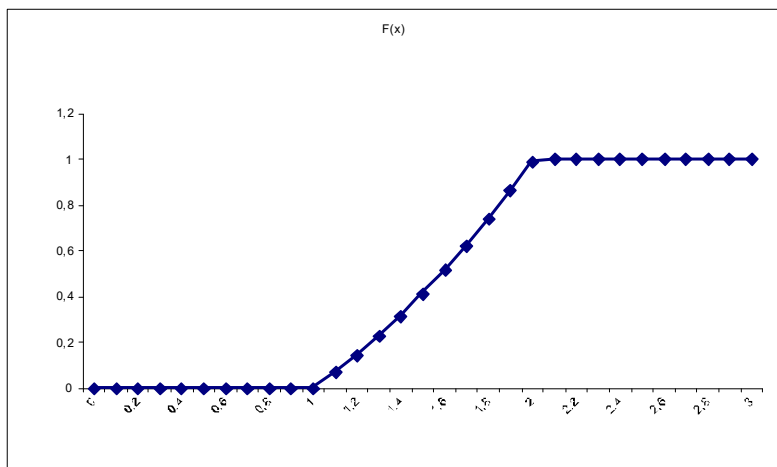


Рисунок 11 – Графік Інтегральної функції розподілу

Частина 2 Основні задачі математичної статистики

Тема 1 Первинне оцінювання статистичних даних

Мета роботи – Опрацювання вибірових даних.

Методи побудови гістограм, полігонів та емпіричних функцій розподілу.
Попередній аналіз вибірових даних

Необхідні визначення та формули

Додатне число, що вказує, скільки раз та чи інша варіанта зустрічається в таблиці даних, називається частотою.

Статистичний розподіл вибірки встановлює зв'язок між рядом варіант і відповідними частотами.

Відношення частоти варіанти до об'єму вибірки n називається відносною частотою:

$$W_i = \frac{n_i}{n}.$$

Якщо поділити всі частоти на ширину інтервалу h , то отримаємо розподіл щільності частоти вибірки:

$$\frac{n_i}{h}$$

Емпіричною функцією розподілу називають функцію, яка визначає для кожного значення x частість події $X < x$:

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}$$

Полігоном частот (відносних частот) називають ламану, відрізки якої сполучають точки (x_i, n_i) .

Гістограмою частот (відносних частот) називають ступінчасту фігуру, яка складається з прямокутників, основами яких є часткові інтервали варіант довжиною h , а висоти дорівнюють відношенню

$$\frac{n_k}{h}$$

Задача 15. При вивченні випадкової величини X у результаті 40 незалежних спостережень дістали вибірку: 10, 13, 10, 9, 9, 12, 12, 6, 7, 9, 8, 9, 11, 9, 14, 13, 9, 8, 8, 7, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 8, 7, 9, 10, 14, 13, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12. Побудувати дискретний статистичний розподіл для цієї вибірки, а також полігон частот і $F^*(x)$. Знайти моду та медіану.

Для розв'язку задачі використаємо MS Excel. Спочатку внесемо дані в клітинки на робочому листі в стовпчик A2:A41. Побудуємо Варіаційний ряд та відносна частота (рис. 11) та її графік (рис. 13) та полігон частот (рис. 14):

min=	6	max=	14								
	xi	6	7	8	9	10	11	12	13	14	КС
	частота	1	3	6	8	6	6	5	3	2	40
	відн част	0.025	0.075	0.15	0.2	0.15	0.15	0.125	0.075	0.05	1

Рисунок 12 – Варіаційний ряд та відносна частота



Рисунок 13 – Графік відносної частоти



Рисунок 14 – Полігон частот

Моду та медіану знайдемо за допомогою стандартних функцій MS Excel
 $Me = \text{MEDIAN}(A2:A41) = 10$ та $Mo = \text{MODE}(A2:A41) = 9$.

Задача 16. Побудувати емпіричну функцію розподілу, гістограму та полігон частот вибірки, поданої у вигляді таблиці частот:

інтервал	[0,2; 2,2)	[2,2; 4,2)	[4,2; 6,2)	[6,2; 8,2)	[8,2; 12,2)
n_i	70	20	4	3	3

Для розв'язку задачі та побудови діаграм використаємо MS Excel (рис. 15–18).

інтервал	0.2	2.2	4.2	6.2	8.2		
	2.2	4.2	6.2	8.2	12.2		
сер.інт.	1.2	3.2	5.2	7.2	10.2		
n_i	70	20	4	3	3	100	конр. сума
$n_i/100$	0.7	0.2	0.04	0.03	0.03	1	
$F(x)$	0.7	0.9	0.94	0.97	1		

Рисунок 15 – Розрахунки в MS Excel

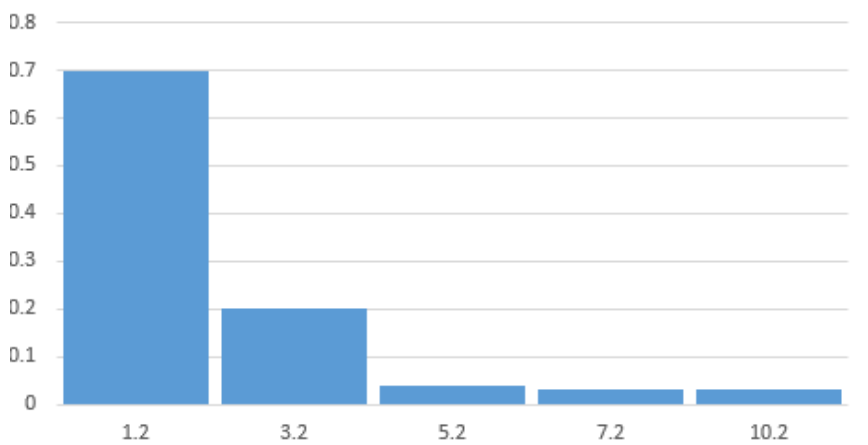
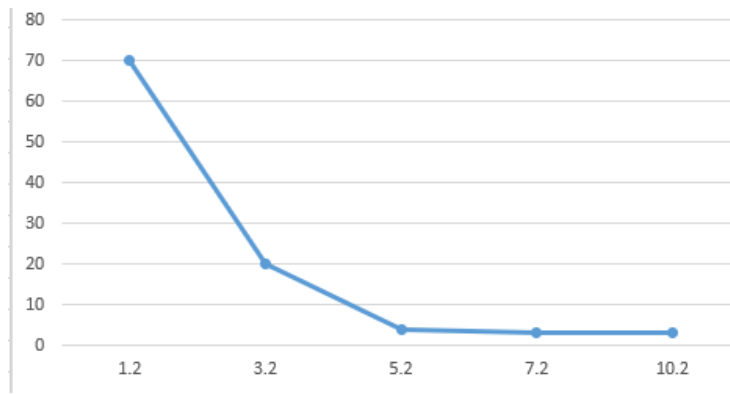
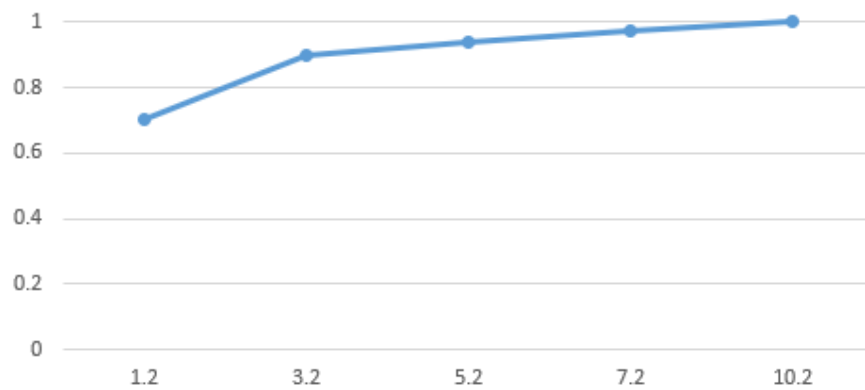


Рисунок 16 – Гістограма



Рисуюнок 17 – Полігон частот



Рисуюнок 18 – Функція розподілу $F(x)$

Тема 2 Перевірка статистичних гіпотез

Мета роботи – На основі масиву емпіричних даних висунути гіпотезу щодо закону розподілу випадкової величини. Прийняти рішення щодо прийняття гіпотези.

Послідовність дій

1. За n експериментальними даними побудувати гістограми абсолютних та відносних частот f_{emr} . Для цього:

- Розташувати дані в одному вертикальному стовпці;
- Визначити мінімальний і максимальний елемент даних.

Використати функції MS Excel MIN(масив даних), MAX(масив даних).

• Розбити весь діапазон на k інтервалів рівної довжини l . Побудувати масив меж інтервалів, кількість інтервалів $k = 12$.

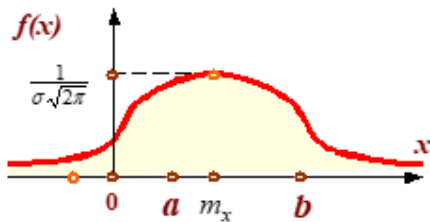
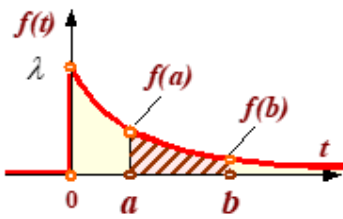
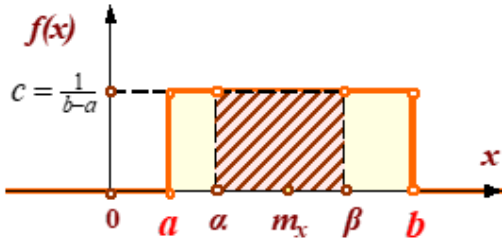
• Згрупувати дані по інтервалах (кількість попадань). Використати функцію MS Excel FREQUENCY(масив даних, масив інтервалів).

- Пронормувати кількість попадань – поділити на n . Отримуємо відносні частоти. Побудувати гістограму відносних частот.

2. Висунути гіпотезу про вид розподілу.

Гіпотезу висувають за виглядом щільності отриманого розподілу (гістограми відносних частот) – дивись таблицю.

Таблиця 5 – Схеми основних неперервних розподілів

Вид розподілу	Параметри	Графік щільності	Функція Excel
Нормальний розподіл	m_x, σ		NORM.DIST($x, m_x, \sigma, \text{FALSE}$)
Експоненційний розподіл	λ		EXPON.DIST(x, λ, FALSE)
Рівномірний розподіл	a, b		–

3. Знайти точкові оцінки, що необхідні за для перевірки гіпотези:

- Вибіркове середнє AVERAGE(масив даних);
- Стандартне відхилення STDEV.S(масив даних).

4. Побудувати ряд теоретичних частот $f_{теор}$ (функції Excel див. табл.), що базується на висунутій гіпотезі. Значення функції помножити на довжину інтервалу l . Додати до гістограми відносних частот побудований ряд теоретичних частот.

5. Перевірити гіпотезу за допомогою критерію узгодженості Пірсона χ^2 (ХІ-квадрат).

- Порахувати значення критерію для кожного інтервала

$$\chi^2 = (f_{\text{exp}} - f_{\text{теор}}) / f_{\text{теор}}$$

- Вирахувати суму значень у стовпчику $\chi^2_{\text{експ}}$

- Отримати критичне значення критерію $\chi^2_{кр}$ за допомогою функції MS Excel CHISQ.INV(p, df), де p – це ймовірність, а df – кількість ступенів свободи.

6. Якщо $\chi^2_{кр} > \chi^2_{експ}$ гіпотеза приймається.

Висновок: розбіжності емпіричного і теоретичного розподілів мають випадковий характер.

Завдання до самостійної роботи

Завдання 1. Випадкові події та величини

1-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, яке відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій:

а) число очок на червоній та білій кістці різне;

б) число очок на одній кістці в два рази більше ніж число очок на іншій кістці.

2. Частина виробів вищого сорту на даному підприємстві становить 31 %. Знайти найімовірніше число виробів вищого сорту в випадково відібраній партії з 75 (8) виробів, ймовірність цього числа і ймовірність того, що виробів вищого сорту буде понад 30 (3).

3. У цеху працюють 7 чоловіків і 3 жінки. За табельними номерами навмання відібрано 3 людини. Розглядається випадкова величина X – число чоловіків серед відібраних. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді F(x).

Побудувати багатокутник розподілу, графік F (x). Знайти M (x), D (x).

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2, & x \in [0, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a, Щільність розподілу f(x), M(x), σ(x), Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Оцінки, отримані на іспитах великою групою студентів Сорбони мають приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 58, а стандартне відхилення – 10. Побудувати схематичний графік функції щільності розподілу.

2-й ВАРІАНТ

1. Гра Тонг.

У старовинній індійській грі Тонг два гравці синхронно показують один одному або один, або два, або три пальці на правій руці. Мається на увазі, що для кожного гравця однаково можливо показати один, або два, або три пальці.

1. Побудувати простір подій, який відповідає результатам гри.

2. Знайти ймовірності подій:

а) загальне число показаних пальців парне;

б) загальне число показаних пальців більше чотирьох.

2. У трьох урнах знаходяться олівці різної твердості, позначені номерами 1 і 2. В одній урні 6 олівців № 1 і 4 олівця № 2, в другій урні - відповідно 7 і 3, в третій 6 і 5. Урни зовні однакові. З однієї з урн витягли навмання один олівець, який виявився за твердістю номером 2. Яка ймовірність того, що взятий олівець знаходився:

1) в першій урні;

2) у другій;

3) у третій?

3. В урні знаходиться 5 білих і 8 чорних кульок. З урни послідовно виймають кульки поки не з'явиться чорна кулька. Розглядається випадкова величина X - кількість вийнятих кульок. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$. Визначити характер розподілу.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-1, 2) \\ 0, & x \notin (-1, 2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , Функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Середнє число викликів, які надходять на телефонну станцію за хвилину, дорівнює двом. Знайти ймовірності того, що за 5 (2 години) хвилин надійдуть: а) два (125) виклики; б) менше двох (125) викликів; в) не менш двох (125) викликів.

3-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.

У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) обидві монети – жовті (1 або 5 коп.);

б) хлопчик вийняв менше 20 копійок.

2. Імовірність виграшу по облігації позики дорівнює 0,25. Яка ймовірність виграти по 6 (30) з придбаних 8 (70) облігацій? Яка ймовірність виграти хоча б по одній з 8 (30) облігацій?

3. Три студента здають іспит. Імовірність здати іспит для першого студента – 0,95, для 2-го – 0,9, для 3-го – 0,85. Розглядається випадкова величина X – число студентів, які здали іспит. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax, & x \in [0, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a , Щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Дискретна випадкова величина має пуасонівський розподіл, $\lambda = 1,5$. Побудувати схематичний графік функції щільності розподілу, обчислити дисперсію.

4-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за іншою два кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли пару чорних кульок;

б) витягли пару білих кульок;

в) витягли пару кульок різних кольорів.

2. Електролампи виготовляють 3 заводи. 1-й завод виробляє 45 % усієї кількості електроламп, 2-й – 40 %, 3-й – 15 %. Продукція першого заводу містить 70 % стандартних ламп, другого – 80 %, третього – 81 %. У магазин надходить продукція всіх трьох заводів.

Яка ймовірність того, що

1) куплена лампа виявиться стандартною?

2) лампа виготовлена: а) першим заводом, б) другим, в) третім, якщо вона виявилася стандартною?

3. З 5 карток з буквами З А К О Н вибирають одну за одною до першої голосної букви. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих карток. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-1, 4) \\ 0, & x \notin (-1, 4) \end{cases}$$

обчислити параметр a , Функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$. Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. На автобазі є 10 автомашин. Ймовірність виходу на лінію кожної з них дорівнює 0,9. Побудувати розподіл дискретної випадкової величини X кількості автомашин, які працюють, визначити його характер. Знайти ймовірність нормальної роботи автобазу в найближчий день, якщо для цього необхідно мати на лінії не менш 8 автомашин.

5-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, який відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій:

а) на одній кістці випало 5 очок, а на другий - менше 5 очок;

б) на білій кістці випало менше трьох очок, а на червоній – більше трьох очок.

2. Було посаджено 28 зерен ячменю з ймовірністю схожості кожного зерна 0,8. знайти:

1) найімовірніше число зерен, які зійшли;

2) ймовірність того, що зійде рівно 20 зерен;

3) зійде не менш 20 і не більше 25 зерен.

3. З 10 карток з номерами 0, 1, 2, ..., 9 вибирають навмання три. Розглядається випадкова величина X – кількість цифр, менших числа 5. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2, & x \in [0, 3] \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

обчислити параметр a , Щільність розподілу $f(x)$, моду і медіану, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Гральну кістку кидають до появи шести очок. X -число необхідних кидань. Визначити характер розподілу, знайти математичне сподівання.

6-й ВАРІАНТ

1. Три монети.

Кидають три монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності випадіння:

а) жодного герба;

б) принаймні одного герба.

2. У майстерні є 12 (75) двигунів. Імовірність того, що в даний момент двигун працює з повним навантаженням, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що в даний момент:

1) не менш 10 (60) двигунів працюють на повну потужність;

2) 3 (20) двигуни працюють з повним навантаженням.

3. На п'яти однакових кульках написані числа 1, 2, 3, 4, 5. Виймають три кульки.

Розглядається випадкова величина X – число кульок з непарними номерами.

Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax - \frac{1}{15}, & x \in (-1, 4) \\ 0, & x \notin (-1, 4) \end{cases}$$

обчислити параметр a , Функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Вимірюють вагу жінок у великій групі віком 40 років. Він має приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 68, а стандартне відхилення 9. Ті ж обстеження для групи віком 50 років мають середнє 77 і стандартне відхилення 12. Побудувати схематичні графіки функцій щільності розподілу.

7-й ВАРІАНТ

1. Гра Тонг.

У старовинній індійській грі Тонг два гравці синхронно показують один одному або один, або два, або три пальці на правій руці. Мається на увазі, що для кожного гравця однаково можливо показати один, або два, або три пальці.

1. Побудувати простір подій, який відповідає результатам гри.

2. Знайти ймовірності подій:

а) загальне число показаних пальців непарне;

б) загальне число показаних пальців менше двох;

в) загальне число показаних пальців просте.

2. Ймовірність народження хлопчика $P = 0,515$. Яка ймовірність того, що серед 10 (500) новонароджених 1) буде 4 (450) дівчинки, 2) буде не менше 7 (650) хлопчиків?

3. Гральний кубик підкинуто три рази. Розглядається випадкова величина X – кількість випадінь шести очок. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(x^2 - 1), & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a , Щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Сума балів, яку отримала на іспитах велика група студентів ХНУ, має приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 19, стандартне відхилення 2,9. Побудувати схематичний графік функції щільності розподілу.

8-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.

У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти такі ймовірності:

- а) обидві монети – білі (10 або 20 коп.);
- б) хлопчик вийняв менше 15 копійок.

2. Деталь оброблялася одним з трьох інструментів, внаслідок чого була визнана бракованою. Визначити ймовірність того, що деталь була визнана бракованою внаслідок обробки першим, другим або третім інструментом, якщо ймовірності несправності для них відповідно рівні 0.2, 0.4, 0.6.

3. Є 5 квитків по 1 гривні, 3 квитка по 3 гривні, 2 квитки за 5 гривень. Вибирають навмання 2 квитка. Розглядається випадкова величина X - сума вартостей двох квитків. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(x^3 - 1), & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a . Щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Імовірність того, що пасажир запізниться до відправлення поїзда, дорівнює 0,02. Визначити закон розподілу випадкової величини X кількість пасажирів, які запізнилися. Знайти ймовірність того, що пасажирів, які запізнилися, не буде.

9-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за іншою дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

- а) витягли пару чорних кульок;
- б) витягли пару білих кульок;
- в) витягли: спочатку білу кульку, після цього чорну.

2. В урні знаходиться 3 кульки, які можуть бути білими або чорними. Всі припущення щодо початкового складу урни однаково можливі. Проведено 4 досліди, які полягають в вийманні кожен раз по одній кульці з подальшим поверненням її в урну. З'явилися кульки: чорна, біла, біла і біла. Знайти післядослідні (апостеріорні) ймовірності різноманітних складів урни.

3. При розподілі на роботу після закінчення інституту виявилося, що кожен четвертий студент перебуває у шлюбі. У пункт А послано 3 особи. Розглядається випадкова величина X – число одружених з посланих в пункт А. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} 2ax, & x \in (1,2) \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$$

обчислити параметр a . Функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Безперервна випадкова величина має показовий розподіл, $\lambda = 4,5$. Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу, визначити дисперсію.

10-й ВАРІАНТ

1. Три монети.

Кидають три монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності випадіння:

а) жодної цифри;

б) принаймні одного герба і однієї цифри.

2. Одну і ту ж операцію виконують робочі 3, 4 і 5 розрядів. При цьому робочі, які мають 5 розряд допускають всього 2 % браку, 4–3 %, а 3–5 %. Деталь, яку перевіряли, виявилася бракованою. Яка ймовірність того, що її виготовив робочий 3, 4 або 5 розряду, якщо з 10 робочих, які виконують цю операцію, двоє мають 5 розряд, 5 – четвертий, а решта – третій розряд?

3. Випадкова величина X може приймати два можливих значення x_1 з ймовірністю 0.3 і x_2 з ймовірністю 0.7, до того ж $x_1 > x_2$. Знайти x_1 і x_2 , якщо $M(X) = 2.7$ і $D(X) = 0.21$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-2,2) \\ 0, & x \notin (-2,2) \end{cases}$$

обчислити параметр a . Функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Партія з 10 комп'ютерів містить 4 зіпсованих. З цієї партії навмання вибирають три комп'ютери. Розглядається випадкова величина X – число зіпсованих комп'ютерів серед обраних. Визначити закон розподілу. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

11-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, що відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій)

а) $P(\text{«к»} + \text{«б»} = 6)$;

б) $P(\text{«к»} + \text{«б»} > 9)$;

в) $P(\text{«к»} + \text{«б»} < 5)$.

2. З першого верстата на збірку надходить 40 %, з другого – 30 %, з третього – 20 %, з четвертого – 10 % всіх деталей. Серед деталей першого верстата 0,1 % бракованих, другого – 0,2 %, третього – 0,25 %, четвертого – 0,5 %. На збірку надійшла бракована деталь. Яка ймовірність того, що вона належить другому або третьому станку?

3. Баскетболіст закидає штрафний з ймовірністю 0,8 і отримує право на виконання трьох штрафних кидків. Розглядається випадкова величина X – число закинутих штрафних. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ ax^2 - \frac{1}{3}, & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Що ймовірніше: виграти у гравця (рівного за силою гри) 4 партії з 8 або 3 партії з 5?

12-й ВАРІАНТ

1. Гра Тонг.

У старовинній індійській грі Тонг два гравці синхронно показують один одному або один, або два, або три пальці на правій руці. Мається на увазі, що для кожного гравця однаково можливо показати один, або два, або три пальці.

1. Побудувати простір подій, яке відповідає результатам гри.

2. Знайти ймовірності подій:

а) кількість пальців, показаних гравцями, не збігається;

б) перший гравець показав один палець за умови, що загальна кількість показаних пальців більше двох.

2. Є 10 однакових урн, з яких в 9 знаходиться по 2 чорних і 2 білих кульки, а в одній 5 білих і одна чорна кулька. З урни, взятої навмання, витягнуть білу кульку. Яка ймовірність того, що кулька витягнуть з урни, в якій 5 білих кульок?

3. З аеровокзалу вирушили 3 автобуси. Ймовірності своєчасного прибуття в кінцевий пункт призначення відповідно рівні 0.7, 0.8, 0.9.

Розглядається випадкова величина X – кількість автобусів, які прибули вчасно.

Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^2, & x \in (1,2) \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Вимірюють зріст у великій групі дівчат віком 17 років. Він має приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 163, стандартне відхилення 10. Ті ж обстеження для групи віком 15 років мають середнє 157 і стандартне відхилення 12. Побудувати схематичні графіки функцій щільності розподілу.

13-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.

У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) одна монета – біла (10 або 25 коп.), інша – жовта (1 або 5 коп.);

б) хлопчик витяг більше 15 копійок.

2. На автобазі є 12 (80) автомашин. Ймовірність виходу на лінію кожної з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи автобазу в найближчий день, якщо для цього необхідно мати на лінії не менш 8 (70) автомашин.

3. В урні знаходяться 4 білих і 10 чорних кульок. З урни послідовно виймають кульки поки не з'явиться чорна кулька. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих кульок. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ ax^3 - \frac{1}{7}, & x \in [1, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Оцінки, отримані на іспитах великою групою студентів ХДУМГ, мають приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 72, а стандартне відхилення. Побудувати схематичний графік функції щільності розподілу.

14-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за іншою дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли пару чорних кульок;

б) витягли пару білих кульок;

в) витягли: спочатку чорну кульку, після цього білу.

2. Третя частина однієї з трьох партій деталей є другосортною, інші деталі у всіх партіях першого сорту. Деталь, що взяли з однієї партії, виявилася першого сорту. Визначити ймовірність того, що деталь була взята з партії, що має другосортні деталі.

3. Партія з 10 телевізорів містить 4 зіпсованих. З цієї партії навмання вибирають три телевізори. Розглядається випадкова величина X – число зіпсованих телевізорів серед обраних. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутника розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, x \in (7,12) \\ 0, x \notin (7,12) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Дискретна випадкова величина має пуасоновський розподіл, $\lambda = 10$. Побудувати схематичний графік функції щільності розподілу, обчислити математичне сподівання.

15-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, що відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій:

а) сума очок – парна;

б) на червоній кістці випало більше 5 очок;

в) або на білій кістці випало парне число очок, або на червоній випало 3 очка.

2. У команді спортсменів 4 лижники, 6 бігунів і 10 велосипедистів. Імовірність виконати норму майстра спорту для лижника одно 0.2, бігуна – 0.15, велосипедиста – 0.1. Викликаний на змагання спортсмен не виконав норму. Визначити ймовірність того, що був викликаний бігун.

3. Проводиться вибірка трьох карт з колоди (32 карти). Розглядається випадкова величина X – число королів у вибірці. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax, x \in (0,8) \\ 0, x \notin (0,8) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Безперервна випадкова величина має показовий розподіл, $\lambda = 3$. Побудувати графік функції розподілу, визначити дисперсію.

16-й ВАРІАНТ

1. Гра Тонг.

У старовинній індійській грі Тонг два гравці синхронно показують один одному або один, або два, або три пальці на правій руці. Мається на увазі, що для кожного гравця однаково можливо показати один, або два, або три пальці.

1. Побудувати простір подій, який відповідає результатам гри.

2. Знайти ймовірності подій:

а) принаймні один гравець показав менше трьох пальців;

б) перший гравець показав один палець за умови, що загальна кількість показаних пальців менше або дорівнює чотирьом.

2. Телеграфне повідомлення складається з сигналів 'точка' і 'тире'. Статистичні властивості перешкод такі, що спотворюється в середньому $2/5$ повідомлень 'точка' і $1/3$ повідомлень 'тире'. Відомо, що серед сигналів, які передаються, 'точка' і 'тире' зустрічаються в співвідношенні $5 : 3$. Визначити ймовірність того, що прийнятий правильний сигнал, якщо а) прийнятий сигнал 'точка'; б) прийнятий сигнал 'тире'.

3. З колоди карт (36) вибирають навмання 4 карти. Розглядається випадкова величина X – кількість фігур у вибірці. (Фігурою називаються валет, дама, король.)

Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ ax - \frac{1}{2}, & x \in [-1, 1] \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. На стіл з радіусом r падають краплі дощу. Розглянути випадкову величину X відстань місця падіння краплі від центру столу. Визначити розподіл випадкової величини.

17-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.

У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.

3. Побудувати відповідний простір подій.

4. Знайти ймовірності подій:

а) число, що виражає цінність (в копійках) вийнятих монет, просте;

б) число, що виражає цінність (в копійках) вийнятих монет, ділиться на 10.

2. Імовірність того, що покупцеві необхідне взуття 40-го розміру, дорівнює 0.3. Знайти ймовірність того, що з 5 (40) перших покупців взуття цей розмір буде необхідний:

- 1) одному (8);
- 2) принаймні одному (8).

3. Гральний кубик кинуто 2 рази. Розглядається випадкова величина X – сума очок при обох кидках. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ ax + \frac{1}{4}, & x \in [-1, 3] \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Відомо, що 20 % людей в певній місцевості мають блакитні очі. Навмання вибирають 10 людей. Визначити закон розподілу випадкової величини X кількість власників блакитних очей в контрольній групі. Знайти моду.

18-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за одною дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли чорну або білу пару кульок;

б) витягли: спочатку білу кульку, після цього чорну.

2. Імовірність виграти по квитку лотереї одно $1/7$. Яка ймовірність, маючи 6 (77) квитків, виграти:

1) по 2 (10) квитках;

2) не менше, ніж за трьома (13) квитках.

3. Три спортсмена беруть участь у відбіркових змаганнях. Ймовірності зарахування до збірної команди першого, другого і третього спортсмена відповідно рівні: 0.8, 0.7, 0.6. Розглядається випадкова величина X – кількість спортсменів, які потрапили в збірну. Знайти закон розподілу у вигляді ряду

розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in (0,3) \\ 0, & x \notin (0,3) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Гральну кістку кидають до появи трьох очок. X – число необхідних кидань. Визначити характер розподілу, знайти дисперсію.

19-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, яке відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій)

а) «к» > 2 або «б» > 3;

б) «к» < 2 і «б» > 3;

в) «к» < 2 або «б» < 4.

2. При сталому технологічному процесі фабрика випускає в середньому 70 % продукції першого сорту. Чому дорівнює ймовірність того, що в партії з 1 000 (10) деталей кількість першосортних

1) точно так само 680 (6);

2) від 680 (6) до 760 (8)?

Знайти найімовірніше число першосортних деталей в цій партії.

3. Випробовується пристрій, який складається з 4 незалежно працюючих деталей. Ймовірності відмови в роботі для кожної з деталей такі: 0.3; 0.4; 0.5; 0.6.

Розглядається випадкова величина X – число деталей, які відмовили в роботі при випробуванні. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax, & x \in [0, 4] \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Проводиться вибірка трьох карт з колоди (32 карти). Розглядається випадкова величина X – число дам у вибірці. Визначити закон розподілу. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

20-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.

У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) хлопчик витяг більше, ніж 15 копійок і одна з монет – жовта (1 або 5 коп.);

б) хлопчик витяг більше, ніж 15 копійок за умови, що одна з монет жовта (1 або 5 коп.).

2. Імовірність того, що телевізор потребуватиме ремонту протягом гарантійного терміну, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що з 6 (600) телевізорів протягом гарантійного терміну

1) не більш 1 (100) потребуватиме ремонту;

2) хоча б 1 (100) потребуватиме ремонту.

3. Використовуваний метод лікування призводить до одужання в 80 % випадків.

Розглядається випадкова величина X – число хворих, які одужали з групи в 5 чоловіків. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ ax - 1, & x \in [5, 10] \\ 1, & x > 10 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Вимірюють зріст у великій групі призовників. Він має приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 168, а стандартне відхилення 6. Побудувати схематично графіки функцій розподілу і щільності розподілу.

21-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за одною дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли чорну або різнокольорову пару кульок;

б) витягли: спочатку білу кульку, після цього чорну.

2. Агрегат складається з 10 деталей. Вихід з ладу кожної деталі відбувається незалежно і призводить до виходу з ладу всього агрегату. За значеннями ймовірностей виходу з ладу деталі розподілені на три групи по кількості 2, 3, 5. Ймовірність виходу з ладу деталі першого типу за час роботи T дорівнює 0.03; другого – 0.02; третього – 0.01. Визначити ймовірність відмови в роботі агрегату за час T .

3. З 16 лотерейних квитків виграшних 4. Одночасно купуються три квитка. Розглядається випадкова величина X – число програшних квитків серед придбаних. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-5, -2) \\ 0, & x \notin (-5, -2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Продавець морозива заробляє в сонячний день 16 грн, а під час дощу – тільки 12 грн. Знайти очікуваний дохід від денного продажу, якщо ймовірність дощу дорівнює 0,35.

22-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, що відповідає цьому експерименту.
2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій)

- а) «к» + «б» = 5 або «к» + «б» = 7;
- б) «к» + «б» = 5 і «к» + «б» = 7;
- в) «к» < 2 і «б» < 4.

2. Імовірність того, що пасажир запізниться до відправлення поїзда дорівнює 0,02. Знайти найімовірніше число пасажирів, які запізнилися з 85 (7). Знайти ймовірність того, що число пасажирів, які запізнилися буде:

- 1) рівно 20 (1);
- 2) не перевищить 20 (1).

3. Звичайна людина приблизно в половині випадків вгадує, в якій руці захований невеличкий предмет. Розглядається випадкова величина X – число правильних відгадування з 10 спроб. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in (0,6) \\ 0, & x \notin (0,6) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Безперервна випадкова величина має показовий розподіл, $\lambda = 6$. Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу, визначити дисперсію.

23-й ВАРІАНТ

1. Задача про монети.
У хлопчика в кишені є чотири монети номіналом 1, 5, 10 і 25 копійок. Він виймає одну за одною дві монети.
1. Побудувати відповідний простір подій.
2. Знайти ймовірності подій:
 - а) хлопчик витяг менше 20 копійок або одна з монет – жовта (1 або 5 коп.);
 - б) хлопчик витяг менше 20 копійок за умови, що одна з монет жовта (1 або 5 коп.).

2. У приймачі є 14 радіоламп двох типів; 6 ламп першого і 8 ламп другого типу. Ймовірність виходу з ладу за час T для лампи 1 типу одно 0.002, а для лампи 2 типу – 0.004. Визначити ймовірність виходу приймача з ладу внаслідок

виходу з ладу хоча б однієї лампи. Яка ймовірність того, що вийшла з ладу лампа 1 типу, коли стало відомо, що приймач вийшов з ладу?

3. Застосований метод лікування призводить до одужання в 80 % випадків.

Розглядається випадкова величина X – число хворих, що не одужали з групи в 5 чоловіків. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$.

Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2, & x \in [0, 5] \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Баскетболіст закидає штрафний з ймовірністю 0.85 і отримує право на виконання трьох штрафних кидків. Розглядається випадкова величина X – число закинутих штрафних. Визначити закон розподілу. Побудувати графік $F(x)$.

24-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за одною дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли білу або різнокольорову пару кульок;

б) витягли: спочатку чорну кульку, після цього білу.

2. На першому заводі з кожних 100 ламп проводиться в середньому 90, на другому – 95, на третьому – 85 ламп першого сорту. У магазині продукція кожного заводу представлена відповідно 50, 30, 20 %. Яка ймовірність того, що лампа виготовлена на першому заводі, другому або третьому, якщо внаслідок покупки стало відомо, що вона першого сорту.

3. Гра полягає в накиданні кілець на кілочок. Гравець отримує 5 кілець і кидає до першого влучного кидка, ймовірність якого для кожного кидка постійна і дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число невикористаних кілець. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$.

Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in (0, 1.5) \\ 0, & x \notin (0, 1.5) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Гральну кістку кидають до появи шести очок. X – кількість необхідних кидань. Визначити характер розподілу, знайти ймовірність того, що кількість кидань дорівнює 3.

25-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, яке відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій)

а) «к» не дорівнює «б»;

б) «б» = 4 за умови «к» + «б» = 11.

2. На двох автоматах виготовляються однакові деталі. Ймовірність виготовлення деталі екстра-класу на 1 верстаті 0.92; на 2–0.8. На верстаті 1 виготовляється в 3 рази більше деталей, ніж на верстаті 2. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь виготовлена на 2-му верстаті, якщо вона виявилася вищої якості?

3. З 16 лотерейних квитків виграшних 4. Одночасно купують три квитка. Розглядається випадкова величина X – число виграшних квитків серед придбаних. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$.

Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ ax - \frac{1}{3}, & x \in [2, 8] \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Тривалість міжміської телефонної розмови вимірюється хвилинами і є випадковою величиною з геометричним розподілом з параметром p . Яка ймовірність того, що розмова буде тривати ще 3 хвилини, якщо до цього вона тривала 10 хвилин?

26-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за одною дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли різнокольорову пару кульок;

б) витягли: спочатку чорну кульку, після цього білу.

2. У групі 20 осіб: 12 хлопців і 8 дівчат. 3 хлопців до семінару підготувалося п'ятеро, а з дівчат – шестеро. Когось викликали ... відповіді не пролунали. Яка ймовірність того, що а) була викликали дівчину, б) викликали хлопця?

3. Професор викликав через старосту на обов'язкову консультацію трьох студентів з 7 відстаючих. Староста забув прізвища, названі професором, і послав 3 студентів, які відстають, навмання. Розглядається випадкова величина X – кількість студентів, яких послав староста з тих, кого запросив професор.

Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in (-1,1) \\ 0, & x \notin (-1,1) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Імовірність виграти гру для певної команди дорівнює $1/8$. Проводиться серія з 6 ігор. Визначити закон розподілу випадкової величини X кількості успішних ігор. Знайти моду.

27-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, який відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій).

а) «к» менше або дорівнює $2 + \text{«б»}$;

б) «к» = 11 за умови «к» + «б» < 4.

2. У правій кишені є три монети по 50 коп. і 4 монети по 5 коп., а в лівому – 6 монет по 50 коп. З правої кишені в лівий навімання перекладають п'ять монет. Визначити ймовірність витягти з лівої кишені після перекладання монети в 50 коп., якщо вона береться навімання.

3. Гральний кубик кинуто 2 рази.

Розглядається випадкова величина X – добуток очок при обох кидках. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^3, & x \in [0, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

обчислити параметр a , щільність розподілу $f(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Дискретна випадкова величина має пуасонівський розподіл, $\lambda = 2,5$. Побудувати схематично графік функції щільності розподілу, обчислити дисперсію.

28-й ВАРІАНТ

1. Задача про кульки.

У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. Навмання виймають одну за одною дві кульки.

1. Побудувати відповідний простір подій.

2. Знайти ймовірності подій:

а) витягли пару білих кульок;

б) витягли: спочатку білу кульку, після цього чорну.

2. На факультеті вчиться 620 студентів. Імовірність того, що студент не здасть сесію, дорівнює 0,04. Знайти найімовірніше число студентів, які не склали сесію. Знайти ймовірність того, що сесію здадуть успішно: 1) 590 студентів; 2) не менше 600 студентів.

3. Імовірність того, що в бібліотеці необхідна студенту книга вільна, дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число бібліотек, які відвідав студент для отримання необхідної книги, якщо в місті 4 бібліотеки. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} a, x \in (3,8) \\ 0, x \notin (3,8) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Імовірність виграти по квитку лотереї дорівнює $1/15$. Хтось має 6 квитків. Визначити закон розподілу випадкової величини X кількості виграшних квитків. Знайти ймовірність виграти не менше як за двома квитками.

29-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, яке відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій).

а) сума очок не дорівнює 11;

б) «к» = 5 за умови «к» + «б» > 10.

2. 3 партії, в якій частина першосортних деталей дорівнює 0.8, відібрані 60 (7) одиниць. Визначити 1) ймовірність того, що деталей 1-го сорту серед відібраних точно 48 (5); 2) ймовірність того, що першосортних деталей серед відібраних не менш 40 (4), але не більше 48 (6); 3) найімовірніше число першосортних деталей у відібраній партії.

3. Пошкодження зв'язку відбулося на одній з п'яти ділянок телефонного кабелю. Монтер послідовно перевіряє ділянки для усунення пошкодження. Імовірність ушкодження зв'язку однакова для всіх ділянок. Розглядається випадкова величина X – число обстежених ділянок. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, x \in (0,2) \\ 0, x \notin (0,2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Вимірюють зріст у великій групі курсантів військового училища. Він має приблизно нормальний розподіл, середнє дорівнює 169, а стандартне відхилення 6. Побудувати схематично графіки функцій розподілу і щільності розподілу. Визначити ексцес.

30-й ВАРІАНТ

1. Дві гральні кістки.

Експеримент полягає в киданні двох звичайних гральних кісток, які відрізняються тільки кольором (червона і біла) і в спостереженні за числом очок на їх верхніх гранях.

1. Побудувати простір подій, який відповідає цьому експерименту.

2. Знайти ймовірності подій: («к» – число очок на червоній кістці, «б» – на білій).

а) на жодній кістці не випало ні трьох, ні чотирьох очок;

б) «б» більше або дорівнює 4 за умови «к» + «б» = 8.

2. Гральний кубик підкинуто 100 (5) разів. Знайти ймовірність того, що:
1) 5 очок випадуть 50 (2) раз, 2) 6 очок випадуть понад 50 (2) раз.

3. Є п'ять різних ключів, з яких тільки один підходить до замку. Розглядається випадкова величина X – число спроб при відмикання замка, якщо випробуваний ключ в наступних спробах відкрити замок не бере. Знайти закон розподілу у вигляді ряду розподілу, у вигляді $F(x)$. Побудувати багатокутник розподілу, графік $F(x)$. Знайти $M(x)$, $D(x)$.

4. Безперервна випадкова величина представлена функцією щільності розподілу:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in (0,2) \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

обчислити параметр a , функцію розподілу $F(x)$, $M(x)$, $\sigma(x)$, побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

5. Гральну кістку кидають до появи парного числа очок. X – число необхідних кидань. Визначити характер розподілу, знайти математичне очікування.

Завдання 2 Статистична обробка даних

Завдання виконується за індивідуальним варіантом. Дані за Вашим варіантом вибрати або з файлу Excel «30 варіантів зі статистики» в дистанційному курсі або з таблиці 6 нижче.

Рекомендація: для зручності виконання завдання використовувати MS Excel, який має для таких розрахунків та для графічної інтерпретації результатів зручний інструментарій.

Порядок виконання завдання з обробки даних

1. За експериментальними даними побудувати гістограми абсолютних та відносних частот.

Інтервали			частота	відн. Частот.	середини інтервалів	аргумент ϕ	значение ϕ	теор.част.
15.302	17.464	1	1.000	1	0.01	16.4	-2.828	0.007
17.464	19.626	2	2.000	1	0.01	18.5	-2.321	0.027
19.626	21.788	3	5.000	3	0.03	20.7	-1.815	0.077
21.788	23.950	4	14.000	9	0.09	22.9	-1.308	0.170
23.950	26.112	5	30.000	16	0.16	25.0	-0.802	0.289
26.112	28.274	6	52.000	22	0.22	27.2	-0.295	0.382
28.274	30.436	7	70.000	18	0.18	29.4	0.212	0.390
30.436	32.599	8	82.000	12	0.12	31.5	0.718	0.308
32.599	34.761	9	92.000	10	0.10	33.7	1.225	0.188
34.761	36.923	10	99.000	7	0.07	35.8	1.732	0.089
36.923	39.085	11	99.000	0	0.00	38.0	2.238	0.033
39.085	41.247	12	100.000	1	0.01	40.2	2.745	0.009
41.247	довжина інтервала							
		2.162		100	1.00		нормальний розподіл	
		мінімум					коєф. $1/\sqrt{2} \cdot \pi$	0.39894228
		15.302					коєф. частот	50.66365757
		максимум						
		41.247						
	вибіркове середнє							
		28.452	28.45173	28.452				
	вибіркова дисперсія							
				18.21163				
		ср. кв. відхил.		4.267508				

Рисунок 19 – Приклад розрахунків в MS Excel

2. Висунути гіпотезу про вид розподілу.
Гіпотезу висувають за виглядом щільності отриманого розподілу (гістограми).
3. Знайти точкові оцінки, що необхідні за для перевірки гіпотези.
4. Викреслити теоретичну гістограму, що базується на висунутій гіпотезі.

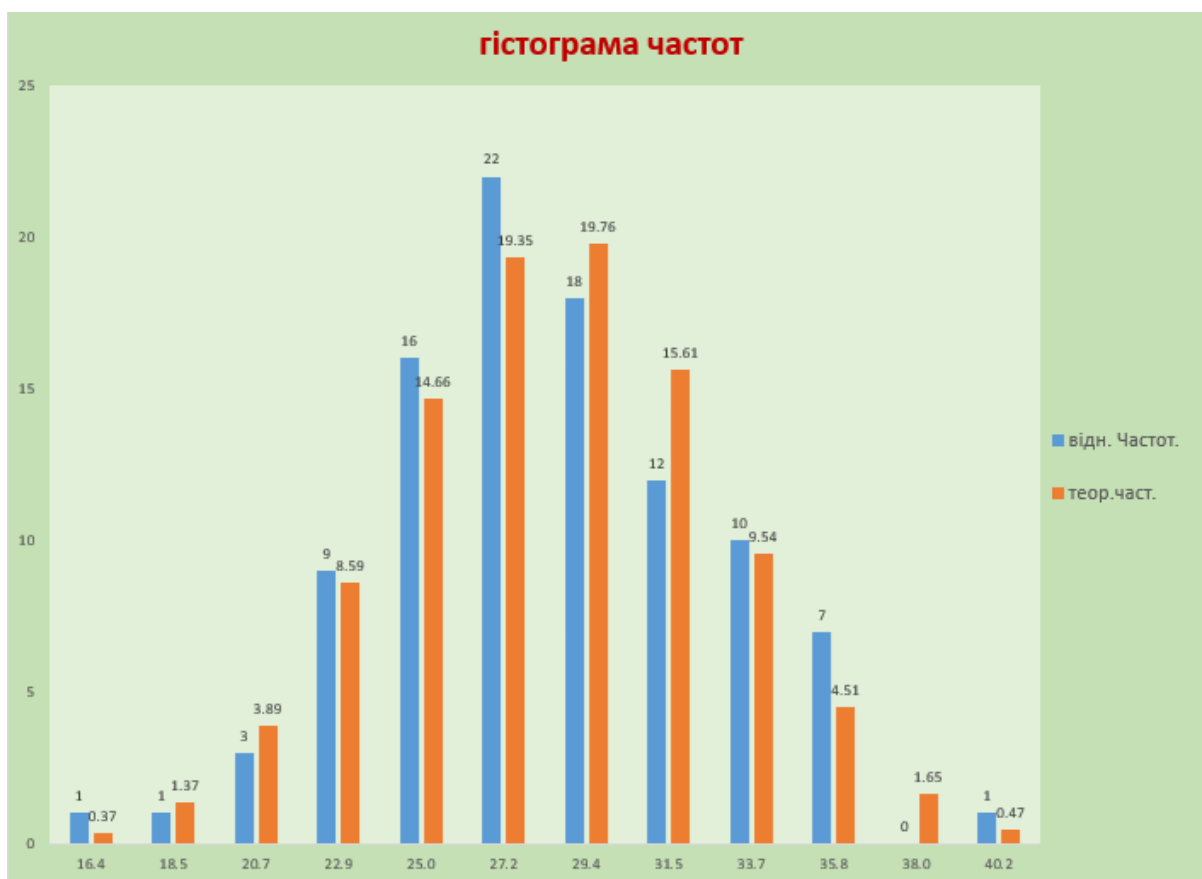


Рисунок 20 – Приклад графічної інтерпретації даних в MS Excel

5. Перевірити гіпотезу за допомогою критерію Пірсона.

Таблиця 6 – Варіанти для виконання завдання

варіант 1

0.462	-0.052	-1.892	-0.161	6.348	5.836	5.279	-0.185	1.760	7.821
3.071	2.005	1.631	4.191	4.488	2.763	3.249	4.267	0.684	2.597
-1.389	3.605	8.042	0.277	5.359	2.623	-0.353	5.172	3.873	0.355
-2.801	0.122	-0.981	1.819	-0.026	1.218	5.840	5.414	2.001	-2.394
5.024	-5.120	2.270	-1.090	0.609	1.177	2.268	3.989	6.402	1.176
1.164	-0.271	1.421	2.079	2.557	0.071	2.147	1.931	-0.432	2.714
2.199	-1.607	3.813	4.243	-4.792	-0.590	0.286	5.461	6.190	0.595
2.093	2.613	3.537	2.914	1.593	2.257	0.434	3.922	0.457	1.501
3.179	1.506	3.169	0.540	2.858	2.246	3.058	8.358	2.783	1.592
6.107	7.174	-1.400	6.864	-0.498	-1.200	1.453	2.465	4.925	2.378

варіант 2

1.196	1.521	1.823	1.931	1.897	1.260	0.307	1.466	0.849	0.137
3.114	-0.236	-0.694	1.386	-0.429	0.589	1.874	0.431	0.090	0.132
2.097	-0.023	-0.252	1.625	0.262	1.541	1.664	1.520	1.146	0.949
1.316	1.249	0.829	0.547	1.294	1.151	0.066	1.793	1.716	2.044

1.811	1.617	0.755	0.914	1.685	1.791	1.358	0.789	0.844	1.136
1.864	2.958	1.069	1.565	1.557	2.891	2.479	-1.294	1.662	0.559
0.526	1.089	0.301	1.347	0.125	2.900	-1.726	1.870	3.179	2.085
2.176	0.029	-0.576	1.464	2.474	2.165	0.237	1.509	1.496	0.198
0.373	0.447	0.654	0.536	1.251	0.627	0.727	2.290	1.194	3.086
-0.562	1.079	1.420	2.627	1.620	-0.717	-0.373	3.396	1.733	0.997

варіант 3

-2.301	3.908	5.469	7.123	10.466	1.560	4.553	-0.760	-6.385	10.049
2.182	-3.212	-2.548	4.909	6.063	0.340	10.560	6.381	9.187	5.934
-1.073	7.972	-0.682	3.887	2.703	0.141	-2.763	5.393	6.574	3.136
7.696	3.793	2.520	-3.970	0.192	8.323	3.311	2.874	8.483	4.922
4.132	1.767	5.649	1.315	0.120	6.950	-2.433	2.188	1.669	2.859
6.570	6.667	0.757	-0.847	1.517	-0.367	6.817	4.313	6.064	8.274
3.849	6.215	10.094	-2.592	2.093	4.876	3.031	4.823	6.697	4.925
2.272	2.361	9.443	0.063	2.509	-0.892	2.404	-4.178	8.883	-0.140
-4.206	-0.499	6.104	5.686	1.634	1.258	4.601	-6.196	4.904	0.420
-2.881	6.928	-3.003	-2.369	12.817	4.694	8.890	5.102	7.412	1.678

варіант 4

12.625	-9.363	6.321	3.235	7.955	10.426	3.715	10.678	-4.400	16.215
12.648	5.361	5.526	-2.760	-1.260	4.304	3.132	10.354	-4.648	8.408
3.656	4.940	8.033	-1.246	2.374	5.254	3.235	7.112	-3.267	10.572
-4.416	9.154	2.277	12.164	1.017	11.048	8.547	10.119	3.956	10.806
4.981	11.614	2.885	2.613	-0.349	-1.859	9.217	6.382	8.577	6.484
5.614	-10.618	-3.238	4.306	-3.090	2.827	3.421	0.787	-3.487	7.381
8.412	5.610	-1.878	4.832	6.693	12.273	6.337	2.342	5.971	9.147
7.630	-1.861	6.689	2.250	3.516	5.350	-0.364	4.041	3.483	7.956
7.692	4.360	1.395	9.914	2.380	13.747	-3.475	12.637	16.956	3.825
1.531	7.921	6.451	5.066	-9.218	7.375	4.054	8.696	-4.872	1.271

варіант 5

29.455	28.482	35.539	23.392	30.273	21.491	34.859	33.017	37.603	35.900
34.071	26.507	30.859	32.992	30.639	35.939	35.645	25.229	29.995	32.876
27.223	27.918	25.541	21.069	28.896	30.040	28.370	31.930	32.777	36.290
20.765	42.584	35.101	29.618	27.752	31.538	21.723	33.730	29.947	25.823
27.549	24.219	27.490	35.920	29.251	34.592	34.483	27.348	23.031	24.458
32.176	24.560	28.476	25.825	25.705	30.508	31.588	27.591	36.434	26.106
36.312	27.963	25.621	27.705	32.700	29.825	31.879	33.569	32.520	32.193
35.255	25.880	30.161	26.262	26.136	26.711	27.061	17.506	31.145	28.422
29.870	38.799	22.464	38.249	31.064	24.974	28.351	27.271	27.366	23.028
36.685	23.584	37.078	29.634	23.608	26.228	26.592	26.213	30.630	27.603

варіант 6

0.206	0.042	0.470	0.415	0.119	0.250	0.047	0.087	0.326	0.008
0.326	0.115	0.171	0.206	0.254	0.131	0.179	0.255	0.045	0.066
0.014	0.095	0.067	0.005	0.061	1.304	0.076	0.109	0.172	0.192
0.049	0.059	0.219	0.133	0.089	0.115	0.201	0.267	0.033	0.077
0.189	0.036	0.045	0.027	0.154	0.129	0.322	0.057	0.100	0.248

0.038	0.042	0.271	0.016	0.018	0.032	0.297	0.148	0.034	0.150
0.161	0.176	0.110	0.012	0.616	0.011	0.067	0.011	0.046	0.242
0.114	0.246	0.031	0.104	0.012	0.601	0.083	0.231	0.032	0.436
0.439	0.048	0.206	0.086	0.103	0.291	0.004	0.116	0.172	0.085
0.229	0.006	0.039	0.394	0.463	0.022	0.178	0.188	0.068	0.163

варіант 7

0.131	0.087	0.025	0.095	0.740	0.060	0.062	0.095	0.368	0.092
0.608	0.152	0.022	0.005	0.043	0.268	0.056	0.043	0.159	0.154
0.042	0.117	0.470	0.001	0.005	0.046	0.102	0.091	0.202	0.022
0.136	0.005	0.310	0.022	0.078	0.290	0.056	0.182	0.180	0.244
0.110	0.063	0.003	0.047	0.159	0.065	0.176	0.409	0.024	0.061
0.048	0.180	0.116	0.222	0.007	0.050	0.034	0.031	0.222	0.141
0.114	0.071	0.307	0.048	0.114	0.105	0.041	0.196	0.000	0.017
0.037	0.089	0.037	0.103	0.095	0.002	0.157	0.032	0.111	0.118
0.034	0.137	0.074	0.050	0.016	0.047	0.240	0.048	0.083	0.100
0.185	0.117	0.359	0.017	0.047	0.027	0.163	0.469	0.001	0.102

варіант 8

0.016	0.059	0.063	0.084	0.050	0.119	0.036	0.088	0.152	0.187
0.145	0.032	0.043	0.017	0.029	0.079	0.180	0.159	0.124	0.159
0.299	0.132	0.238	0.174	0.022	0.042	0.089	0.197	0.200	0.019
0.078	0.006	0.072	0.008	0.048	0.070	0.188	0.192	0.078	0.016
0.253	0.000	0.104	0.181	0.135	0.046	0.038	0.273	0.013	0.052
0.044	0.341	0.030	0.086	0.019	0.026	0.018	0.097	0.186	0.255
0.324	0.050	0.019	0.115	0.032	0.006	0.093	0.050	0.002	0.132
0.353	0.079	0.161	0.013	0.020	0.128	0.021	0.033	0.155	0.117
0.002	0.210	0.015	0.130	0.090	0.072	0.012	0.048	0.023	0.661
0.168	0.094	0.099	0.051	0.197	0.022	0.020	0.191	0.018	0.161

варіант 9

0.201	0.053	0.219	0.236	0.058	0.374	0.183	0.170	0.000	0.053
0.027	0.040	0.546	0.050	0.215	0.031	0.078	0.049	0.123	0.021
0.016	0.015	0.102	0.073	0.162	0.057	0.232	0.003	0.058	0.038
0.108	0.126	0.148	0.096	0.004	0.006	0.073	0.246	0.082	0.096
0.366	0.175	0.199	0.005	0.000	0.120	0.237	0.065	0.042	0.110
0.064	0.024	0.045	0.008	0.008	0.236	0.011	0.039	0.028	0.003
0.156	0.468	0.016	0.143	0.101	0.059	0.111	0.022	0.009	0.141
0.145	0.001	0.046	0.001	0.030	0.057	0.070	0.383	0.001	0.096
0.098	0.023	0.051	0.051	0.112	0.052	0.033	0.052	0.075	0.036
0.026	0.082	0.057	0.160	0.021	0.289	0.202	0.077	0.073	0.006

варіант 10

0.119	0.159	0.045	0.048	0.287	0.319	0.073	0.077	0.058	0.237
0.062	0.060	0.069	0.044	0.361	0.024	0.051	0.018	0.248	0.019
0.085	0.012	0.118	0.057	0.009	0.019	0.161	0.152	0.041	0.002
0.164	0.181	0.073	0.276	0.183	0.124	0.003	0.023	0.040	0.008
0.043	0.124	0.018	0.041	0.116	0.009	0.022	0.110	0.058	0.383
0.023	0.236	0.041	0.006	0.011	0.010	0.352	0.011	0.092	0.048

0.070	0.074	0.042	0.040	0.014	0.056	0.013	0.050	0.040	0.143
0.145	0.006	0.017	0.013	0.043	0.006	0.039	0.118	0.085	0.030
0.013	0.208	0.162	0.139	0.037	0.199	0.028	0.038	0.150	0.002
0.101	0.030	0.031	0.028	0.041	0.132	0.081	0.017	0.091	0.043

варіант 11

0.021	0.017	0.058	0.012	0.034	0.030	0.185	0.171	0.006	0.016
0.014	0.257	0.025	0.057	0.247	0.047	0.065	0.158	0.067	0.062
0.134	0.167	0.057	0.054	0.001	0.130	0.071	0.146	0.056	0.045
0.028	0.002	0.043	0.043	0.074	0.042	0.149	0.235	0.003	0.073
0.003	0.140	0.035	0.019	0.019	0.158	0.025	0.004	0.061	0.105
0.157	0.060	0.092	0.009	0.015	0.063	0.083	0.027	0.024	0.121
0.217	0.002	0.065	0.026	0.017	0.329	0.095	0.051	0.012	0.025
0.081	0.057	0.194	0.065	0.017	0.002	0.129	0.065	0.236	0.029
0.029	0.116	0.062	0.092	0.084	0.092	0.023	0.057	0.064	0.036
0.011	0.032	0.058	0.032	0.033	0.067	0.035	0.209	0.198	0.046

варіант 12

0.016	0.226	0.242	0.039	0.133	0.107	0.014	0.159	0.035	0.079
0.090	0.032	0.039	0.098	0.047	0.145	0.040	0.003	0.120	0.187
0.078	0.013	0.048	0.098	0.027	0.010	0.007	0.117	0.012	0.102
0.166	0.182	0.051	0.019	0.148	0.069	0.047	0.030	0.026	0.107
0.117	0.102	0.089	0.149	0.151	0.166	0.001	0.040	0.018	0.011
0.035	0.136	0.032	0.032	0.000	0.092	0.186	0.113	0.105	0.037
0.038	0.044	0.103	0.001	0.297	0.112	0.075	0.155	0.226	0.080
0.005	0.011	0.036	0.168	0.074	0.001	0.018	0.001	0.005	0.018
0.111	0.043	0.002	0.120	0.059	0.002	0.688	0.052	0.044	0.006
0.105	0.024	0.033	0.061	0.007	0.032	0.011	0.122	0.006	0.057

варіант 13

0.226	0.068	0.045	0.001	0.268	0.082	0.079	0.048	0.045	0.032
0.515	0.064	0.023	0.145	0.031	0.130	0.074	0.146	0.016	0.124
0.044	0.034	0.001	0.144	0.115	0.006	0.005	0.000	0.192	0.000
0.053	0.031	0.073	0.068	0.001	0.142	0.203	0.015	0.053	0.042
0.014	0.084	0.081	0.041	0.045	0.166	0.034	0.053	0.060	0.452
0.131	0.193	0.006	0.049	0.000	0.007	0.001	0.055	0.025	0.068
0.124	0.065	0.106	0.075	0.075	0.054	0.085	0.079	0.008	0.376
0.033	0.057	0.031	0.024	0.046	0.007	0.057	0.047	0.080	0.153
0.087	0.004	0.082	0.057	0.150	0.100	0.072	0.033	0.113	0.204
0.152	0.023	0.109	0.023	0.011	0.017	0.011	0.101	0.001	0.170

варіант 14

0.113	0.012	0.150	0.244	0.052	0.143	0.020	0.035	0.019	0.004
0.024	0.042	0.213	0.013	0.232	0.160	0.206	0.261	0.028	0.064
0.034	0.110	0.041	0.060	0.022	0.018	0.037	0.027	0.096	0.013
0.207	0.056	0.161	0.022	0.022	0.033	0.094	0.096	0.036	0.093
0.101	0.058	0.118	0.026	0.090	0.361	0.040	0.090	0.153	0.047
0.005	0.019	0.063	0.010	0.011	0.075	0.021	0.014	0.200	0.108
0.075	0.014	0.002	0.009	0.087	0.036	0.016	0.240	0.051	0.077

0.111	0.257	0.128	0.047	0.025	0.290	0.198	0.072	0.031	0.022
0.109	0.011	0.020	0.014	0.083	0.042	0.060	0.009	0.017	0.026
0.049	0.172	0.051	0.074	0.018	0.057	0.008	0.011	0.140	0.032

варіант 15

0.113	0.012	0.150	0.244	0.052	0.143	0.020	0.035	0.019	0.004
0.024	0.042	0.213	0.013	0.232	0.160	0.206	0.261	0.028	0.064
0.034	0.110	0.041	0.060	0.022	0.018	0.037	0.027	0.096	0.013
0.207	0.056	0.161	0.022	0.022	0.033	0.094	0.096	0.036	0.093
0.101	0.058	0.118	0.026	0.090	0.361	0.040	0.090	0.153	0.047
0.005	0.019	0.063	0.010	0.011	0.075	0.021	0.014	0.200	0.108
0.075	0.014	0.002	0.009	0.087	0.036	0.016	0.240	0.051	0.077
0.111	0.257	0.128	0.047	0.025	0.290	0.198	0.072	0.031	0.022
0.109	0.011	0.020	0.014	0.083	0.042	0.060	0.009	0.017	0.026
0.049	0.172	0.051	0.074	0.018	0.057	0.008	0.011	0.140	0.032

варіант 16

12.527	9.852	12.398	15.166	10.423	16.780	7.696	10.689	13.429	7.358
9.761	7.481	16.033	12.987	10.351	13.611	11.252	14.350	7.272	14.107
7.240	10.833	9.109	13.497	10.133	16.178	16.201	14.596	13.152	10.406
7.866	13.545	11.959	7.976	15.883	11.101	16.254	12.201	14.211	10.174
7.627	15.912	14.973	9.619	13.661	8.374	10.674	14.274	8.283	8.444
12.687	11.247	8.366	13.992	15.975	12.459	16.580	7.560	10.064	13.430
10.492	8.280	16.276	8.317	7.922	10.036	11.203	11.209	8.540	15.877
16.432	13.657	11.720	8.682	14.524	8.473	10.641	8.077	11.238	9.761
12.637	13.593	14.010	9.210	15.802	14.088	16.680	8.633	11.839	13.401
10.464	8.755	15.163	12.277	11.186	14.251	8.249	16.521	12.753	15.039

варіант 17

14.239	12.421	17.877	14.815	10.791	13.405	10.059	10.844	10.178	12.958
11.812	9.998	15.644	13.787	9.135	11.046	9.003	8.234	17.244	8.194
13.492	13.940	11.546	9.872	12.869	15.758	14.867	13.773	16.770	13.920
10.926	8.144	12.308	8.447	14.065	9.324	11.921	9.818	15.224	15.533
17.481	15.880	14.166	16.911	10.638	15.012	17.956	11.807	9.428	15.544
15.687	9.319	11.120	11.414	9.455	8.082	11.319	14.087	11.587	11.308
9.319	10.720	8.118	8.073	9.702	8.569	8.517	10.858	10.192	15.662
11.662	9.340	15.755	17.707	8.069	10.424	8.950	11.259	8.368	14.541
16.533	13.131	8.027	8.182	12.305	16.061	8.334	12.686	16.220	10.628
13.616	9.282	9.727	13.409	14.724	10.377	17.381	11.399	8.752	17.095

варіант 18

15.688	13.674	16.019	14.065	13.209	14.302	18.292	15.465	16.912	11.513
13.266	17.302	14.774	13.107	15.286	15.961	9.631	13.122	17.328	17.985
18.278	13.744	18.224	15.121	16.827	13.476	16.137	15.607	12.300	11.551
18.289	11.708	10.488	18.592	16.938	13.512	10.049	13.529	11.603	18.959
12.857	16.765	17.543	10.140	10.610	9.588	10.482	15.829	17.677	9.832
17.583	10.279	10.201	13.797	14.681	18.251	11.450	14.410	9.753	16.314
13.417	15.638	12.648	10.376	14.676	13.154	11.064	9.479	14.481	11.250
12.772	15.831	13.115	16.003	14.095	11.104	18.497	14.685	14.634	18.965
9.028	11.431	18.242	13.869	12.696	9.152	10.255	16.097	12.428	17.698
10.965	13.048	17.688	18.273	15.348	16.773	12.334	14.099	9.042	17.767

варіант 19

19.714	18.329	11.569	16.008	19.021	13.214	10.817	13.247	17.892	15.511
13.762	11.542	11.263	18.157	13.450	18.056	11.469	13.171	17.216	11.086
13.593	19.829	10.169	11.361	17.071	19.070	14.910	19.575	13.544	14.166
17.516	10.178	10.954	17.630	19.763	11.415	13.904	14.386	17.602	11.618
10.253	11.182	15.887	11.737	13.967	12.248	19.351	14.140	14.228	11.219
19.835	17.643	10.778	19.291	19.758	18.804	15.523	19.642	11.852	19.458
10.387	18.091	15.131	10.512	11.409	10.015	17.123	11.979	19.099	13.510
12.345	19.268	15.035	18.809	17.026	15.726	14.720	13.943	10.091	11.424
16.680	16.657	10.380	18.194	17.814	12.572	10.128	10.926	15.001	19.602
14.694	15.097	12.946	18.614	18.531	10.570	18.285	10.347	17.420	11.624

варіант 20

20.935	19.571	17.940	14.250	16.697	20.505	18.200	14.685	16.105	18.479
14.813	14.206	19.531	17.850	16.121	20.165	13.534	11.161	16.673	18.278
12.461	13.564	16.955	20.169	16.303	13.474	19.361	17.152	14.789	19.491
20.422	20.276	17.746	13.560	19.283	16.612	11.695	20.385	12.429	11.789
12.704	13.096	14.662	18.789	15.490	15.160	16.327	12.981	18.769	18.546
16.788	13.413	16.862	18.140	14.156	20.349	17.539	12.407	11.265	19.060
16.128	20.309	17.900	19.863	15.864	14.463	19.268	14.406	14.487	20.561
20.732	18.214	17.099	13.031	18.783	19.472	15.262	16.951	18.268	14.068
12.352	16.215	15.866	16.879	15.159	17.945	19.815	19.313	11.737	13.153
15.889	13.094	15.510	13.665	19.622	20.308	15.620	15.270	14.788	19.683

варіант 21

14.529	18.147	19.128	20.136	16.871	18.523	21.320	15.557	14.555	16.587
14.214	15.852	18.115	20.657	14.303	14.229	19.310	12.590	12.452	15.736
18.979	18.450	19.875	21.055	21.142	15.421	20.358	16.538	13.347	14.968
18.740	20.493	13.278	12.256	15.636	15.730	21.603	21.809	18.417	18.345
21.076	19.430	18.434	12.760	21.889	20.359	14.493	13.012	13.272	13.690
12.588	20.295	21.347	13.036	21.870	16.744	13.229	13.442	16.879	15.478
17.376	14.547	16.017	16.888	20.192	20.001	16.278	21.173	18.878	13.129
14.220	17.136	20.532	18.844	13.197	17.215	17.507	21.810	16.831	18.780
19.002	20.858	18.740	21.666	18.923	19.650	18.517	21.962	19.980	13.590
13.953	12.056	14.040	12.993	19.514	16.917	18.727	12.496	21.071	16.640

варіант 22

17.847	15.474	19.077	15.040	21.055	20.872	21.548	18.715	14.742	18.476
19.912	14.776	18.946	17.142	20.521	20.134	13.760	18.723	19.172	19.245
19.684	21.226	19.591	20.401	14.224	18.235	18.155	18.265	14.748	14.567
14.871	22.664	17.583	18.192	20.601	13.626	13.371	18.393	20.541	22.668
18.667	20.183	13.944	20.339	13.792	14.967	20.098	20.006	16.934	17.457
20.556	17.892	14.502	18.838	17.605	19.367	17.722	16.176	19.001	21.490
15.495	18.090	18.940	21.790	13.497	16.659	15.286	13.315	19.523	15.592
13.050	15.911	15.102	14.637	14.110	13.769	13.338	20.248	13.196	19.211
13.014	22.499	20.109	22.729	18.946	18.247	18.206	19.273	18.584	20.547
19.117	20.793	14.860	14.314	13.726	15.025	15.294	18.241	19.402	20.532

ріант 23

21.086	18.196	22.508	15.663	16.163	16.710	19.671	21.381	16.529	19.004
21.422	18.507	15.634	19.630	20.372	15.310	20.808	20.587	18.661	18.311

16.118	16.989	18.931	21.067	21.467	18.971	21.558	19.210	17.943	19.860
18.122	21.740	19.427	20.587	21.139	18.559	20.440	20.350	20.035	14.265
20.243	23.530	23.372	18.187	23.194	22.852	17.327	20.677	15.344	18.803
20.415	15.646	17.294	15.293	14.470	19.357	23.290	21.571	21.868	15.460
16.583	20.386	19.004	16.284	21.021	22.406	16.022	20.376	18.909	16.878
22.785	16.286	15.104	18.544	21.110	22.613	17.372	20.803	23.235	14.287
22.985	15.128	16.555	15.114	21.577	16.729	14.593	16.560	14.241	16.464
14.225	22.793	18.883	19.008	19.163	21.974	21.824	17.265	19.675	23.789

варіант 24

16.168	16.732	21.328	22.292	22.916	15.646	20.303	18.190	19.750	19.782
21.372	23.838	17.434	24.544	19.816	16.522	19.446	22.237	15.520	17.481
17.324	20.231	16.453	23.195	22.272	15.374	18.392	22.923	23.010	24.657
20.898	22.490	19.874	22.129	19.547	24.334	15.170	22.059	24.400	23.785
19.776	18.351	24.738	21.610	15.990	20.208	20.028	22.803	16.634	24.047
17.158	21.621	20.405	21.661	23.912	22.870	23.477	24.635	18.694	19.455
17.355	15.009	16.505	16.156	22.969	22.193	21.171	19.676	21.036	16.129
23.820	24.928	18.651	16.708	17.607	17.571	22.146	19.432	18.691	22.803
16.189	17.330	23.461	20.398	19.137	19.117	22.015	15.995	24.635	23.616
17.885	18.638	19.467	20.415	24.010	24.565	17.663	16.786	24.969	17.245

варіант 25

21.844	21.844	16.455	24.671	25.830	21.967	25.999	17.896	23.484	22.456
19.949	25.822	23.821	25.449	16.698	16.240	17.355	19.089	21.157	18.120
17.700	21.931	24.483	19.149	19.427	23.615	20.058	19.518	22.159	21.772
25.712	21.966	20.928	25.193	22.201	18.066	22.771	23.241	17.933	20.761
19.587	21.516	19.948	23.160	17.235	23.768	21.139	23.572	20.888	20.063
23.730	16.796	16.632	21.193	19.009	21.662	19.318	19.346	23.294	24.816
16.668	25.015	20.168	20.766	19.619	20.164	18.951	18.161	18.932	17.644
19.430	22.341	18.037	16.852	22.832	24.119	22.139	25.650	19.053	24.819
23.570	18.528	20.132	17.574	23.386	21.015	19.982	24.853	19.222	20.346
20.362	22.260	19.394	22.377	23.107	18.568	23.250	24.746	18.602	22.009

варіант 26

21.844	21.844	16.455	24.671	25.830	21.967	25.999	17.896	23.484	22.456
19.949	25.822	23.821	25.449	16.698	16.240	17.355	19.089	21.157	18.120
17.700	21.931	24.483	19.149	19.427	23.615	20.058	19.518	22.159	21.772
25.712	21.966	20.928	25.193	22.201	18.066	22.771	23.241	17.933	20.761
19.587	21.516	19.948	23.160	17.235	23.768	21.139	23.572	20.888	20.063
23.730	16.796	16.632	21.193	19.009	21.662	19.318	19.346	23.294	24.816
16.668	25.015	20.168	20.766	19.619	20.164	18.951	18.161	18.932	17.644
19.430	22.341	18.037	16.852	22.832	24.119	22.139	25.650	19.053	24.819
23.570	18.528	20.132	17.574	23.386	21.015	19.982	24.853	19.222	20.346

варіант 27

27.295	25.694	25.695	26.880	27.536	26.768	25.433	24.509	25.441	25.763
25.252	26.729	26.230	25.749	25.829	26.531	25.347	25.761	25.285	26.353
26.386	24.983	27.008	26.548	27.388	26.427	26.304	24.980	26.877	25.467
25.222	25.958	26.016	27.625	27.857	27.273	28.290	25.238	26.160	27.848
27.131	27.285	25.620	25.594	26.349	24.571	25.962	25.799	26.762	27.531
26.855	25.806	27.847	26.815	25.883	26.963	25.660	24.783	26.524	25.090
27.091	25.862	25.449	27.111	25.356	25.979	25.004	26.387	27.441	26.687
24.490	26.666	24.745	26.750	27.904	25.795	25.199	25.724	25.337	26.364
26.965	26.433	26.766	24.278	26.534	25.832	25.447	24.154	25.146	23.455
26.045	26.420	25.866	24.589	26.052	25.814	25.666	25.855	26.056	26.204

варіант 28

28.347	29.459	27.706	26.664	23.394	27.487	23.352	25.048	26.101	27.929
25.561	25.856	29.610	26.092	26.922	27.946	24.659	27.524	30.796	30.124
26.256	27.022	27.010	29.899	24.393	28.073	23.742	24.255	28.838	26.519
24.294	29.239	27.752	26.691	25.508	25.937	29.209	29.252	31.603	30.353
29.600	27.721	25.728	28.129	29.346	27.227	26.795	25.304	25.835	28.559
27.026	25.024	24.429	25.325	28.292	27.429	23.033	30.346	25.003	26.545
28.431	25.141	29.675	26.831	30.530	25.213	28.134	26.765	24.598	28.019
29.945	26.050	27.139	27.129	27.718	28.272	28.858	31.836	27.031	26.215
27.349	27.670	27.794	25.125	30.219	27.285	26.846	24.715	23.172	29.395
25.668	27.169	29.297	26.676	26.729	24.680	29.619	26.415	26.389	25.526

варіант 29

31.116	28.331	24.413	25.752	31.093	32.370	30.953	27.417	26.669	26.648
26.759	25.371	34.913	26.384	26.207	22.262	28.936	23.756	28.819	35.305
30.061	28.946	32.016	36.539	31.015	30.154	30.037	28.312	26.734	32.325
27.693	30.652	32.262	27.134	29.236	27.786	29.908	27.786	27.431	25.912
29.659	31.785	28.667	23.236	27.938	28.705	28.595	28.363	24.179	29.098
25.515	30.742	28.556	28.756	32.649	25.585	30.837	27.008	27.419	25.132
31.846	25.784	23.911	28.819	26.208	27.646	29.581	29.406	32.521	24.194
24.169	30.334	32.124	32.750	26.585	29.793	25.047	30.318	24.676	26.141
26.866	24.458	24.613	27.776	25.947	23.857	29.803	28.338	24.245	29.343
26.245	29.956	26.410	33.540	31.888	26.619	26.135	30.582	27.732	28.263

варіант 30

23.853	26.365	26.870	31.505	26.309	26.542	31.095	26.024	35.117	27.877
26.029	28.096	23.459	24.599	23.446	33.363	33.069	27.803	27.797	24.531
28.477	28.107	29.612	34.585	28.049	35.890	32.090	22.387	36.263	28.621
29.087	26.851	24.708	27.768	25.394	32.112	29.453	29.664	28.143	36.888
33.937	28.125	35.599	33.387	35.094	33.339	31.413	26.495	33.674	28.362
31.249	27.700	30.760	19.200	28.929	24.384	26.123	27.923	24.899	31.259
25.331	23.263	29.753	24.687	29.370	28.802	33.496	34.542	23.342	25.528
28.599	28.559	31.303	41.247	20.884	32.013	23.847	27.940	33.941	24.936
25.462	29.635	21.785	24.334	31.234	23.011	29.924	26.912	15.302	21.397
29.601	27.779	26.490	29.479	30.404	25.403	23.797	31.554	34.820	25.718

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мішура Ю. С. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Л. М. Сахно – Київ : ВПЦ «Київський університет», 2023. – 496 с.
2. Барковський В. В. Теорія ймовірності та математична статистика : навч. посіб. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. О. Лопатіна. – Київ : Центр учбової літератури, 2021. – 424 с.
3. Горбачук В. М. Теорія ймовірності та математична статистика : підручник / В. М. Горбачук, О. І. Кушлик-Дивульська ; Нац. техн. ун-т України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». – Київ : НТУУ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 351 с.
4. Теорія ймовірності та математична статистика: Лекції і практикум [Електрон. ресурс] : навч. посіб. / Нац. техн. ун-т України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» ; [уклад.: І. В. Веригіна, О. В. Островська, О. В. Сугакова] – Електрон. текст. дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 254 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/5923a050-774e-408b-a076-a0c7dc520ca5/content>, вільний (дата звернення: 10.09.2025). – Назва з екрана.

Електронне навчальне видання

Методичні рекомендації
до виконання практичних та самостійних робіт
із навчальної дисципліни

« ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА »

*(для здобувачів I курсу першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти денної форми навчання зі спеціальностей:
C1 – Економіка, D5 – Маркетинг, D1 – Облік і оподаткування,
D2 – Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок)*

Відповідальний за випуск *М. В. Булаєнко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *О. Б. Костенко, М. Ю. Воєводіна,
І. В. Волосожарова*

План 2023, поз. 228 М

Підп. до друку 21.11.2025. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 3,7.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Чорноглазівська, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 8386 від 14.07.2025.
